2024

المعاصر

إعداد نخبة من كبراء التعليم

الكتاب الأساسى

- الجبر والإحصاء
- الهندسة



موقع التفوق
ALtfwok

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

GPS
تطبيق
التعلم التفاعلى

الرياضيات

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALtfwok

أولاً الجبر والإحصاء

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية ـــــ ٦
الوحدة 2 العلاقة بين متغيرين ـــــ ١٢٢
الوحدة 3 الإحصاء ـــــ ١٥٨
مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية ـــــ ١٨٩



محتويات الكتاب

أولاً الجبر والإحصاء



الوحدة 1 الأعداد الحقيقية
الوحدة 2 العلاقة بين متغيرين
الوحدة 3 الإحصاء

ثانيًا الهندسة



الوحدة 4 متوسطات المثلث - المثلث المتساوى الساقين
الوحدة 5 التباين

الملاحظات الموجودة فى هامش بعض الصفحات فى الهندسة ، والمشار إليها بالعلامة (*) فى نظريات ونتائج لم تدرسها سابقًا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوحدة 1

الأعداد الحقيقية



الدرس الأول : الجذر التكعيبى للعدد النسبى

الدرس الثانى : مجموعة الأعداد غير النسبية (ن)

الدرس الثالث : مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)
- علاقة الترتيب فى (ح)

الدرس الرابع : القـــوى

الدرس الخامس : العمليات على الأعداد الحقيقية

الدرس السادس : العمليات على الجذور التربيعية

الدرس السابع : العددان المترافقان

الدرس الثامن : العمليات على الجذور التكعيبية

الدرس التاسع : تطبيقات على الأعداد الحقيقية

الدرس العاشر : حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى (ح)

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن:

- يتعرف الجذر التكعيبى لعدد نسبى.
- يوجد الجذر التكعيبى لعدد نسبى.
- يتعرف مجموعة الأعداد غير النسبية.
- يمثل العدد غير النسبى على خط الأعداد.
- يتعرف مجموعة الأعداد الحقيقية.
- يجرى العمليات على القوى.
- يجرى العمليات الحسابية على الأعداد الحقيقية.
- يجرى العمليات على الجذور التربيعية والتكعيبية.
- يتعرف العددين المترافقين.
- يطبق ما تعلمه فى الأعداد الحقيقية لإيجاد حجوم ومساحات بعض المجسمات.
- يحل معادلات ومتباينات الدرجة الأولى فى متغير واحد فى (ح).

يمكنك
حل التمارين التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان





موقع التفوق
ALtfwok

الدرس 1

الجذر التكعيبى للعدد النسبى

تذكر الجذر التربيعى للعدد النسبى المربع الكامل

• **الجذر التربيعى للعدد النسبى المربع الكامل ؟ هو العدد النسبى الذى مربعه يساوى ؟**

• الرمز $\sqrt{\ }$ يدل على الجذر التربيعى الموجب لعدد ما

فمثلاً : العدد ٢٥ له جذران تربيعيان هما : ٥ ، -٥

لأن : $(٥)^{٢} = ٢٥$ ، $(-٥)^{٢} = ٢٥$

ونكتب : $\sqrt{٢٥} = ٥$ ، $-\sqrt{٢٥} = -٥$ ، $\pm\sqrt{٢٥} = \pm ٥$

• $\sqrt{\text{صفر}} = \text{صفر}$ • $\sqrt{\text{عدد سالب}}$ ليس له معنى.

• $\sqrt{|١|^{٢}} = |١|$ فمثلاً : $\sqrt{|٣|^{٢}} = ٣$ ، $\sqrt{(-٦)^{٢}} = |-٦| = ٦$

• أحيانًا نلجأ إلى تحليل العدد إلى عوامله الأولية لتسهيل إيجاد جذره التربيعى ، ثم نأخذ من كل عاملين متساويين عاملاً واحدًا ، فيكون حاصل ضرب هذه العوامل هو الجذر التربيعى لهذا العدد.

فمثلاً : $\sqrt{٤٤١} = ٣ \times ٧ \times ٧$

٤٤١	٣
١٤٧	٣
٤٩	٧
٧	٧
١	

$\therefore \sqrt{٤٤١} = ٢١$

• يمكنك التأكد من الحل باستخدام الآلة الحاسبة.

لاحظ أن
الجذران التربيعيان للعدد النسبى كل منهما معكوس جمعى للآخر ومجموعهما يساوى الصفر.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الجذر التكعيبى للعدد النسبى

- حاصل ضرب عدد ما فى نفسه ثلاث مرات هو مكعب هذا العدد.

فمثلًا : العدد ٦٤ هو مكعب العدد ٤ لأن : ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

- العملية العكسية لإيجاد المكعب هى إيجاد الجذر التكعيبى ، فإيجاد الجذر التكعيبى لعدد ما يعنى إيجاد العدد الذى إذا ضُرب فى نفسه ثلاث مرات نحصل على هذا العدد.

فمثلًا : العدد ٤ هو الجذر التكعيبى للعدد ٦٤ لأن : ٦٤ = ٤ × ٤ × ٤

تعريف

الجذر التكعيبى للعدد ؟ هو العدد الذى مكعبه يساوى ؟

- يستخدم الرمز $\sqrt[3]{\ }$ (ويُقرأ : الجذر التكعيبى) للتعبير عن الجذر التكعيبى لأى عدد.

فمثلًا : نرمز للجذر التكعيبى للعدد ٦٤ بالرمز $\sqrt[3]{٦٤}$

- الجذر التكعيبى للعدد الموجب يكون موجبًا ، والجذر التكعيبى للعدد السالب يكون سالبًا.

فمثلًا : $\sqrt[3]{٦٤} = ٤$ ، $\sqrt[3]{-٦٤} = -٤$

أى أن : الجذر التكعيبى لأى عدد يكون له نفس إشارة هذا العدد.

إيجاد الجذر التكعيبى لعدد نسبى مكعب كامل

- العدد النسبى المكعب الكامل هو العدد النسبى الذى يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبى

أى (عدد نسبى)^3 مثل : $٨ = ٢^3$ ، $-٢٧ = (-٣)^3$

- الجذر التكعيبى لعدد نسبى مكعب كامل هو عدد نسبى ، فمثلًا : $\sqrt[3]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[3]{-٢٧} = -٣$

- إذا كان العدد ليس مكعبًا كاملاً فإننا نكتب جذره التكعيبى باستخدام رمز الجذر التكعيبى.

فمثلًا : الجذر التكعيبى للعدد ٤ هو $\sqrt[3]{٤}$ لأن العدد ٤ ليس مكعبًا كاملًا.

- $\sqrt[3]{أ^3} = أ$ فمثلًا : $\sqrt[3]{٥} = ٥$ ، $\sqrt[3]{(-٥)^3} = -٥$
- $\sqrt[3]{أ^{٩}} = أ^{٣}$ حيث $أ \in$ ص فمثلًا : $\sqrt[3]{٢^{٦}} = \sqrt[3]{(٢^{٢})^3} = ٢^{٢}$
- يمكن إيجاد الجذر التكعيبى لعدد نسبى مكعب كامل عن طريق التحليل كما فى المثال التالى.

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

مثال ١

أوجد كلًا مما يأتى : ١ $\sqrt[3]{٢١٦}$ ٢ $\sqrt[3]{-\frac{٨}{١٢٥}}$ ٣ $\sqrt[3]{٠,٠٦٤}$

الحل

١ $\sqrt[3]{٢١٦} = ٢ \times ٣ = ٦$

٢ $\sqrt[3]{-\frac{٨}{١٢٥}} = -\frac{٢}{٥}$

٣ $\sqrt[3]{٠,٠٦٤} = \sqrt[3]{\frac{٦٤}{١٠٠٠}} = \frac{٢ \times ٢}{٥ \times ٢}$

$= \frac{٤}{١٠} = ٠,٤$

مثال ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt[3]{\ .....} = -٥$

(أ) ١٢٥ (ب) ٢٥ (جـ) -٢٥ (د) -١٢٥

٢ $\sqrt[3]{٤} - \sqrt[3]{-٨} =$ .....

(أ) -٤ (ب) -٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٣ $\sqrt[3]{(-٧)^2} - \sqrt[3]{(-٧)^3} =$ .....

(أ) -١٤ (ب) صفر (جـ) ٧ (د) ١٤

٤ إذا كان : $\sqrt[3]{س} = \sqrt[3]{٤}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ± ٨

٥ $\sqrt[3]{س^{٤}} = \sqrt[3]{.....}^2$

(أ) س (ب) $س^{٢}$ (جـ) $س^{٤}$ (د) $س^{٦}$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

الحل

(أ) تخمين الحل : $(-٥)^{٣} = -١٢٥$

(ب) تخمين الحل : $\sqrt[٣]{٤} - \sqrt[٣]{-٨} = ٢ - (-٢) = ٢ + ٢ = ٤$

(د) تخمين الحل : $\sqrt[٣]{(-٧)^{٣}} - \sqrt[٣]{(-٧)^{٣}} = ٧ - (-٧) = ٧ + ٧ = ١٤$

(هـ) تخمين الحل : $\because \sqrt[٣]{س} = \sqrt[٣]{٤}$ $\therefore \sqrt[٣]{س} = ٢$ $\therefore$ س $= ٢^{٣} = ٨$

(و) تخمين الحل : $\because \sqrt[٣]{س^{٣}} = س^{٣}$ $\therefore (س^{٣})^{٣} = س^{٩}$ $\therefore \sqrt[٣]{س^{٩}} = \sqrt[٣]{س^{٣}}$

حاول بنفسك ١

أكمل ما يأتى :

١ $\sqrt[٣]{١٢٥} =$ .....

٢ $\sqrt[٣]{٦٤} - \sqrt[٣]{٦٤} =$ .....

٣ $\sqrt[٣]{٢٧} =$ .....

٤ إذا كان : $\sqrt[٣]{س} = ٦$ فإن : س = ...

حل المعادلات فى ث

• إذا كان : أ عددًا مكعبًا كاملاً فإن المعادلة : $س^{٣} =$ أ لها حل وحيد فى ث هو $\sqrt[٣]{أ}$

فمثلاً : • المعادلة : $س^{٣} = ٨$ لها حل وحيد فى ث هو $\sqrt[٣]{٨}$ والذى يساوى ٢

• المعادلة : $س^{٣} = ٩$ ليس لها حل فى ث لأن العدد ٩ ليس مكعبًا كاملاً.

مثال ٣

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين فى ث :

١ $٤٠ س^{٣} - ١ = -١٣٦$ ٢ $(ص - ٢)^{٣} = -٣٤٣$

الحل

١ $\because ٤٠ س^{٣} - ١ = -١٣٦$ $\therefore ٤٠ س^{٣} = -١٣٦ + ١$

$\therefore ٤٠ س^{٣} = -١٣٥$ $\therefore س^{٣} = \frac{-١٣٥}{٤٠}$

$\therefore س^{٣} = \frac{-٢٧}{٨}$ $\therefore س = \sqrt[٣]{\frac{-٢٧}{٨}}$ $\therefore س = \frac{-٣}{٢}$

موقع التفوق

٢ $\because (ص - ٢)^{٣} = -٣٤٣$ ويأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$\therefore \sqrt[٣]{(ص - ٢)^{٣}} = \sqrt[٣]{-٣٤٣}$ $\therefore ص - ٢ = -٧$

$\therefore ص = -٧ + ٢$ $\therefore ص = -٥$

حاول بنفسك ٢

أوجد فى ث مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

١ $٢٧ س^{٣} - ٢ = ٦٢$ ٢ $(٥ س - ٣)^{٣} - ٢ = ٦$

تطبيقات

تذكر أن

• حجم المكعب = طول الحرف × نفسه × نفسه

• مساحة الوجه الواحد للمكعب = طول الحرف × نفسه

• المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه × ٤

• المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه × ٦



فمثلاً : إذا كان حجم مكعب ٨ سم^{٣} فإن :

• طول حرفه = $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ سم • مساحة وجهه = ٢ × ٢ = ٤ سم^{٢}

• مساحته الجانبية = ٤ × ٤ = ١٦ سم^{٢} • مساحته الكلية = ٤ × ٦ = ٢٤ سم^{٢}

مثال ٤

أوجد كلاً مما يأتى :

١ طول الحرف الداخلى بالسنتيمتر لإناء مكعب الشكل سعته ٨ لتر.

٢ طول نصف قطر كرة حجمها $\frac{٣٦}{١٢٥} \pi$ سم^{٣} علمًا بأن : حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣}

حيث : نق طول نصف قطر الكرة ، π النسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها.

٣ طول قطر كرة حجمها ٢٨٨٠٨ سم^{٣} $\left(\pi \approx \frac{٢٢}{٧} \right)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

تذكر أن
١ لتر = ١٠٠٠ سم^{٣}

١ ∵ سعة الإناء = ٨ لتر = ٨ × ١٠٠٠ = ٨٠٠٠ سم^{٣}

∴ طول حرف الإناء الداخلى = $\sqrt[٣]{٨٠٠٠}$ = ٢٠ سم

٢ ∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} ∴ $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = $\frac{٣٦}{١٢٥}$ π

∴ $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} = $\frac{٣٦}{١٢٥}$ ∴ نق^{٣} = $\frac{٣٦}{١٢٥}$ × $\frac{٣}{٤}$

∴ نق^{٣} = $\frac{٢٧}{١٢٥}$ ∴ نق = $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{١٢٥}}$ = $\frac{٣}{٥}$ سم

∴ طول نصف قطر الكرة = $\frac{٣}{٥}$ سم

٣ ∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} ∴ $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = ٣٨٨.٨

∴ $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ نق^{٣} = ٣٨٨.٨ ∴ $\frac{٨٨}{٢١}$ نق^{٣} = ٣٨٨.٨

∴ نق^{٣} = $\frac{٢١}{٨٨}$ × ٣٨٨.٨ ∴ نق^{٣} = ٩٢٦١

∴ نق = $\sqrt[٣]{٩٢٦١}$ ∴ نق = ٣ × ٧ = ٢١ سم

٣	٩٢٦١
٣	٣٠٨٧
٣	١٠٢٩
٧	٣٤٣
٧	٤٩
٧	٧
	١

∴ طول قطر الكرة = ٢١ × ٢ = ٤٢ سم

لاحظ أنه : يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد $\sqrt[٣]{٩٢٦١}$ مباشرة.

حاول بنفسك ٣

١ أوجد طول الحرف الداخلى لإناء على شكل مكعب سعته ٢٧ لترًا.

٢ أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣} (علمًا بأن : حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣})

تمارين 1 على الجذر التكعيبى للعدد النسبى

• تذكر • تعلم • تدرب ♣ حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الجامعة

لتقييم تعاونه

١ 📖 أكمل الجدول الآتى :

العدد ؟	٨	١٢٥	-٢٧	.....	٣ ٣/٨	-٨/١٢٥	.....	.....
$\sqrt[٣]{؟}$	.....	.....	.....	-١٠	.....	.....	٦	-٤

٢ أكمل :

١ $\sqrt[٣]{٢١٦}$ = ...

٢ $\sqrt[٣]{-٣٤٣}$ = ...

٣ $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ = ...

٤ $\sqrt[٣]{\frac{-٨}{٢٧}}$ = ...

٥ 📖 $\sqrt[٣]{٨}$ + $\sqrt[٣]{-٨}$ = ...

٦ 📖 $\sqrt[٣]{-٢٧}$ − $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ...

٧ $\sqrt[٣]{٢٧}$ − $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = ...

٨ 📖 $\sqrt[٣]{٩}$ + $\sqrt[٣]{-٨}$ = ...

٩ − $\sqrt[٣]{-١}$ − $\sqrt[٣]{١}$ = ...

١٠ $\frac{-\sqrt[٣]{٦٤}}{\sqrt[٣]{٦٤}}$ = ...

١١ 📖 $\sqrt[٣]{؟}$ = ...

١٢ $\sqrt[٣]{-٢٧}$ × $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ...

١٣ $\sqrt[٣]{.....}$ = ٤

١٤ $\sqrt[٣]{١٦}$ = $\sqrt[٣]{.....}$

١٥ 📖 $\sqrt[٣]{|-١٢٥|}$ = $\sqrt{.....}$

١٦ $\sqrt[٣]{٦٤}$ + ... = ٥

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ 📖 $\sqrt[٣]{(-٨)^{٢}}$ = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ٤ (د) -٤

٢ $\sqrt[٣]{(\frac{١}{٨})^{٢}}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٨}$ (د) $\frac{١}{١٦}$

موقع التفوق ALTFW012.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢ $\sqrt[3]{-٦٤} + \sqrt[3]{١٦} =$ .....

(أ) صفر (ب) ٨ (جـ) ٨- (د) ٨ ±

٤ $\sqrt[3]{٢٥} - \sqrt[3]{-١٢٥} =$ .....

(أ) ١٠ (ب) صفر (جـ) ٥ (د) ٥ ±

٥ $\sqrt[3]{(-٢)^{٣}} + \sqrt[3]{(-٢)^{٣}} =$ .....

(أ) ٤- (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) صفر

٦ $\sqrt[3]{٣\frac{٣}{٨}} + \sqrt[3]{٠,١٢٥} =$ .....

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ٢ (د) ٢-

٧ $\sqrt[3]{٠,٠٠١ \times \frac{١}{٨}} =$ .....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢٠}$ (د) ٢٠

٨ $\sqrt[3]{١٠٠٠} \times \sqrt[3]{-٠,٠٠٨} =$ .....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١٠ (جـ) ٢ (د) ٢-

٩ $\sqrt[3]{-٢٧} + \sqrt[3]{١٢\frac{١}{٤}} + \sqrt[3]{٠,١٢٥} =$ .....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ١- (د) $\frac{١١}{٢}$

١٠ إذا كان : $-\sqrt[3]{٢٥} = \sqrt[3]{ص}$ فإن : ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٥- (جـ) ١٢٥ (د) ١٢٥-

١١ إذا كان : $س^{٣} = ٦٤$ فإن : $\sqrt[3]{س} =$ .....

(أ) ٤ (ب) ٤- (جـ) ٢ (د) ٢-

١٢ إذا كان : $س^{٣} = ٢٧$ فإن : $س^{٢} =$ .....

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٨١

١٣ $\sqrt[3]{س^{٦}} =$ .....

(أ) $س^{٣}$ (ب) $س^{٢}$ (جـ) س (د) $س^{٤}$

١٤ إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{٩}{س^{٢}}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ٢٧

٤ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١ $\sqrt[3]{س} = ٥$

٢ $\sqrt[3]{س} = -\frac{١}{٤}$

٣ $\sqrt[3]{س} = -\sqrt[3]{٤}$

٤ $\sqrt[3]{س} - ٣ = -١$

٥ $س^{٣} = -٨$

٦ $س^{٣} = ٦٤$

٧ $س^{٣} + ٥ = ٣٢$

٨ $٢ س^{٣} = ٥٤$

٩ $\frac{١}{٥} س^{٣} = -٢٠٠$

٥ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ن :

١ $س^{٣} + ٢٧ = ٠$

٢ $٨ س^{٣} + ٧ = ٨$

٣ $س^{٣} + ١٦ = \frac{٣}{٨}$

٤ $٢ س^{٣} - ٥ = س^{٣} + ٣$

٥ $(س + ٣)^{٣} = ٣٤٣$

٦ $(٣ س + ١)^{٣} = -٨$

٧ $(٢ س + ١)^{٣} - ٧ = ٢٠$

٨ $(٥ س - ٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$

٦ أوجد كلًا مما يأتى :

١ $\sqrt[3]{٢\frac{١}{٤} \div \frac{٢}{٣}}$

٢ $-\sqrt[3]{٩٢ \times ٣^{٦}}$

٣ $\sqrt[3]{٧٢٩}$

٤ $\sqrt[3]{٥١٢}$

٥ $\sqrt[3]{٢٧} \sqrt[3]{٢٧}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تطبيقات

٧ مكعب حجمه ٣٧ سم³ ، أوجد مساحة أحد أوجهه. ٩٠ سم²

٨ أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه ٢١٦ سم³ ٢١٦ سم²

٩ إذا كان نصف مكعب عدد يساوي ٣٢ فما هو العدد ؟ ٤٠

١٠ إناء مكعب سعته لتر واحد. احسب طول حرفه الداخلي. ١٠٠ سم

١١ كرة حجمها $\frac{١٣٧٢}{٨١}\pi$ وحدة مكعبة فأوجد طول قطرها (حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ نق³)

٢ وحدة طول

١٢ أوجد طول قطر الكرة التي حجمها ١١٣,٠٥ سم³ (π = ٣,١٤) ٦٠ سم

للمتفوقين

١٣ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح :

أ (س³ + ٦)³ = ١٠٠٠ ب (س³ - ١٤)³ = ١٦٩

ج $\sqrt[٣]{(س - ١)}$ = $\sqrt[٣]{٢٥}$ د $\sqrt[٣]{(س - ٢)(س^٢ - ٤س + ٤)}$ = ٢

١٤ إذا كان $\sqrt[٣]{٢س + ١٢}$ = ٣ فأوجد قيمة : $\sqrt[٣]{س}$

١٥ تأمل رجل عن عمر والده وأعمار أبنائه الثلاثة فأجاب كالآتي :

عمري نصف عمر والدي ، وعمر ابني الأكبر هو الجذر التربيعي لعمر والدي ، وعمر ابني الأوسط هو الجذر التكعيبي لعمر والدي ، وعمر ابنتي الصغرى هو خارج قسمة عمر ابني الأكبر على عمر ابني الأوسط. مع العلم أن عمر ابني الأكبر ضعف عمر ابني الأوسط.

فما عمر كل من والده وأبنائه الثلاثة ؟

٦٤ ، ٣٢ ، ١٦ ، ٨ ، ٤ ، ٢



الدرس 2

مجموعة الأعداد غير النسبية (ص)

تذكر مجموعات الأعداد

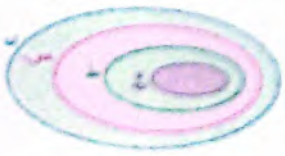
درست فيما سبق مجموعات الأعداد الآتية :

- مجموعة أعداد العد : ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ...}
- مجموعة الأعداد الطبيعية : ط = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...} = ع ∪ {٠}
- مجموعة الأعداد الصحيحة : ص = {... ، ٣- ، ٢- ، ١- ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...}
- مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة : ص+ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ...} = ع
- مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة : ص- = {١- ، ٢- ، ٣- ، ...}
- مجموعة الأعداد النسبية : ن = $\{\frac{أ}{ب} : أ \in ص ، ب \in ص ، ب \neq ٠\}$

أمثلة لأعداد نسبية : $\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، صفر ، ٣ ، ٥- ، ٠,٢ ، ٢٥٪ ، ...

لاحظ أن : ع ⊂ ط ⊂ ص ⊂ ن

والشكل المقابل يوضح ذلك.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمهيد

• درست سابقًا أن العدد النسبى هو العدد الذى يمكن وضعه على الصورة $\frac{أ}{ب}$

حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠ ، ويُرمز لمجموعة الأعداد النسبية بالرمز ن

• وبناءً على التعريف السابق علمت أن :

جميع الأعداد الصحيحة هى أعداد نسبية	جميع الأعداد والكسور العشرية هى أعداد نسبية	جميع النسب المئوية هى أعداد نسبية
فمثلًا : ٣ عدد نسبى لأنه يمكن التعبير عنه فى صورة : $\frac{٣}{١}$ أو $\frac{٦}{٢}$ أو ...	فمثلًا : ٢,٥ عدد نسبى لأنه يمكن التعبير عنه فى صورة : $\frac{٢٥}{١٠}$ أو $\frac{٥}{٢}$ أو ...	فمثلًا : ١٥٪ عدد نسبى لأنه يمكن التعبير عنه فى صورة : $\frac{١٥}{١٠٠}$ أو $\frac{١٥٠}{١٠٠٠}$ أو ...

الجذر التربيعى للعدد النسبى المربع الكامل هو عدد نسبى

فمثلًا : $\sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt{\frac{٤}{٢٥}}$ ، $\sqrt{٠,٠٩}$ جميعها أعداد نسبية

حيث : $\sqrt{٣٦} = ٦$ ، $\sqrt{\frac{٤}{٢٥}} = \frac{٢}{٥}$ ، $\sqrt{٠,٠٩} = \sqrt{\frac{٩}{١٠٠}} = \frac{٣}{١٠}$

الجذر التكعيبى للعدد النسبى المكعب الكامل هو عدد نسبى

فمثلًا : $\sqrt[٣]{٨}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{١٠٠٠}}$ جميعها أعداد نسبية

حيث : $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{١٠٠٠}} = \frac{٣}{١٠}$

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الأعداد غير النسبية

الجذر التربيعى للعدد النسبى الذى هو ليس مربعًا كاملاً هو عدد غير نسبى	الجذر التكعيبى للعدد النسبى الذى هو ليس مكعبًا كاملاً هو عدد غير نسبى
فمثلًا : $\sqrt{٢} \notin$ ن لأنه لا يمكن إيجاد عدد نسبى مربعه يساوى ٢ وبالتالى : $\sqrt{٢}$ لا يمكن كتابته على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠ .	فمثلًا : $\sqrt{٤} \notin$ ن لأنه لا يمكن إيجاد عدد نسبى مكعبه يساوى ٤ وبالتالى $\sqrt{٤}$ لا يمكن كتابته على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددين صحيحين ، ب ≠ ٠ .
العدد π أو ط هو عدد غير نسبى (على الرغم من أن : $\frac{٢٢}{٧}$ ، ٣,١٤ ، ٣,١٤٢ أعداد نسبية وكل منها يمثل قيمة تقريبية للعدد غير النسبى π)	**أمثلة أخرى لأعداد غير نسبية** $\sqrt{٥}+١$ ، $١-\sqrt{٧}$ ، $٢\sqrt{٧}$ ، $-\frac{\sqrt{٩}}{٥}$

مجموعة الأعداد غير النسبية يُرمز لها بالرمز ن'

مع ملاحظة أن : ن ، ن' مجموعتان منفصلتان أى أن : $ن \cap ن' = \varnothing$

! ملاحظة

• $(\sqrt{أ})^{٢} = \sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = أ$ حيث أ ≥ ٠

فمثلًا : $(\sqrt{٢})^{٢} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ٢$

• $(\sqrt[٣]{أ})^{٣} = \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{أ} = أ$ حيث أ ∈ ن

فمثلًا : $(\sqrt[٣]{-٧})^{٣} = \sqrt[٣]{-٧} \times \sqrt[٣]{-٧} \times \sqrt[٣]{-٧} = -٧$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

مثال 1

بيِّن أي الأعداد الآتية ينتمي إلى ن وأيها ينتمي إلى ق :

١ $\sqrt{٤٩}$ ، ٢ $-\sqrt{٦٤}$ ، ٣ $\sqrt{\frac{٢٤}{١٦}}$

٤ $\frac{٢٥}{٢٥}$ ، ٥ $\sqrt{٢٥} + \sqrt{١١}$ ، ٦ $\sqrt{\frac{٢٤}{١٦}}$

الحل

١ $\because \sqrt{٤٩} = ٧$ $\therefore \sqrt{٤٩} \in$ ن

٢ $\because -\sqrt{٦٤} = -٨$ $\therefore -\sqrt{٦٤} \in$ ن

٣ $\because \sqrt{\frac{٢٤}{١٦}} = \sqrt{(\frac{٣}{٢})^٢} = \frac{٣}{٢}$ $\therefore \sqrt{\frac{٢٤}{١٦}} \in$ ق

٤ $\because \frac{٢٥}{٢٥} \notin$ ن لأنه ٢ يوجد عدد نسبي مكعبه يساوي $\frac{٢٤}{١٦}$ $\therefore \frac{٢٥}{٢٥} \in$ ق

٥ $\because \sqrt{٢٥} + \sqrt{١١} = ٥ + \sqrt{١١}$

$\because$ ٢ يوجد عدد نسبي مكعبه = ١١ $\therefore \sqrt{١١} \in$ ق

$\therefore (٥ + \sqrt{١١}) \in$ ق $\therefore (\sqrt{٢٥} + \sqrt{١١}) \in$ ن

حاول بنفسك ١

أكمل باستخدام أحد الرمزين $\in$ ، $\notin$:

١ ٣ ..... ن ، ٢ $\sqrt{٢}$ ..... ق ، ٣ ٩ ..... ن

٤ $\sqrt{٩}$ ..... ن ، ٥ -٨ ..... ن ، ٦ $-\sqrt{٨}$ ..... ق

٧ ٠,٤ ..... ق ، ٨ $\sqrt{٠,٤}$ ..... ق ، ٩ $-\sqrt{٠,٤}$ ..... ق

حل المعادلات من ن

مثال 2

إذا كانت س $\in$ ن فأوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ س^٢ = ٠ ، ٢ س^٢ = ٧ ، ٣ $\frac{١}{٢٥}$ س^٢ = $\frac{١}{٤}$

٤ ٦٤ س^٢ − ٢ = ٢٩ ، ٥ (س^٢ − ١٠) (س^٢ − ٤) = صفر

الحل

١ $\because$ س^٢ = ٠ $\therefore$ س = ٠

٢ $\because$ س^٢ = ٧ $\therefore$ س = $\pm\sqrt{٧}$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{\sqrt{٧}, -\sqrt{٧}\}$

٣ $\because \frac{١}{٢٥}$ س^٢ = $\frac{١}{٤}$ $\therefore$ س^٢ = $\frac{٢٥}{٤}$ $\therefore$ س = $\pm\frac{٥}{٢}$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{\frac{٥}{٢}, -\frac{٥}{٢}\}$

٤ $\because$ ٦٤ س^٢ − ٢ = ٢٩ $\therefore$ ٦٤ س^٢ = ٢٩ + ٢ $\therefore$ ٦٤ س^٢ = ٣١

$\therefore$ س^٢ = $\frac{٣١}{٦٤}$ $\therefore$ س = $\pm\frac{\sqrt{٣١}}{٨}$

٥ $\because -\frac{٣}{٤} \in$ ن $\therefore -\frac{٣}{٤} \notin$ ن $\therefore$ مجموعة الحل = $\varnothing$

٥ $\because$ (س^٢ − ١٠) (س^٢ − ٤) = ٠

$\therefore$ إما س^٢ − ١٠ = ٠ أو س^٢ − ٤ = ٠

$\therefore$ س^٢ = ١٠ $\therefore$ س^٢ = ٤

$\therefore$ س = $\pm\sqrt{١٠}$ $\therefore$ س = ±٢

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{\sqrt{١٠}, -\sqrt{١٠}, ٢, -٢\}$

لاحظ أن

استخدمنا مفهوم الجذر التربيعي في إيجاد قيمة س في الخطوة الثانية

إذا كان س^٢ = ٩ فإن س = $\pm\sqrt{٩}$

لاحظ أنه

لأي عددين س ، ص

إذا كان س ص = صفر

فإنه إما س = صفر أو ص = صفر

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة الحل في ن لكل مما يأتي :

١ ٢ س^٢ − ٧ = ٢ ، ٢ $\frac{١}{٩}$ س^٢ − ٥ = ٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

• إذا استخدمنا الآلة الحاسبة لإيجاد قيم بعض الأعداد غير النسبية فسنجد أن :

$\sqrt{٣} \approx$ ١,٤١٤٢... ، $\sqrt{٣} \approx$ ١,٧٣٢٠٥... ، $\sqrt{٥} \approx$ ٢,٢٣٦...

أي أن : العدد غير النسبي يمثل بعدد عشري غير منته وغير دائر

ويمكن استنتاج قيمة تقريبية للعدد غير النسبي بدون استخدام الآلة الحاسبة.

فمثلاً : يمكن إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي $\sqrt{٥}$ كما يلي :

∵ ٤ < ٥ < ٩ (لاحظ أننا اخترنا ٤ ، ٩ لأن كلًا منهما مربع كامل ، والعدد ٥ ينحصر بينهما)

وبأخذ الجذر التربيعي لجميع الأطراف.

∴ $\sqrt{٤} < \sqrt{٥} < \sqrt{٩}$ ∴ ٢ < $\sqrt{٥}$ < ٣

أي أن : $\sqrt{٥}$ = ٢ + كسر أقل من الواحد الصحيح

ولإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{٥}$ نفحص قيم الأعداد التالية : (٢,١)^{٢} ، (٢,٢)^{٢} ، (٢,٣)^{٢}

فمثلاً : (٢,١)^{٢} = ٤,٤١ ، (٢,٢)^{٢} = ٤,٨٤ ، (٢,٣)^{٢} = ٥,٢٩

∵ ٤,٨٤ < ٥ < ٥,٢٩ ∴ $\sqrt{٤,٨٤} < \sqrt{٥} < \sqrt{٥,٢٩}$

∴ ٢,٢ < $\sqrt{٥}$ < ٢,٣

يمكن القول إن : ٢,٢ ، ٢,٣ تعتبر قيم تقريبية للعدد $\sqrt{٥}$

وهكذا يمكن إيجاد قيم أدق للعدد غير النسبي $\sqrt{٥}$

ويمكن استخدام الآلة الحاسبة لتأكيد صحة القيمة التقريبية للعدد $\sqrt{٥}$

ملاحظة

كل عدد غير نسبي تقع قيمته بين عددين نسبيين.

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

مثال ٣

اثبت أن : ١ $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨ ٢ $\sqrt{١٢}$ ينحصر بين ٣,٢ ، ٣,٣

الحل

١ ∵ ($\sqrt{٣}$)^{٢} = $\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$ = ٣ ، (١,٧)^{٢} = ٢,٨٩ ، (١,٨)^{٢} = ٣,٢٤

، ∵ ٢,٨٩ < ٣ < ٣,٢٤ ∴ $\sqrt{٢,٨٩} < \sqrt{٣} < \sqrt{٣,٢٤}$

∴ ١,٧ < $\sqrt{٣}$ < ١,٨ أي أن : $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

ويمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة كما يلي :

∵ $\sqrt{٣} \approx$ ١,٧٣ ، ∵ ١,٧ < ١,٧٣ < ١,٨

∴ ١,٧ < $\sqrt{٣}$ < ١,٨ ∴ $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

٢ ∵ ($\sqrt{١٢}$)^{٢} = $\sqrt{١٢} \times \sqrt{١٢}$ = ١٢

، (٣,٢)^{٢} = ١٠,٦٤٨ ، (٣,٣)^{٢} = ١٢,١٦٧

، ∵ ١٠,٦٤٨ < ١٢ < ١٢,١٦٧ ∴ $\sqrt{١٠,٦٤٨} < \sqrt{١٢} < \sqrt{١٢,١٦٧}$

∴ ٣,٢ < $\sqrt{١٢}$ < ٣,٣ أي أن : $\sqrt{١٢}$ ينحصر بين ٣,٢ ، ٣,٣

ويمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة كما يلي :

∵ $\sqrt{١٢} \approx$ ٣,٤٨٩ ، ∵ ٣,٢ < ٣,٤٨٩ < ٣,٣

∴ ٣,٢ < $\sqrt{١٢}$ < ٣,٣ ∴ $\sqrt{١٢}$ ينحصر بين ٣,٢ ، ٣,٣

حاول بنفسك ٣

١ أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما $\sqrt{١٣}$

٢ أثبت أن $\sqrt{٧}$ ينحصر بين ٢,٦ ، ٢,٧

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد

• إذا رسمنا المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في ب بحيث يكون :

أ ب = ١ وحدة طول ، ب حـ = ٢ وحدة طول

فحسب نظرية فيثاغورس يكون :

(أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

= (١)^{٢} + (٢)^{٢} = ١ + ٤ = ٥

∴ أ حـ = $\sqrt{٥}$ وحدة طول

أي أن : طول $\overline{أ حـ}$ يمثل العدد غير النسبي $\sqrt{٥}$

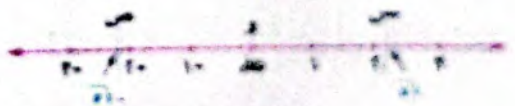


• إذا رسمنا خط الأعداد وفتحنا الفرجار فتحة مساوية لطول $\overline{أ حـ}$

ثم ركزنا في النقطة و التي تمثل العدد صفر ورسمنا قوسًا يقطع خط الأعداد في النقطة س

على يمين النقطة و

فإن النقطة س تمثل العدد $\sqrt{٥}$ على خط الأعداد.



• وبنفس الفتحة إذا ركزنا بالفرجار في النقطة و ورسمنا قوسًا يقطع خط الأعداد في النقطة ص

فإن النقطة ص تمثل العدد $-\sqrt{٥}$ على خط الأعداد.

ملحوظة هامة

كل عدد غير نسبي يمكن تمثيله بنقطة على خط الأعداد.

Activity

إذا رسمنا المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في ب بحيث يكون

أ ب = ٢ وحدة طول ، أ حـ = ٣ وحدة طول فإن

(ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} - (أ ب)^{٢} = (٣)^{٢} - (٢)^{٢} = ٩ - ٤ = ٥

أي أن : ب حـ = $\sqrt{٥}$ وحدة طول

ويمكن استخدام طول $\overline{ب حـ}$ في تعيين النقطة التي تمثل $\sqrt{٥}$ أو - $\sqrt{٥}$

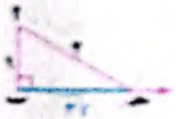


• مما سبق نستنتج أنه :

للحصول على قطعة مستقيمة طولها يساوي العدد غير النسبي $\sqrt{٣}$ فإننا نبحث عن عددين مجموع مربعيهما أو الفرق بين مربعيهما يساوي ٣ ونستخدمهما في رسم المثلث القائم الزاوية.

والأشكال التالية سوف تساعدنا في إيجاد عددين الفرق بين مربعيهما يساوي مربع العدد غير النسبي.

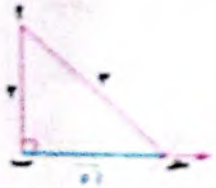
• لرسم قطعة مستقيمة طولها = $\sqrt{٣}$ وحدة طول



فإن : طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٣-١}{٢}$ = ١ وحدة طول

وطول وتر المثلث = $\frac{١+٣}{٢}$ = ٢ وحدة طول

• لرسم قطعة مستقيمة طولها = $\sqrt{٥}$ وحدة طول



فإن : طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٥-١}{٢}$ = ٢ وحدة طول

وطول وتر المثلث = $\frac{١+٥}{٢}$ = ٣ وحدة طول

• لرسم قطعة مستقيمة طولها = $\sqrt{٦}$ وحدة طول



فإن : طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٦-١}{٢}$ = ٢$\frac{١}{٢}$ وحدة طول

وطول وتر المثلث = $\frac{١+٦}{٢}$ = ٣$\frac{١}{٢}$ وحدة طول

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ALtFwoK.Com

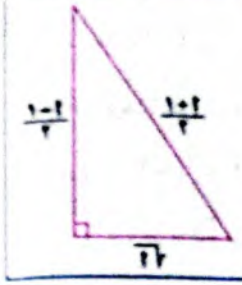
ويصفة عامة :

لرسم قطعة مستقيمة طولها = $\sqrt{\text{أ}}$ وحدة طول حيث أ > ١

نرسم مثلثًا قائم الزاوية فيه :

طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{\text{أ} - ١}{٢}$ وحدة طول

، طول وتر المثلث = $\frac{\text{أ} + ١}{٢}$ وحدة طول



مثال ٤

ارسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{٧}$ وحدة طول واستخدمها فى تعيين النقط التى تمثل الأعداد الآتية :

١ $\sqrt{٧}$ | ٢ $\sqrt{٧}$ - | ٣ $\sqrt{٧}$ + ١

٤ $\sqrt{٧}$ - ٢ | ٥ $\sqrt{٧}$ ٢

الحل



• نرسم Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب بحيث يكون :

أ ب = $\frac{٧ - ١}{٢}$ = ٣ وحدة طول ، أ حـ = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤ وحدة طول

فيكون : (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} - (أ ب)^{٢} = ١٦ - ٩ = ٧

∴ ب حـ = $\sqrt{٧}$ وحدة طول

١ باستخدام الفرجار وبفتحة مساوية لطول $\overline{\text{ب حـ}}$

نركز فى و ونرسم قوسًا يقطع خط الأعداد

على يمين النقطة و فى نقطة س

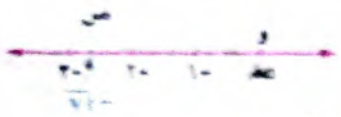
فتكون : النقطة س هى التى تمثل العدد $\sqrt{٧}$



٢ بنفس الفتحة نركز فى و ونرسم قوسًا يقطع

خط الأعداد على يسار و فى نقطة ص

فتكون : النقطة ص هى النقطة التى تمثل العدد - $\sqrt{٧}$



٣ بنفس الفتحة نركز فى النقطة التى تمثل العدد ١

على خط الأعداد ونرسم قوسًا على يمين هذه

النقطة ليقطع خط الأعداد فى النقطة ع

فتكون : النقطة ع هى النقطة التى تمثل العدد ١ + $\sqrt{٧}$

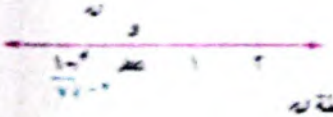


٤ بنفس الفتحة نركز فى النقطة التى

تمثل العدد ٢ على خط الأعداد ونرسم قوسًا

على يسار هذه النقطة ليقطع خط الأعداد فى النقطة ه

فتكون : النقطة ه هى النقطة التى تمثل العدد ٢ - $\sqrt{٧}$



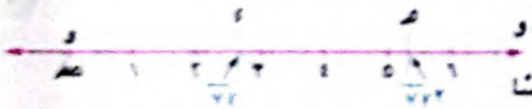
٥ بنفس الفتحة نركز فى نقطة و

على خط الأعداد ونرسم قوسًا

على يمين النقطة و ليقطع خط الأعداد فى نقطة ء ثم بنفس الفتحة نركز فى ء ونرسم قوسًا

آخر على يمين النقطة ء ليقطع خط الأعداد فى نقطة ص

فتكون : النقطة ص هى النقطة التى تمثل العدد ٢ $\sqrt{٧}$



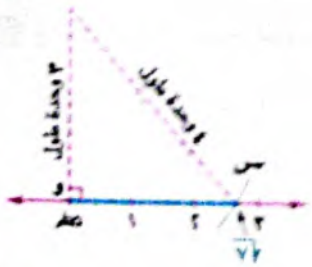
! ملاحظة

فى المثال السابق يمكن تعيين النقطة التى

تمثل العدد $\sqrt{٧}$ على خط الأعداد برسم

المثلث القائم مباشرة على خط الأعداد

كما بالشكل المقابل.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2 على مجموعة الأعداد غير النسبية (ن)

١ في كل مما يأتي بيّن نوع كل عدد من حيث كونه نسبيًا أم غير نسبي :

١ $\sqrt{٣}$	٢ $٢\frac{١}{٢}$	٣ ٢,٠٩	٤ $٢,٣ \times ١٠^{-١}$
٥ $-\sqrt{٣٦}$	٦ $\sqrt{٣٦}$	٧ $\sqrt{٧}$	٨ صفر
٩ $\sqrt{١}$	١٠ $\sqrt{\frac{٢٥}{٨١}}$	١١ $\sqrt{\frac{٢٥}{١٢}}$	١٢ $\sqrt{\frac{١}{٢}}$
١٣ $\sqrt{\frac{٢}{٨}}$	١٤ $\sqrt{٠,٣٤٣}$	١٥ $\frac{\pi}{٢}$	١٦ $(-٥)^{\text{صفر}}$
١٧ $\frac{\text{صفر}}{٢}$	١٨ $\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{١٦}}$	١٩ $\sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$	٢٠ $\sqrt{١١} - \sqrt{٤}$

٢ أوجد قيمة تقريبية لكل من الأعداد الآتية :

١ $\sqrt{١١}$ لأقرب جزء من مائة.
٢ $\sqrt{٧}$ لأقرب جزء من عشرة.
٣ $\sqrt{٩٠}$ لأقرب جزء من عشرة.

٣ أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما كل مما يأتي :

١ $\sqrt{٥}$ ٢ $\sqrt{١٢}$ ٣ $\sqrt{١٠٠}$ ٤ $-\sqrt{٢٠٠}$

٤ إذا كان س عددًا صحيحًا فأوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :

١ س < $\sqrt{٢}$ < س + ١ ، ٢ س < $\sqrt{٨٠}$ < س + ١ ، ٣ س < $\sqrt{٥}$ < س + ١ ، ٤ س < $\sqrt{٥٠}$ < س + ١ ، ٥ س < $\sqrt{١٠٠}$ < س + ١ ، ٦ س < |$-\sqrt{٢٥}$| < س + ١

٥ أوجد قيمة تقريبية لكل من الأعداد الآتية وتحقق من صحة إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة :

١ $\sqrt{٩٠}$ ٢ $\sqrt{١١}$ ٣ $\sqrt{١٠٢}$ ٤ $\sqrt{٩٠}$

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد غير النسبي في الأعداد التالية هو
(أ) $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ (ب) $\sqrt{٨}$ (ج) $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ (د) $\sqrt{٩}$

٢ إذا كان : س = $\sqrt{٢}$ ، ص = ٢ فأي مما يلي لا يمثل عددًا نسبيًا ؟
(أ) $س^{٢} + ص$ (ب) $س + ص^{٢}$ (ج) $\sqrt{س^{٢} ص}$ (د) $٢\sqrt{س ص}$

٣ العدد غير النسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو .....
(أ) $\sqrt{١٠}$ (ب) $\sqrt{٧}$ (ج) ٢,٥ (د) $\sqrt{٣}$

٤ العدد غير النسبي المحصور بين -٢ ، -١ هو .....
(أ) -٣ (ب) $-١\frac{١}{٢}$ (ج) $-\sqrt{٣}$ (د) $\sqrt{٢}$

٥ $\sqrt{١٠}$ = ...
(أ) ٢,٩٩ (ب) ٣,١٦ (ج) ٣ (د) ٣,٢-

٦ أقرب عدد صحيح للعدد $\sqrt{٢٥}$ هو .....
(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١٢,٥

٧ إذا كانت : ن ∈ ص ، ن > $\sqrt{٢٦}$ > ن + ١ فإن : ن = ...
(أ) ٢٥ (ب) ٥ (ج) ٥- (د) ٢٤

٨ طول ضلع مربع مساحته ٦ سم^{٢} هو عدد .....
(أ) طبيعي. (ب) صحيح. (ج) نسبي. (د) غير نسبي.

٩ المربع الذي طول ضلعه $\sqrt{٣}$ سم تكون مساحته ..... سم^{٢}
(أ) $\sqrt{٤}$ (ب) ٩ (ج) ٣ (د) ٦

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

٦ الجذر التربيعي لعدد

٦ في الربع الذي مساحته ١٠ سم² يكون طول ضلعه ..... سم

(أ) ٢ (ب) ٣٠ (جـ) $\sqrt{١٠}$ (د) $-\sqrt{١٠}$

٧ مجموعة حل المعادلة (س − $\sqrt{٥}$)(س + $\sqrt{٣}$) = صفر في ح هي

(أ) $\{\sqrt{٥}\}$ (ب) $\{-\sqrt{٣}\}$

(جـ) $\{-\sqrt{٥}، \sqrt{٣}\}$ (د) $\{\sqrt{٥}، -\sqrt{٣}\}$

٨ أوجد قيمة س في كل مما يأتي وبيّن ما إذا كانت س ∈ ن أم س ∈ ح :

١ س² = ٢٠ ..... ٢ س² = ٣٠ .....

٣ س² = ١٢٥ ..... ٤ ٤ س² = ٩ .....

٥ ٠,١ س² = ١٠ ..... ٦ ٣ س² = ٢٧ .....

٧ (س − ٢)² = ٤ ..... ٨ ١٠٠٠٠ س² = ٨٠ .....

٩ (س − ٥)² = ١٠ .....

٩ أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

١ س² = ١٣ ٢ س² = ١١

٣ $\frac{٥}{٤}$ س² = $\frac{٣}{٥}$ ٤ $\frac{٥}{٤}$ س² = ٢٠

٥ ١٢٥ س² − ٧ = ٢٠ ٦ $\frac{١}{٤}$ س² + ٢ = ١١

٧ (س² + ٥)(س² − ٣) = صفر ٨ (س + $\sqrt{٧}$)(س² − ٦) = صفر

١٠ اثبت أن :

١ $\sqrt{٢}$ ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥ ٢ $\sqrt{١١}$ ينحصر بين ٣,٣١ ، ٣,٣٢

٣ $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٧٣ ٤ $\sqrt{١٥}$ ينحصر بين ٣,٨ ، ٣,٩

٥ $-\sqrt{١٧}$ ينحصر بين −٤,١٣ ، −٤,١٢ ٦ $\sqrt{٣} + ١٠$ ينحصر بين ١١,٧ ، ١١,٨

١٢ عين النقطة التي تمثل كلاً من الأعداد الآتية على خط الأعداد

١ $\sqrt{٢}$ ٢ $-\sqrt{١٠}$ ٣ $\sqrt{١٠}$

٤ $\sqrt{٢} + ١٠$ ٥ $\sqrt{٢} - ٢$ ٦ $\sqrt{٢} - ٩$

١٣ ارسم خط الأعداد وحدد عليه النقطة أ التي تمثل العدد $\sqrt{٢}$ والنقطة ب التي تمثل العدد $\sqrt{٢} + ١٠$ والنقطة جـ التي تمثل العدد $-\sqrt{٢}$

١٤ ارسم المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب حيث أ ب = ١ سم ، ب جـ = ٢ سم

واستخدم الشكل في تعيين النقط التي تمثل الأعداد الآتية على خط الأعداد

١ $\sqrt{١٠}$ ٢ $-\sqrt{١٠}$

٣ $\sqrt{٢} + ١٠$ ٤ $\sqrt{١٠} - ٢$

١٥ احسب طول ضلع وطول قطر المربع الذي مساحته ١٠ سم² ..... سم ، $\sqrt{٢٠}$ سم

تطبيق حياتي

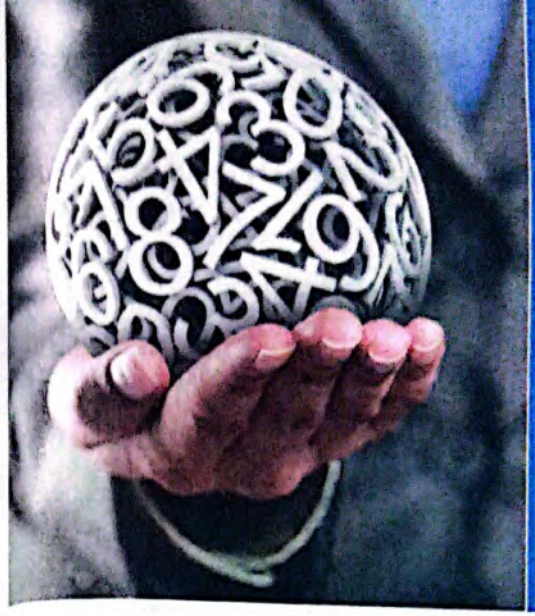
١٦ بسبب الرياح تكسر الجزء العلوي من شجرة طولها ٣ أمتار فصنع مع سطح الأرض زاوية ما ، فإذا كان طول الجزء الثابت فوق الأرض من الشجرة ١ متر فأوجد المسافة بين قاعدة الشجرة ونقطة تلاقي قمتها مع الأرض

..... $\sqrt{٢}$ متر

للمتفوقين

١٧ بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ينحصر بين ٣ ، ٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 3

مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) - علاقة الترتيب فى ح

مجموعة الأعداد الحقيقية

هى المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية

ويرمز لها بالرمز ح

أى أن : ح = ن ∪ ن' (كما بالشكل المقابل)

، مع ملاحظة أن : ن ∩ ن' = ∅



• وشكل فن المقابل يوضح أن :

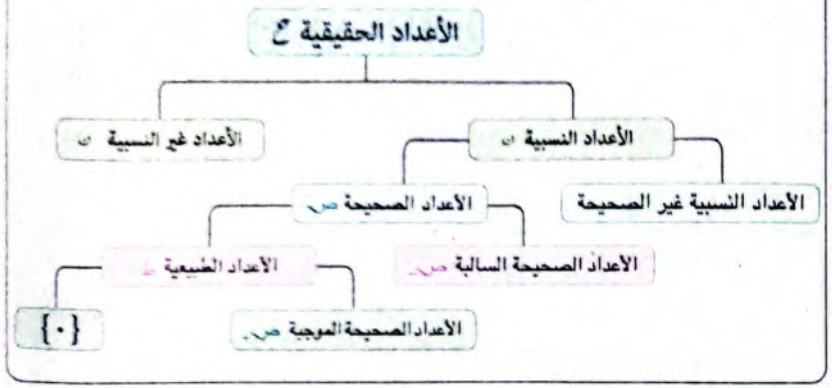
ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح

، ن' ⊂ ح



موقع التفوق
ALTFWOK.COM

• والمخطط التالى يوضح العلاقة بين مجموعات الأعداد التى سبق دراستها حتى الآن :



علاقة الترتيب فى (ح)

• كل عدد حقيقى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد.

• مجموعة الأعداد الحقيقية هى مجموعة مرتبة.

• إذا كانت النقطة التى تمثل العدد س تقع على يسار النقطة التى تمثل العدد ص

كما بالشكل المقابل فإن : س < ص أ، ص > س



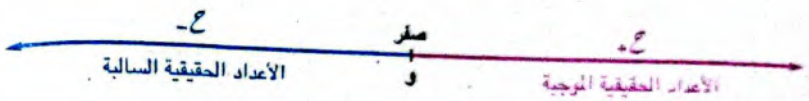
• كل عدد حقيقى تقع النقطة التى تمثله على يمين نقطة الأصل (و) يكون أكبر من الصفر وجميع هذه الأعداد تكون مجموعة من الأعداد تُسمى مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ويرمز لها بالرمز ح+

ح+ = {س : س ∈ ح ، س > صفر}

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

• كل عدد حقيقى تقع النقطة التى تمثله على يسار نقطة الأصل (و) يكون أصغر من الصفر وجميع هذه الأعداد تكون مجموعة من الأعداد تُسمى مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة ويرمز لها بالرمز $ح_-$.

$$ح_- = \{س : س \in ح ، س < صفر\}$$



! ملاحظات

• $ح_- \cap ح_+ = \varnothing$

• $ح = ح_- \cup \{٠\} \cup ح_+$

• العدد «صفر» ليس موجبًا وليس سالبًا.

• $ح_- \cup \{٠\} = \{س : س \in ح ، س \leq ٠\}$ وتسمى مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة.

• $ح_+ \cup \{٠\} = \{س : س \in ح ، س \geq ٠\}$ وتسمى مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة.

• يرمز للأعداد الحقيقية بدون الصفر بالرمز $ح^*$

أى أن : $ح^* = ح - \{٠\} = ح_- \cup ح_+$

مثال 1

رتب تصاعديًا الأعداد الآتية : $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{٦٨}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، -٨ ، ٧ ، $-\sqrt{٣٢}$

الحل

• نرتب أولاً الأعداد الموجبة وهى : $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{٦٨}$ ، ٧

∵ $٧ = \sqrt{٤٩}$ ، ∵ $٧٥ > ٦٨ > ٤٩$ ∴ $\sqrt{٧٥} > \sqrt{٦٨} > \sqrt{٤٩}$

أى أن : $\sqrt{٧٥} > \sqrt{٦٨} > ٧$

• ثم نرتب الأعداد السالبة وهى : $-\sqrt{٤٥}$ ، -٨ ، $-\sqrt{٣٢}$

∵ $٨ = \sqrt{٦٤}$ ، ∵ $٦٤ < ٤٥ < ٣٢$

∴ $\sqrt{٦٤} < \sqrt{٤٥} < \sqrt{٣٢}$

∴ $-\sqrt{٦٤} > -\sqrt{٤٥} > -\sqrt{٣٢}$

أى أن : $-٨ > -\sqrt{٤٥} > -\sqrt{٣٢}$

∴ الترتيب التصاعدى هو : -٨ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $-\sqrt{٣٢}$ ، ٧ ، $\sqrt{٦٨}$ ، $\sqrt{٧٥}$

! ملاحظة

يمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة عن طريق إيجاد قيم تقريبية للجذور.

مثال 2

اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين العددين ١١ ، ١٢

الحل

∵ $(١١)^٢ = ١٢١$ ، $(١٢)^٢ = ١٤٤$

∴ ١٢٥ ، ١٢٦ ، ١٣٠ ثلاثة أعداد صحيحة تنحصر بين ١٢١ ، ١٤٤

∴ $١٢١ < ١٢٥ < ١٢٦ < ١٣٠ < ١٤٤$

∴ $\sqrt{١٢١} < \sqrt{١٢٥} < \sqrt{١٢٦} < \sqrt{١٣٠} < \sqrt{١٤٤}$

∴ الأعداد غير النسبية المطلوبة هى : $\sqrt{١٢٥}$ ، $\sqrt{١٢٦}$ ، $\sqrt{١٣٠}$

لاحظ أنه
توجد أعداد غير نسبية أخرى تنحصر بين ١١ ، ١٢

موقع التفوق
ALTFW0٧٢.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

على مجموعة الأعداد الحقيقية ℝ
Ability التوليف في ℝ



٤ إذا كان : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ عددين حقيقيين بين صفر ، ١ فإن : ٢ = ...

(أ) -٢ (ب) ١ (جـ) $\sqrt{٥}$ (د) ٢

١٢ إذا كان : س ∈ ح ، ص ∈ ح ، وكان س^{٢} > ص^{٢} فإن : .....

(أ) س < ص (ب) س > ص (جـ) س = ص (د) س ≥ ص

١٣ $\sqrt{(\pi - ٢)^{٢}}$ ..... (٢ - π) (حيث π النسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها)

(أ) = (ب) > (جـ) < (د) ≥

١٤ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ١ = ٠ في ح هي .....

(أ) {-١} (ب) {١ ، -١} (جـ) {١} (د) ∅

٥ رتب الأعداد الآتية ترتيبًا تصاعديًا :

١ $\sqrt{٨}$ ، $-\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $-\sqrt{٧}$ ، $-\sqrt{١١}$

٢ $\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٠,٦ ، $-\sqrt{١}$

٦ رتب الأعداد الآتية ترتيبًا تنازليًا :

١ $\sqrt{٦٢}$ ، ٨ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

٢ $\sqrt{٦}$ ، ٩ ، $-\sqrt{١٠}$ ، $-\sqrt{٧}$ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{١٠١}$

٧ اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية موجبة أصغر من ٢

٨ اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية سالبة أكبر من $-\sqrt{٦}$

٩ اكتب أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين ١٥ ، ١٧

١٠ ألبت أن :

$\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨ ومثل الأعداد $\sqrt{٣}$ ، ١,٧ ، ١,٨ على خط الأعداد.

موقع التفوق
ALTFW٥١٤.com

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ح = ...

(أ) ش ∪ ش$'$ (ب) ص$_{ن}$ ∪ ص$_{ن}'$ (جـ) ح$_{ن}$ ∪ ح$_{ن}'$ (د) ط ∪ ح$_{ن}'$

٢ ش ∩ ش$'$ = ...

(أ) ش (ب) ش$'$ (جـ) ح (د) ∅

٣ ش ∪ ش$'$ = ...

(أ) ∅ (ب) ح (جـ) ش (د) ش$'$

٤ ح$_{ن}$ ∩ ح$_{ن}'$ = ...

(أ) ∅ (ب) ح (جـ) ح$_{ن}$ (د) ح$_{ن}'$

٥ ح$_{ن}$ ∪ ح$_{ن}'$ = ...

(أ) ح (ب) ∅ (جـ) ح$_{ن}$ (د) ح*

٦ ح - ش$'$ = ...

(أ) ح (ب) ∅ (جـ) ش (د) {٠}

٧ ح - ش = ...

(أ) ش$'$ (ب) ح (جـ) ∅ (د) {٠}

٨ ح$_{ن}$ ∩ {-١ ، ٠ ، ١} = ...

(أ) {٠ ، ١} (ب) {١} (جـ) {٠} (د) ∅

٩ {س : س ∈ ح ، س < ٠} = ...

(أ) ح$_{ن}$ (ب) ح$_{ن}'$ (جـ) ح* (د) ح

١٠ إذا كانت س عددًا حقيقيًا سالبًا فأى من الأعداد الآتية يمثل عددًا موجبًا ؟

(أ) س^{٢} (ب) س^{٣} (جـ) ٢ س (د) $\frac{\text{س}}{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٢ حل المعادلات الآتية لأقرب جزء من مائة علمًا بأن س ∈ ح :

(١) س^{٢} − ٦ = ٠
(٢) $\frac{٣}{٤}$ س^{٢} = ٢٤
(٣) $\frac{١}{٢}$ س^{٢} − ٥ = ٠
(٤) ٥ س^{٢} + ٣ = ٢
(٥) $\frac{٣}{٤}$ س^{٢} + ٢ = −١١
(٦) $\frac{٢}{س^{٢}}$ + ٥ = ٢١ ، س ≠ ٠
(٧) (س^{٢} − ٩) (س^{٢} − ٥) = ٠
(٨) (٢ س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ١) = ٠

تطبيقات هندسية

١٣ أوجد طول ضلع مربع مساحته ٧ سم^{٢} ، هل طول ضلعه وطول قطره عددان نسبيان ؟
√٧ سم ، √١٤ سم.

١٤ أوجد طول حرف مكعب حجمه ١,٧٢٨ سم^{٣} ، هل طول الحرف عدد نسبى ؟ ٦/٥ سم.

١٥ مكعب مساحته الكلية ١٣,٥ سم^{٢} ، أوجد طول حرفه ، هل طول الحرف عدد نسبى ؟
١,٥ سم.

١٦ مربع طول ضلعه ٦ سم ، أوجد طول قطره. √٧٢ سم.

١٧ مربع مساحته ٣٢ سم^{٢} ، أوجد طول ضلعه وكذلك طول قطره. √٣٢ سم ، ٨ سم.

١٨ مثلث قائم الزاوية متساوى الساقين طول أحد ضلعى القائمة ٥ سم ، أوجد طول وتره.
√٥٠ سم.

١٩ مستطيل بعداه ٥ ، ٧ من السنتيمترات ، أوجد طول قطره ، وإذا كانت مساحته تساوى مساحة مربع فأوجد طول ضلع المربع وكذا طول قطره. √٧٤ سم ، √٣٥ سم ، √٧٠ سم.

للمتفوقين

٢٠ بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : √٣ > √٢

٢١ عددان حقيقيان مجموع مربعيهما ٧ وأكبرهما ٢ فأوجد العدد الآخر. ± √٣



الدرس 4

الفترات

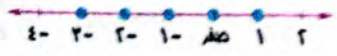
تمهيد

• من خلال دراستك السابقة تعرفت على الطرق المختلفة للتعبير عن المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الطبيعية ، والمجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الصحيحة وكيفية تمثيلها على خط الأعداد.

فمثلًا :

إذا كانت : س = مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوى −٣ والأصغر من ٢

* فإنه يمكن التعبير عن المجموعة س بطريقة الصفة المميزة كالتالى : ← س = {أ : أ ∈ ص ، −٣ ≤ أ < ٢}
* كما يمكن التعبير عنها بطريقة السرد كالتالى : ← س = {−٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١}
* وتمثل المجموعة س على خط الأعداد كما بالشكل : ←



• والسؤال هل من الممكن استخدام نفس الطرق السابقة للتعبير عن المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وتمثيلها على خط الأعداد ؟!!

بفرض أن : ح = مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوى −٣ والأصغر من ٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* فإنه يمكن التعبير عن المجموعة ك بطريقة الصفة المميزة كالتالى :

ك = {أ : أ ∈ ح ، -٣ ≤ أ < ٢}

* ولكنه من المستحيل التعبير عن هذه المجموعة عن طريق سرد جميع عناصرها لأننا نعلم أنه بين كل عددين حقيقيين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد الحقيقية.

* ولنفس السبب لا يمكن تمثيل المجموعة ك على خط الأعداد بنقاط منفصلة كما بالشكل السابق ذكره.

ولذلك نستخدم طريقة أخرى للتعبير عن المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية وهى «الفترات» وفيما يلى أنواع الفترات :

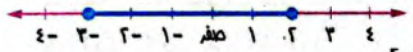
أولاً الفترات المحدودة

أ الفترة المغلقة

* المجموعة {س : س ∈ ح ، -٣ ≤ س ≤ ٢} تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية التى تتكون من العددين -٣ ، ٢ وجميع الأعداد الحقيقية المحصورة بينهما ونرمز لها بالرمز [-٣ ، ٢] وتُسمى «فترة مغلقة».

لاحظ أنه
عند كتابة الفترة يجب كتابة العدد الأصغر أولًا.

* ونمثلها على خط الأعداد كما بالشكل :



* لاحظ أن : -٣ ∈ [-٣ ، ٢] ، ٢ ∈ [-٣ ، ٢]

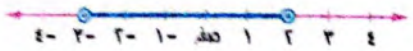
ونعبر عن ذلك برسم دائرتين مظللتين عند النقطتين اللتين تمثلان العددين -٣ ، ٢

ب الفترة المفتوحة

* المجموعة {س : س ∈ ح ، -٣ < س < ٢} تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية المحصورة بين العددين -٣ ، ٢ ولا يدخل ضمنها العددان -٣ ، ٢

ونرمز لها بالرمز] -٣ ، ٢ [وتُسمى «فترة مفتوحة».

* ونمثلها على خط الأعداد كما بالشكل :



* لاحظ أن : -٣ ∉] -٣ ، ٢ [، ٢ ∉] -٣ ، ٢ [

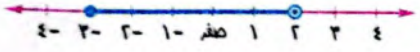
ونعبر عن ذلك برسم دائرتين غير مظللتين عند النقطتين اللتين تمثلان العددين -٣ ، ٢

جـ الفترة نصف المفتوحة «نصف المغلقة»

١ المجموعة {س : س ∈ ح ، -٣ ≤ س < ٢} تعبر عن العدد -٣ وجميع الأعداد الحقيقية المحصورة بينه وبين العدد ٢ دون أن يكون العدد ٢ ضمنها

ونرمز لها بالرمز [-٣ ، ٢] وتُسمى «فترة نصف مفتوحة أو نصف مغلقة».

* ونمثلها على خط الأعداد كما بالشكل :

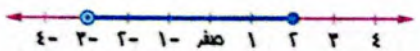


* لاحظ أن : -٣ ∈ [-٣ ، ٢ [، ٢ ∉ [-٣ ، ٢ [

٢ المجموعة {س : س ∈ ح ، -٣ < س ≤ ٢} تعبر عن العدد ٢ وجميع الأعداد الحقيقية المحصورة بينه وبين العدد -٣ دون أن يكون العدد -٣ ضمنها

ونرمز لها بالرمز] -٣ ، ٢] وتُسمى «فترة نصف مفتوحة أو نصف مغلقة».

* ونمثلها على خط الأعداد كما بالشكل :



* لاحظ أن : -٣ ∉] -٣ ، ٢] ، ٢ ∈] -٣ ، ٢ [

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أولاً: الفترات على خط الأعداد

① المجموعة {س : س ∈ ح ، س ≥ ٢} تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية التي تكون كل منها أكبر من العدد ٢ بمجموع الأعداد الحقيقية الأكبر من ٢ بلا نهاية .

ويرمز لها بالرمز [٢ ، ∞[حيث الرمز ∞ يقرأ موجب ما لا نهاية وهو ٢ يعبر عن عدد حقيقي .

• ويمكننا تمثيل هذه الأعداد كما بالشكل

• ∴ المدى = [٢ ، ∞[

② المجموعة {س : س ∈ ح ، س > ٢} تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من العدد ٢ بلا نهاية ، ويرمز لها بالرمز]٢ ، ∞[

• ويمكننا تمثيل هذه الأعداد كما بالشكل

• ∴ المدى =]٢ ، ∞[

③ المجموعة {س : س ∈ ح ، س ≤ ٢} تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية التي تكون كل منها أصغر من العدد ٢ بمجموع الأعداد الحقيقية الأصغر من ٢ بلا نهاية .

ويرمز لها بالرمز]-∞ ، ٢] حيث الرمز -∞ يقرأ سالب ما لا نهاية وهو ٢ يعبر عن عدد حقيقي .

• ويمكننا تمثيل هذه الأعداد كما بالشكل

• ∴ المدى =]-∞ ، ٢]

④ المجموعة {س : س ∈ ح ، س < ٢} تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من العدد ٢ بلا نهاية ويرمز لها بالرمز]-∞ ، ٢[

• ويمكننا تمثيل هذه الأعداد كما بالشكل

• ∴ المدى =]-∞ ، ٢[

• ويمكن التعبير عما سبق رمزيًا في الجدول التالي علمًا بأن أ ∈ ح ، ب ∈ ح ، ب > أ

نوع الفترة	اسم الفترة	الفترة	التعبير عنها بطريقة المجموعة	تمثيلها على خط الأعداد	الصفات
الفترة المحدودة	المغلقة	[أ ، ب]	{س : س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب}		أ ≤ س ≤ ب
	المفتوحة	]أ ، ب[	{س : س ∈ ح ، أ < س < ب}		أ < س < ب
	نصف المفتوحة	[أ ، ب[	{س : س ∈ ح ، أ ≤ س < ب}		أ ≤ س < ب
		]أ ، ب]	{س : س ∈ ح ، أ < س ≤ ب}		أ < س ≤ ب
الفترة غير المحدودة		[أ ، ∞[	{س : س ∈ ح ، س ≥ أ}		س ≥ أ
		]أ ، ∞[	{س : س ∈ ح ، س > أ}		س > أ
		]-∞ ، ب]	{س : س ∈ ح ، س ≤ ب}		س ≤ ب
		]-∞ ، ب[	{س : س ∈ ح ، س < ب}		س < ب
		]-∞ ، ∞[	ح		س ∈ ح

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملحوظات

- $ح_{\cdot} =]-\infty ، \infty[$ $\quad ح_{+} =]\cdot ، \infty[$ $\quad ح_{-} =]-\infty ، \cdot[$
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة $= ح_{+} \cup \{\cdot\} = [\cdot ، \infty[$
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة $= ح_{-} \cup \{\cdot\} =]-\infty ، \cdot]$

مثال 1

اكتب كلًّا من المجموعات الآتية على صورة فترة ثم مثلها على خط الأعداد :

١ $\{س : س \in ح ، -٣ < س \geq \cdot\}$ | ٢ $\{أ : أ \in ح ، ١ \leq أ \leq -٢\}$

٣ $\{س : س \in ح ، س > \cdot\}$ | ٤ $\{ص : ص \in ح ، -١ \leq ص\}$

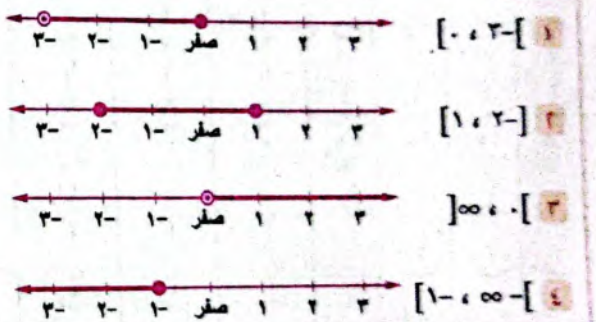
الحل

١ $]-٣ ، \cdot]$

٢ $[-٢ ، ١]$

٣ $]\cdot ، \infty[$

٤ $]-\infty ، -١]$



مثال 2

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ٤ ∋ .....

(أ) $]٤ ، ٧]$ (ب) $[-٤ ، ٤[$ (جـ) $]٢ ، ٥[$ (د) $[-١١ ، -٤]$

٢ $\sqrt[٣]{-٨}$ ..... $[-٨ ، -٢]$

(أ) ∋ (ب) ∌ (جـ) ⊃ (د) ⊅

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٣ $\{١ ، ٦\}$ ..... $]١ ، ٦[$

(أ) ∋ (ب) ∌ (جـ) ⊃ (د) ⊅

٤ إذا كانت : س ∋ $[-٥ ، \infty[$ فإن : .....

(أ) س > -٥ (ب) س ≤ -٥ (جـ) س < -٥ (د) س ≥ -٥

٥ مجموع الأعداد الحقيقية فى الفترة $[-٣ ، ٣[$ هو .....

(أ) -٦ (ب) -٣ (جـ) صفر (د) ٦

الحل

١ (جـ)

٢ (ب) تفسير الحل : ∵ $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$ ، الفترة $[-٨ ، -٢[$ مفتوحة عند -٢

∴ $-٢ \notin [-٨ ، -٢[$

٣ (د) تفسير الحل : لأن : $١ \notin]١ ، ٦]$ لأن الفترة مفتوحة عند ١

٤ (ب)

٥ (ب) تفسير الحل : لأن كل عدد ينتمى إلى الفترة له معكوس جمعى ما عدا -٣

لأن $٣ \notin [-٣ ، ٣[$

حاول بنفسك 1

أكمل كلًّا مما يأتى باستخدام أحد الرموز ∋ ، ∌ ، ⊃ ، ⊅ :

١ -١ ..... $[-٤ ، -١[$

٢ $\frac{١}{٢}$ ..... $]\cdot ، ١[$

٣ $\{٢ ، ٤\}$ ..... $[٢ ، ٥[$

٤ $\sqrt[٣]{٧}$ ..... $]٢ ، ٣[$

٥ $\{-١ ، \cdot ، ١\}$ ..... $[\cdot ، ١[$

٦ |-٥| ..... $]-\infty ، \cdot[$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

العمليات على الفترات

درسنا فيما سبق المجموعات وإجراء عمليات التقاطع والاتحاد والفرق والمكملة عليها.

فمثلاً :

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} فإن :

- س ∩ ص = مجموعة العناصر المشتركة بين س و ص = {٣ ، ٤}
- س ∪ ص = مجموعة العناصر الموجودة فى س أو ص دون تكرار

= {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

- س − ص = مجموعة العناصر الموجودة فى س وغير موجودة فى ص = {١ ، ٢}
- ص − س = مجموعة العناصر الموجودة فى ص وغير موجودة فى س = {٥ ، ٦}
- وإذا كانت المجموعة الشاملة ش = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}

فإن : مكملة س والتى يرمز لها بالرمز س' = ش − س

أى أن : س' = مجموعة العناصر الموجودة فى ش وغير موجودة فى س = {٥ ، ٦ ، ٧}

والأمثلة التالية توضح إجراء عمليات التقاطع والاتحاد والفرق على الفترات :

مثال ٣

إذا كانت : س = [−٣ ، ٣] ، ص = [−١ ، ٥[فأوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∪ ص ٢ س ∩ ص ٣ س − ص ٤ ص − س

الحل

١ س ∪ ص = [−٣ ، ٥[

٢ س ∩ ص = [−١ ، ٣]

٣ س − ص = [−٣ ، −١[

٤ ص − س =]٣ ، ٥[

مثال ٤

أوجد كلًا مما يأتى :

١]−∞ ، ٢[∩]−٣ ، ∞[٢]−∞ ، ٣] ∪ [−٢ ، ٥[

٣ [٥ ، ∞[−]٥ ، ∞[٤ [٢ ، ∞[∩]−∞ ، ٢[

الحل

١]−∞ ، ٢[∩]−٣ ، ∞[=]−٣ ، ٢[

٢]−∞ ، ٣] ∪ [−٢ ، ٥[=]−∞ ، ٥[

٣ [٥ ، ∞[−]٥ ، ∞[= {٥}

٤ [٢ ، ∞[∩]−∞ ، ٢[= ∅

مثال ٥

إذا كانت : س =]−∞ ، ٢[، ص = [−١ ، ٥] فأوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∪ ص ٢ س ∩ ص ٣ س − ص

٤ ص − س ٥ س' ٦ ص'

الحل

١ س ∪ ص =]−∞ ، ٥]

٢ س ∩ ص = [−١ ، ٢[

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢ س ∩ ص =]-١ ، ∞-[

٤ س - ص = [٢ ، ٥]

٥ ع = [٢ ، ∞[

٦ ع =]-∞ ، -١[∪]٥ ، ∞[

ع = [-١ ، ٥]

مثال ٦

إذا كانت : س = [١ ، ٤[، ص = {١ ، ٤} فأوجد :

١ س ∩ ص ٢ س ∪ ص ٣ س - ص ٤ ص - س

الحل

١ س ∩ ص = {١}

٢ س ∪ ص = [١ ، ٤]

٣ س - ص =]١ ، ٤[

٤ ص - س = {٤}

حاول بنفسك ٦

إذا كانت : س = [-١ ، ٣[، ص =]٠ ، ٤] فأوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∩ ص ٢ س ∪ ص

٣ س - = [٠ ، ∞[٤]٠ ، ∞[- ص

٥ ع س ٦ س ∩ {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

تمارين 4 على الفتـــرات

تذكر ... تدريب حل مشكلات أسئلة كتاب الطالب

١ أكمل الجدول الآتي :

	الفترة	التعبير عنها بالصفة المميزة	تمثيلها على خط الأعداد
١	[-١ ، ٢]	{س : -١ ≤ س ≤ ٢ ، س ∈ ح}	
٢	[١ ، ٣[		
٣	.....	{س : ٠ < س ≤ ٣ ، س ∈ ح}	
٤	.....		
٥	]-∞ ، ١]		
٦	.....		
٧	.....	{س : س < ٤ ، س ∈ ح}	
٨	[-٢ ، ∞[		

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ح = ...

(أ) ح ∩ ح' (ب) ح ∪ ح' (جـ)]-∞ ، ∞[(د) ص ∩ ص'

٢ ح' = ...

(أ)]٠ ، ∞[(ب)]-∞ ، ٠[(جـ) [٠ ، ∞[(د)]-∞ ، ٠[

٣ ح- = ...

(أ)]٠ ، ∞[(ب)]-∞ ، ٠[(جـ) [٠ ، ∞[(د)]-∞ ، ٠[

٤ مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة = ...

(أ)]٠ ، ∞[(ب)]-∞ ، ٠[(جـ) [٠ ، ∞[(د)]-∞ ، ٠[

٥ مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة = ...

(أ)]٠ ، ∞[(ب)]-∞ ، ٠[(جـ) [٠ ، ∞[(د)]-∞ ، ٠[

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١ أكمل كلًا مما يأتي مستخدمًا أحد الرمزين ∈ أو ∉ :

١) ٠ ..... [٥ ، ٢]	٢) -٣ ..... [-٢ ، ١٠]
٣) صفر ..... [-١ ، ٠]	٤) -٣ .....]-∞ ، ٢]
٥) $\sqrt{٢}$ .....]-∞ ، ٢-[	٦) $\sqrt{-١}$ .....]-∞ ، ١٠[
٧) ٢,٤ ..... ℤ	٨) $\sqrt{٢}$ ..... [٥ ، ٢]
٩) ٠ ..... $]\sqrt{٢٣}$ ، $\sqrt{٢٤}[$	١٠) $-\sqrt{١٢٥}$ ..... $]-\sqrt{٢٥}$ ، $\sqrt{٢٥}[$

٢ إذا كانت : س = [٥ ، ٢[، ص = [-١ ، ٣[فأوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١) س ∪ ص	٢) س ∩ ص	٣) س - ص
٤) ص - س	٥) س	٦) ص

٣ إذا كانت : س =]-∞ ، ٣] ، ص = [-٤ ، ∞[فأوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١) س ∪ ص	٢) س ∩ ص	٣) س - ص
٤) ص - س	٥) ص	٦) س

٤ إذا كانت : س = [-١ ، ٤] ، ص = [٢ ، ∞[، ع = {٢ ، ٤}

فأوجد مستعينًا بخط الأعداد كلًا من :

١) س ∪ ص	٢) س ∩ ص	٣) س - ص	٤) س - ع
٥) ص ∪ ع	٦) ص - س	٧) ص	٨) ص

٥ أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١) [-١ ، ٤] ∪ [٠ ، ٢]	٢) [-١ ، ٤] ∪ [٥ ، ٢]
٣) [٢ ، ١٠] - [-٣ ، ٠]	٤)]-٣ ، ٢] ∪]٠ ، ١٠[
٥)]-٣ ، ٢] ∪]٠ ، ١٠[	٦) [-٣ ، ٢] -]٠ ، ١٠[

موقع التفوق
ALtFw0٧٢.com

٦ أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١) [-١ ، ∞[∪]-٣ ، ١[	٢)]-∞ ، ١] ∩]-∞ ، ٣[
٣)]-∞ ، ٣] ∪]-١ ، ∞[	٤)]-∞ ، ١] ∩]٣ ، ∞[
٥)]-∞ ، ٣] -]-١ ، ∞[	٦)]-∞ ، ٣[-]-٣ ، ١[
٧)]-∞ ، ٣] -]-∞ ، ٠[	٨)]-∞ ، ٤[∪]٣ ، ∞[

٧ أكمل ما يأتي :

١) [٥ ، ٢[∪ {٥ ، ٢} = ...	٢) [٥ ، ٢] ∪ {٥ ، ٢} = ...
٣) [٥ ، ٢] ∩ {٥ ، ٢} = ...	٤) [٥ ، ٢] ∩ {٥ ، ٢} = ...
٥) [٥ ، ٢] - {٥ ، ٢} = ...	٦) [٥ ، ٢] - {٥ ، ٢} = ...
٧) {٥ ، ٢} - [٥ ، ٢] = ...	٨) {٥ ، ٢} - [٥ ، ٢] = ...
٩) [٥ ، ٢] ∪ {٢} = ...	١٠) [٥ ، ٢] - {٢} = ...
١١) [٥ ، ٢] ∪ {-٢ ، ٢ ، ٤} = ...	
١٢)]-٢ ، ٥] ∪ {-٢ ، ٢ ، ٤} = ...	

٨ أكمل كلًا مما يأتي :

١)]١ ، ٧] ∪ [٥ ، ٢[=	٢)]-٢ ، ٢] - [٠ ، ٢] = ...
٣) [٢ ، ٤] ∪ [٢ ، ٤] = ...	٤) [٥ ، ٢] ∪ [٢ ، ٥[= .....
٥) [٥ ، ٢] - [٥ ، ٢] = ...	٦) [٢ ، ٤] - [٤ ، ٧] = ...
٧) [٧ ، ٢] -]٧ ، ٢[=	٨) [-٢ ، ٤] ∪ [٤ ، ٦] = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

• (ب) إذا كانت س ∩]٠ ، ٣[=]٠ ، ٣[فإن س = ...

• (ج) إذا كان س عدداً حقيقياً موجباً فإن س > س٢ عندما س ∈] ، [

١٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

• (أ)]٠ ، ٣[−]٠ ، ٣[= .....

(أ)]٠ ، ٣[(ب)]٠ ، ٣[(جـ)]٠ ، ٣[(د)]٠ ، ٣[

• (ب) إذا كانت س ∈]−٣ ، ٣[فإن .....

(أ) س < −٣ (ب) س ≥ −٣ (جـ) س > −٣ (د) س ≤ −٣

• (ج) إذا كانت س = {س : س ∈ ℤ ، −٢ < س ≤ ٥} فإن [٢ ، ٥] ⊂ س

(أ) ∈ (ب) ∉ (جـ) ⊂ (د) ⊄

• (د) {٢} ∩]٢ ، ٥[= .....

(أ) ∅ (ب) {٢} (جـ)]٢ ، ٥[(د) {٢}

• (هـ)]٠ ، ٨[−]٠ ، ٢[= .....

(أ) ∅ (ب)]٠ ، ٨[(جـ) {٢} (د) ط

• (و) مجموع الأعداد الحقيقية في]−٧٥ ، ٧٥[هو .....

(أ) −٧٥ (ب) ٧٥ (جـ) ١٥٠ (د) صفر

١٤ أكمل ما يأتي :

• (أ) ℤ ∩]−٣ ، ٣[= .....

• (ب) ℤ −]−∞ ، ١[= .....

• (جـ)]٠ ، ٣[− ℤ = ...

• (د)]−٣ ، ٣[∩ ص = ...

• (هـ) ص ∩]−١ ، ٣[= .....

• (و) ℤ ∩]−٣ ، ٣[= .....

• (ز)]٠ ، ١[∪ ℤ = ...

• (ح) ℤ −]−٣ ، ١[= .....

• (ط)]−٣ ، ٣[− ℤ = ...

• (ى) ط ∩]٠ ، ٣[= .....

• (ك) ℤ ∩]٠ ، ١[= .....

١٢ اختر من العمود (ب) الفترة التي يمثلها الشكل في العمود (أ) :

(أ)	(ب)
(١) 	(أ)]−٣ ، ٣[
(٢) 	(ب)]−٣ ، ٣[
(٣) 	(جـ)]−٣ ، ٣[
(٤) 	(د) {٣} −]−٣ ، ٣[
(٥) 	(هـ)]٠ ، ٣[
(٦)	(و)]٠ ، ٣[

تطبيق حياتي

١٤ 

ثلاجان من الأطعمة الأول يحتاج في حفظه إلى درجة حرارة تتراوح بين ٣ درجات تحت الصفر و ٤ درجات فوق الصفر ، والآخر يحتاج في حفظه إلى درجة حرارة تتراوح بين درجتين فوق الصفر و ١٠ درجات فوق الصفر فما هي درجات الحرارة التي تصلح لحفظ النوعين معاً في نفس المكان ؟

للمتفوقين

١٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

• (أ) في الشكل المقابل :



إذا كان : س عدداً حقيقياً فإن : س ∈ .....

(أ) ℤ− (ب) ℤ (جـ)]−∞ ، ١٠[(د)]١٠ ، ∞−[

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ إذا كانت : س ∈ [-٣ ، ٤] فإن : س^{٢} ∈ .....

(أ) [٩ ، ١٦] (ب) [٠ ، ٩] (جـ) [٠ ، ١٦] (د) [-٩ ، ٠]

٥ إذا كانت : س ∈ [-٥ ، ٤] فإن : س^{٢} ∈ .....

(أ) [٠ ، ١٦] (ب) [١٦ ، ٢٥] (جـ) [٠ ، ٢٥] (د) [-٥ ، ٠]

٦ إذا كانت : س ∈ [١ ، ١٦] فإن : - √س ∈ .....

(أ) [١ ، ٤] (ب) [-١ ، ٤] (جـ) [-٤ ، -١] (د) [-٤ ، ٠]

٧ إذا كانت : س ⊂ ح ، [٢ ، ٥] - س =]٢ ، ٥[فإن : س = ...

(أ) [٢ ، ٥] (ب) {٢ ، ٥} (جـ)]٢ ، ٥[(د)]٢ ، ٥]

٨ إذا كانت : س ⊂ ح ،]٤ ، ٧] ∪ س = [١ ، ٧] فإن : س = ...

(أ)]١ ، ٣[(ب) [١ ، ٣] (جـ) [١ ، ٤[(د) [١ ، ٥]

٩ إذا كانت : م ⊂ ح ، م ∩]٣ ، ٨[= [٣ ، ٨[فإن : م = ...

(أ)]٣ ، ٨[(ب)]٣ ، ٨] (جـ) [٣ ، ٩] (د) [٣ ، ٧]

١٠ إذا كانت :]-∞ ، ك[∩ [-٢ ، ٥] = [-٢ ، ٣[فإن : ك = ...

(أ) -٢ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) صفر

١١ إذا كانت : [-١ ، س] ∩ [ص ، ٥] = [٢ ، ٣] فإن : س^{ص} = ...

(أ) ٨ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) ٩ (د) -١

١٢ إذا كانت : س ∩ ص = [٤ ، ٧] ، س ∪ ص = [٢ ، ٧] ، س ⊂ ص

أوجد : س ، ص ، ص - س



الدرس 5

العمليات على الأعداد الحقيقية

أولا عملية الجمع

• نعلم أن : ٢ س ، ٣ س هما حدان جبريان متشابهان مجموعهما هو حد جبرى مشابه لهما.

حيث : ٢ س + ٣ س = (٢ + ٣) س = ٥ س

ومن ذلك نستنتج أن :

٢ √٥ + ٣ √٥ = (٢ + ٣) √٥ = ٥ √٥

تذكر أن

العدد الحقيقى ٢ √٥ يتج من حاصل ضرب العدد النسبى ٢ فى العدد غير النسبى √٥

• نعلم أن : ٢ س ، ٣ ص هما حدان جبريان غير متشابهين ونعبر عن مجموعهما بمقدار جبرى أبسط صورة له هى : ٢ س + ٣ ص

ومن ذلك نستنتج أن :

العددين الحقيقيين ٢ √٣ ، ٣ √٢ نعبر عن مجموعهما بعدد حقيقى أبسط صورة له هى :

٢ √٣ + ٣ √٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع الفوك
ALIFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٥ المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{٧} - \sqrt{٥}$ هو .....

(أ) $-\sqrt{٧} - \sqrt{٥}$ (ب) $\sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{٥} - \sqrt{٧}$ (د) $\sqrt{٥} - \sqrt{٧}$

٦ إذا كان : $\sqrt{٣}$ + س = صفر فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) $-\sqrt{٣}$ (جـ) $-٢\sqrt{٣}$ (د) $٢\sqrt{٣}$

التعليل

٤ (ب)

٥ (ب) تعليل الحل : $٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣} = (٢ - ٣)\sqrt{٣} = -\sqrt{٣}$

٦ (جـ) تعليل الحل : $٤ + ٣\sqrt{٣} - ٧ = (٤ - ٧) + (-٣\sqrt{٣}) = -٣ + ٠ = -٣$

٧ (د) تعليل الحل : س - ص = $٩\sqrt{٥} - ٥\sqrt{٣}$ وهذه هي أبسط صورة للفرق

٨ (جـ) تعليل الحل : المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{٧} - \sqrt{٥}$ هو $-(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})$

ويساوي $-\sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ أو $\sqrt{٥} - \sqrt{٧}$

٩ (جـ) تعليل الحل : س تساوي المعكوس الجمعي للعدد $٢\sqrt{٣}$ وهو $-٢\sqrt{٣}$

∴ س = $-٢\sqrt{٣} = -\sqrt{٣} - \sqrt{٣} = -٢\sqrt{٣}$

حاول بنفسك ١

١ اكتب المعكوس الجمعي لكل من الأعداد التالية :

$\sqrt{٣}$ ، $-\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٣} + \sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٥} - ٣$ ، $-\sqrt{٦} - \sqrt{٧}$

٢ اختصر لأبسط صورة :

(أ) $٣\sqrt{٢} + ٢ - ١ - \sqrt{٢}٥$ (ب) $٣\sqrt{٥} + \sqrt{٣}٢ - \sqrt{٣}٢ + ٥$

ثانيًا عملية الضرب

• نعلم أن : ٢ × ٢ س = (٢ × ٢) س = ٦ س

وعلى هذا فإن : $٣\sqrt{٢} \times ٢ \times ٣\sqrt{٢} = (٢ \times ٢)\sqrt{٣} = ٦\sqrt{٣}$

• كما نعلم أن : ٢ س × ٥ س = (٢ × ٥) (س × س) = ١٠ $س^{٢}$

وعلى هذا فإن : $٢\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٣} = (٢ \times ٥)(\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}) = ١٠ \times (\sqrt{٣})^{٢} = ١٠ \times ٣ = ٣٠$

فمثلًا :

• $-٢ \times ٣\sqrt{٥} = (-٢ \times ٣)\sqrt{٥} = -٦\sqrt{٥}$

• $٤\sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٣} = ٤ \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٤ \times ٢ = ٨$

• $-٢\sqrt{٧} \times ٤\sqrt{٧} = (-٢ \times ٤) \times (\sqrt{٧})^{٢} = -٨ \times ٧ = -٥٦$

خواص ضرب الأعداد الحقيقية

الانغلاق :

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح يكون : (أ × ب) ∈ ح

أي أن : حاصل ضرب أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي ونقول إن : ح مغلقة تحت عملية الضرب.

فمثلًا : $٣\sqrt{٣} \in$ ح ، $٢\sqrt{٣} \in$ ح نجد أن : $٣\sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٣} = ٣ \times ٢ = ٦ \in$ ح

الإبدال :

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح يكون : أ × ب = ب × أ

فمثلًا : $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥} = ٦ \times ٥ = ٣٠$ ، $٣\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

أي أن : $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥} = ٣\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التعميم :

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح ، جـ ∈ ح

يكون : (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) = أ × ب × جـ

فمثلاً : $(\sqrt{2} \times \sqrt{8}) \times \sqrt{7} = \sqrt{2} \times (\sqrt{8} \times \sqrt{7}) = \sqrt{2} \times \sqrt{56} = \sqrt{112}$

$\sqrt{2} \times (\sqrt{8} \times \sqrt{7}) = \sqrt{2} \times 2\sqrt{14} = 2\sqrt{28} = 4\sqrt{14}$

أى أن : $(\sqrt{2} \times \sqrt{8}) \times \sqrt{7} = \sqrt{2} \times (\sqrt{8} \times \sqrt{7})$

وجود عنصر محايد ضربى :

لكل أ ∈ ح يكون : أ × ١ = ١ × أ = أ

أى أن : الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح فمثلاً : $\sqrt{5} \times 1 = 1 \times \sqrt{5} = \sqrt{5}$

وجود معكوس ضربى لكل عدد حقيقى لا يساوى الصفر :

لكل عدد حقيقى أ ≠ صفر يوجد عدد حقيقى $\frac{1}{أ}$ بحيث : أ × $\frac{1}{أ}$ = ١ ، المحايد الضربى.

فمثلاً : • المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{3}$ هو $\frac{1}{\sqrt{3}}$

لأن : $\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$

• المعكوس الضربى للعدد $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ هو $-\frac{5}{\sqrt{2}}$

• المعكوس الضربى للعدد ١ هو نفسه ، والمعكوس الضربى للعدد -١ هو نفسه.

لاحظ أن

• العدد ومعكوسه الضربى لهما نفس الإشارة.

• لا يوجد معكوس ضربى للصفر (لأن : $\frac{1}{0}$ ليس لها معنى).

ملاحظة

• حيث إن كل عدد حقيقى لا يساوى الصفر له معكوس ضربى ؛ فإن عملية القسمة على أى عدد حقيقى مخالف الصفر ممكنة فى ح وتعرف كما يلى :

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح - {٠} يكون : أ ÷ ب = أ × $\frac{1}{ب}$

أى أن : عملية القسمة (أ ÷ ب) تعنى ضرب العدد أ فى المعكوس الضربى للعدد ب بشرط ب ≠ ٠ .

ويمكنك استنتاج أن : عملية القسمة فى ح ليست إبدالية ، وليست دامجة.

موقع التفوق
ALTFWOK.com

مثال ٢

أوجد ناتج ما يأتى : $\frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{12}} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

الحل

$\left(\frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{12}}\right) \div \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{3} = 2$

مثال ٣

اكتب كلاً مما يأتى بحيث يكون المقام عددًا صحيحًا :

١ $\frac{9}{\sqrt{3}}$ ٢ $\frac{2}{\sqrt{2}}$ ٣ $\frac{5}{\sqrt{3}}$

الحل

١ بضرب حدى العدد $\frac{9}{\sqrt{3}}$ فى $\sqrt{3}$

يكون : $\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times 9}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times 9}{3} = 3\sqrt{3}$

لاحظ أن

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ = ١ ، المحايد الضربى.

٢ $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times 2}{2} = \sqrt{2}$

٣ $\frac{5}{\sqrt{3} \times 5} = \frac{\sqrt{3} \times 5}{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 5} = \frac{\sqrt{3} \times 5}{3 \times 5} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

حل آخر : ∵ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ∴ $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times 3} = \frac{3}{\sqrt{3} \times 3}$

مثال ٤

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{5}}{10}$ هو .....

(أ) $10\sqrt{5}$ (ب) $\sqrt{5}$ (جـ) $2\sqrt{5}$ (د) $-2\sqrt{5}$

٢ المعكوس الجمعى للعدد $\frac{7}{\sqrt{7}}$ هو .....

(أ) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (ب) ٧ (جـ) $-\sqrt{7}$ (د) -٧

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٣ المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{٣}٢}{٤}$ يساوى $\frac{\dots}{٣}$

(أ) $\frac{٤}{\sqrt{٣}٢}$ (ب) $\sqrt{٣}٢$ (جـ) $\sqrt{٣}٢ ٢$ (د) $\sqrt{٣}٢ ٤$

الحـــل

١ (جـ) تفسير الحل : المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{٥}٢}{١٠}$ هو $\frac{١٠}{\sqrt{٥}٢} = \frac{\sqrt{٥}٢}{٥} \times \frac{١٠}{\sqrt{٥}٢}$

$= \frac{\sqrt{٥}٢ ١٠}{٥} = \sqrt{٥}٢ ٢$

٢ (جـ) تفسير الحل : المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٧}{\sqrt{٧}٢}$ هو $- \frac{٧}{\sqrt{٧}٢} = - \frac{\sqrt{٧}٢}{٧} \times \frac{٧}{\sqrt{٧}٢}$

$= - \frac{\sqrt{٧}٢ ٧}{٧} = - \sqrt{٧}٢$

٣ (ب) تفسير الحل : المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{٣}٢ ٣}{٤}$ هو $\frac{٤}{\sqrt{٣}٢ ٣} = \frac{\sqrt{٢}٢}{\sqrt{٢}٢} \times \frac{٤}{\sqrt{٣}٢ ٣}$

$= \frac{\sqrt{٤}٢}{٦} = \frac{\sqrt{٢}٢ ٢}{٣}$

حاول بنفسك ٢

١ أوجد كلًا مما يأتى : (١) $\sqrt{٥}٢ \times \frac{١}{\sqrt{٥}٢}$ (٢) $\frac{\sqrt{٣}٢}{٣} \times \frac{\sqrt{٥}٢ ٤}{٢٠} \times \frac{\sqrt{٣}٢ ٥}{\sqrt{٥}٢}$

٢ اجعل المقام عددًا صحيحًا : (١) $\frac{٣}{\sqrt{٧}٢}$ (٢) $\frac{٩}{\sqrt{٦}٢ ٢}$

توزيع الضرب على الجمع والطرح :

لأى ثلاثة أعداد حقيقية أ ، ب ، حـ يكون :

• أ (ب ± حـ) = أ ب ± أ حـ • (ب ± حـ) أ = ب أ ± حـ أ

مثال ٥

أوجد كلاً مما يأتى :

١ $٢ \sqrt{٣}٢ (٥ \sqrt{٣}٢ - ٤)$ ٢ $(٢ + \sqrt{٣}٢)(\sqrt{٣}٢ + ١)$

٣ $(٧ \sqrt{٢}٢ - ٥)(٧ \sqrt{٢}٢ + ٥)$ ٤ $(٥ \sqrt{٣}٢ - ٢)^{٢}$

الحـــل

١ $٢ \sqrt{٣}٢ (٥ \sqrt{٣}٢ - ٤) = ٢ \sqrt{٣}٢ \times ٥ \sqrt{٣}٢ + ٢ \sqrt{٣}٢ \times (-٤)$

$= ١٠ \times ٣ - ٣٠ = ٣٠ - ٨ \sqrt{٣}٢$

٢ $(٢ + \sqrt{٣}٢)(٣ + \sqrt{٣}٢) = ٢ \sqrt{٣}٢ + ١٤ + ٣ + ٧ \sqrt{٣}٢$

$= (٢ \sqrt{٣}٢ + ٧ \sqrt{٣}٢) + (١٤ + ٣) = ٩ \sqrt{٣}٢ + ١٧$

٣ باستخدام الضرب بمجرد النظر :

$(٧ \sqrt{٢}٢ - ٥)(٧ \sqrt{٢}٢ + ٥) = (٧ \sqrt{٢}٢)^{٢} - (٥)^{٢}$

$= ٧^{٢} \times (\sqrt{٢}٢)^{٢} - ٥^{٢}$

$= ٤٩ \times ٢ - ٢٥$

$= ٩٨ - ٢٥ = ٧٣$

لاحظ أن
$(أ + ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

٤ باستخدام الضرب بمجرد النظر :

$\therefore (٥ \sqrt{٣}٢ - ٢)^{٢} = (٥ \sqrt{٣}٢)^{٢} - ٢ \times ٥ \sqrt{٣}٢ \times ٢ + (-٢)^{٢}$

$= ٥^{٢} \times (\sqrt{٣}٢)^{٢} - ٢٠ \sqrt{٣}٢ + ٤$

$= ٢٥ \times ٣ - ٢٠ \sqrt{٣}٢ + ٤$

$= ٧٥ - ٧٩ = ٤ + ٢٠ \sqrt{٣}٢$

لاحظ أن
• $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$
• $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

مثال 1

إذا كانت : س = ٥ √٣ − ٢ ، ص = ٥ √٣ + ٢

أوجد قيمة المقدار : س² + ٢ س ص + ص²

الحل

من الضرب بمجرد النظر نلاحظ أن : (س + ص)² = س² + ٢ س ص + ص²

∴ س² + ٢ س ص + ص² = (٥ √٣ − ٢ + ٥ √٣ + ٢)²

= (١٠ √٣)² = (١٠)² × (√٣)² = ١٠٠ × ٣ = ٣٠٠

مثال 2

أعط تقديراً لناتج : (٥ + √١٠) (٣ − √٧) وتحقق من صحة تقديرك باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل

أولاً : تقدير √١٠ هو ٣ (لأن : √٩ = ٣) ∴ تقدير (٥ + √١٠) هو ٥ + ٣ = ٨

، تقدير √٧ هو ٣ (لأن : √٨ = ٣) ∴ تقدير (٣ − √٧) هو ٣ − ٢ = ١

∴ تقدير (٥ + √١٠) (٣ − √٧) هو ٨ × ١ = ٨

ثانياً : باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن الناتج هو ٨,٨٧٢٩ أى أن التقدير مقبول.

حاول بنفسك 3

١ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) ٥ √٣ (٣ − √٣) (٢) (٢ √٣ − ٣) (٢ √٣ + ٣)

٢ إذا كانت : س = ٢ √٣ − ١ ، ص = ٢ √٣ + ١ أوجد قيمة : س² − ٢ س ص + ص²

• تذكر • تدرب • تأمل • حل مشكلات [ ] أسئلة على الحياة

١ أوجد كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) √٣ + ٢ √٣ (٢) ٢ √٥ − ٣ √٥ + √٥

(٣) ٥ √٧ − ٨ √٧ + ٢ √٧ (٤) √٥ − ٤ √٥ + ٥ √٥ − ٢ √٥

٢ أوجد كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) ٥ √٣ − ٣ √٣ + ٢ √٣ (٢) ٢ √٣ + ٥ − ٣ √٣ − ٦

(٣) ٢ √٧ − ٣ √٧ + ٢ √٧ + ٥ √٧ (٤) ٢ √٣ − ٣ √٣ + ٥ √٣ − √٣

(٥) ١/٤ √٢ + ٢/٧ √٥ + ٣/٤ √٢ − ٢/٧ √٥ (٦) ٨ √١/٤ + ٢ √٣ − ٦٤ √٣ + ٥ √٣

٣ أوجد ناتج كل مما يأتى :

(١) √٣ × √٣ (٢) −٢ √٥ × ٣ √٥ (٣) ٢ √٣ × ٣

(٤) ١/٣ √٣ × √٣ (٥) (√٥)² × √٣ (٦) ٢ √٣ × √٧/٧ + ٣٠ √٣/٥ √٧

٤ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) ٢ (√٥ + √٣) (٢) √٣ (٥ + √٣)

(٣) √٧ (√٧ + ٢) (٤) − √٣ (−٥ − √٣)

(٥) −٢ √٥ (٢ − √٥) (٦) √٧ (٣/√٧ − √٧ + ٣)

(٧) −٣ (٨ + ٢ √٣) + ٦ √٣ (٨) √٥ (٢ − √٥) − ٢ (١ + √٥)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

٧ المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٦}{٢\sqrt{٣}}$ هو .....

(أ) $-٢\sqrt{٣}$ (ب) $٢\sqrt{٣}$ (جـ) $-٣\sqrt{٢}$ (د) $٣\sqrt{٢}$

٨ المعكوس الجمعى للعدد $(٢\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٢})$ هو .....

(أ) $٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٢}$ (ب) $٥\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}$ (جـ) $٢\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٢}$ (د) $-٢\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٢}$

٩ المعكوس الضربى للعدد $٥\sqrt{٢}$ هو .....

(أ) -٥ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{٥}{٥\sqrt{٢}}$ (د) $\frac{٥\sqrt{٢}}{٥}$

١٠ المعكوس الضربى للعدد $\frac{٢\sqrt{٣}}{٦}$ هو .....

(أ) $٣\sqrt{٢}$ (ب) $٢\sqrt{٣}$ (جـ) $٦\sqrt{٢}$ (د) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٢}$

١١ $(٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٥}) \div ٥\sqrt{٢} =$ .....

(أ) $٣\sqrt{٥}$ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٤

١٢ إذا كانت : س $= ٢\sqrt{٣} + ١٠$ ، ص $= ٢\sqrt{٣} - ١٠$

فإن : $(س + ص)^{٢}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) $٤\sqrt{٣}$

٨ أكمل ما يأتى :

١ المحايد الضربى فى ح هو ..... والمحايد الجمعى فى ح هو .....

٢ المعكوس الجمعى للعدد $١ - ٢\sqrt{٣}$ هو .....

٣ المعكوس الضربى للعدد $\frac{٣\sqrt{٢}}{٥}$ هو $\frac{.....}{٦}$

٤ المعكوس الضربى للعدد $\frac{٣}{٢\sqrt{٣}}$ هو $\frac{.....}{٢\sqrt{٣}}$

٥ $٧ + ٣\sqrt{٣} = ٥ + (..... + ...)$

٦ إذا كانت : أ $= \frac{٢\sqrt{٣}}{٣\sqrt{٢}}$ ، ب $= \frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}$ فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

٥ أوجد ناتج كل من العمليات الآتية :

١ $(١ + ٢\sqrt{٣})(١ - ٢\sqrt{٣})$

٢ $(٤ - ٣\sqrt{٢})(٤ + ٣\sqrt{٢})$

٣ $(١ - ٥\sqrt{٢})^{٢}$

٤ $(٤ + ٣\sqrt{٢})^{٢}$

٥ $(٢ + ٣\sqrt{٢})(١ - ٣\sqrt{٢})$

٦ $(٥ - ٣\sqrt{٢})^{٢} - ٢٨$

٦ اجعل المقام فى كل مما يأتى عددًا صحيحًا :

١ $\frac{٣}{٣\sqrt{٢}}$

٢ $\frac{١٠}{٥\sqrt{٢}}$

٣ $\frac{٦}{٣\sqrt{٢}}$

٤ $\frac{٨}{٦\sqrt{٢}}$

٥ $\frac{٢}{٢\sqrt{٣}}$

٦ $\frac{٦}{٣\sqrt{٢}}$

٧ $\frac{٢٥}{١٠\sqrt{٢}}$

٨ $\frac{٢\sqrt{٣} + ٣}{٣\sqrt{٢}}$

٩ $\frac{١٥ - ٥\sqrt{٢}}{٥\sqrt{٢}}$

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٧\sqrt{٢} + ٧\sqrt{٢} =$ .....

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) $٧\sqrt{٢}$ (د) $١٤\sqrt{٢}$

٢ $٣\sqrt{٢} + (-٣\sqrt{٢}) =$ .....

(أ) $٣\sqrt{٢}$ (ب) $٦\sqrt{٢}$ (جـ) $٦\sqrt{٢}$ (د) صفر

٣ $٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} =$ .....

(أ) $٥\sqrt{٦}$ (ب) $٥\sqrt{٣}$ (جـ) $٦\sqrt{٣}$ (د) $٥\sqrt{٣}$

٤ $٥ + ٧\sqrt{٢} - ٤ + ٢\sqrt{٢} =$ .....

(أ) ١٥ (ب) $١ + ٧\sqrt{٢}$ (جـ) $١ + ٨\sqrt{٢}$ (د) $١ + ٦\sqrt{٢}$

٥ $-٢\sqrt{٣} \times ٣\sqrt{٢} =$ .....

(أ) -٦ (ب) $-٢\sqrt{٣}$ (جـ) $٢\sqrt{٣}$ (د) ٦

٦ $(٢\sqrt{٥})^{٢} =$ .....

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) $٤\sqrt{٥}$ (د) ٤٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦ $(\sqrt{٣}-٢)^{٢}=$ ..... -٧

٨ إذا كان : $\sqrt{٢}$ س $=\sqrt{٢}+١$ فإن س = ...

٩ إذا كانت س $=(٢\sqrt{٣}-\sqrt{٧})(٢\sqrt{٣}+\sqrt{٧})$ فإن : س = ...

١٠ إذا كان : س^{٢} − ص^{٢} = ١٦ ، س − ص = $\sqrt{٢}$ فإن : س + ص = ...

١١ إذا كان طول ضلع مربع ل سم ومساحته ٥١ سم^{٢} فإن مساحة المربع الذى طول ضلعه ٢ ل سم تساوى .....

١٢ إذا كانت : أ ∈ ح ، ب ∈ ح

فإن : أ − ب تعنى ناتج جمع العدد أ و ..... للعدد ب

١٣ إذا كانت : أ ∈ ط ، ب ∈ ص ، حـ ∈ ح فإن (أ + ب + حـ) ∈ .....

١٤ إذا كانت : س $=\sqrt{٥}-٢$ ، ص $=\sqrt{٥}+٢$ فأوجد قيمة كل من :

١ س + ص	٢ س − ص	٣ س ص
٤ س^{٢} − ص^{٢}	٥ س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}	٦ س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢}

١٥ إذا كانت : س $=\frac{٢}{\sqrt{٢}}$ فأوجد قيمة : (س + $\sqrt{٢}$)^{٢} ٨٠

١٦ إذا كان : $\frac{أ}{٢+\sqrt{٢}}=\frac{ب}{٢-\sqrt{٢}}=١$ أثبت أن : أ × ب = أ − ب

١٧ إذا كانت : س $=\sqrt{١٥}+٢$ ، ص $=٤-\sqrt{٢٥}$

قدر قيمة كل من :

١ س + ص ٢ س × ص ٣ س ÷ ص

لتختبر صحة تقديرك باستخدام الآلة الحاسبة.

تطبيق هندسى

١٣ مستطيل بعداه $(٦+\sqrt{٥})$ سم ، $(٦-\sqrt{٥})$ سم ، احسب محيطه ومساحته

للمتفوقين

١٤ إذا كان : أ − ب = ٢ $\sqrt{٣}$ فأوجد قيمة : أ (أ − ب)^{٢} + ب (ب − أ)^{٢} .....

١٥ إذا كان المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{٢}-١$ هو $\frac{١٠+٢\sqrt{٢}}{٤}$ فأوجد القيمة العددية للعدد ؟ ٤٥٠

١٦ إذا كان : س = ٢ ص = ٤ ع = $\sqrt{٢}$

فأوجد قيمة : س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٤ ع^{٢} ٣٠

١٧ إذا كان العدد ص معكوسًا جمعيًا للعدد س ، $\frac{١}{٢}$ (ص − س) = ١ − $\sqrt{٢}$

اثبت أن : س ص − ٢ $\sqrt{٢}$ = −٢

موقع التفوق
ALtFwOK
احرص على اقتناء
كتب EL-MOASSER
اللغة الإنجليزية
للمرحلة الإعدادية
اسم يعنى التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس 6

العمليات على الجذور التربيعية



• إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن :

١ $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ ب}$

فمثلاً : $\sqrt{٣٦} = \sqrt{١٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٢ \times ٢٥} = \sqrt{٥٠} = \sqrt{٢٥} \times \sqrt{٢} = ٥\sqrt{٢}$

٢ $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$ (حيث ب ≠ ٠)

فمثلاً : $\frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{٢}} = \sqrt{\frac{٨}{٢}} = \sqrt{٤} = ٢$ ، $\frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٤٩}} = \sqrt{\frac{١٦}{٤٩}} = \frac{٤}{٧}$

٣ $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} \times \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \frac{أ}{ب}$ (حيث ب ≠ ٠)

تستخدم هذه العملية لجعل المقام عددًا صحيحًا.

فمثلاً : $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}} = \frac{٢}{٥}$ ، $\frac{\sqrt{٢}}{٥} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢٥}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢٥}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢٥}} = \frac{٢}{٢٥}$

! ملاحظتان

١ $\sqrt{أ^٢ + ب^٢} \neq أ + ب$ ، $\sqrt{أ^٢ - ب^٢} \neq أ - ب$

فمثلاً : $\sqrt{٦^٢ + ٨^٢} \neq ٦ + ٨$ لأن : $\sqrt{٦^٢ + ٨^٢} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

$\sqrt{٢٥^٢ - ٩^٢} \neq ٢٥ - ٩$ لأن : $\sqrt{٢٥^٢ - ٩^٢} = \sqrt{١٦} = ٤$

٢ $\sqrt{أ^٢ ب} = أ\sqrt{ب}$

فمثلاً : $\sqrt{\frac{١}{٢٠}} = \sqrt{\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٥}} = \frac{١}{٢}\sqrt{\frac{١}{٥}}$

$\sqrt{١٥٠} = \sqrt{\frac{١}{٢} \times ٣ \times ٥} = \frac{١}{٢}\sqrt{٣ \times ٥} = \sqrt{\frac{١}{٤} \times ٩} \sqrt{٥} = \frac{٣}{٢}\sqrt{٥}$

مثال ١

ضع كلًا مما يأتي على صورة $أ\sqrt{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة :

١ $\sqrt{٢٧}$ ٢ $٥\sqrt{٤}$ ٣ $\frac{٣}{٢}\sqrt{٢}$ ٤ $\frac{\sqrt{٨٤}}{\sqrt{٧}}$

الحل

١ $\sqrt{٢٧} = \sqrt{٣ \times ٩} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٩} = ٣\sqrt{٣}$

٢ $٥\sqrt{٤} = ٥\sqrt{٦ \times ٩} = ٥ \times \sqrt{٦} \times \sqrt{٩} = ١٥\sqrt{٦}$

٣ $\frac{٣}{٢}\sqrt{٢} = \frac{٣}{٢} \times \sqrt{٢} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} \times ٣ = \frac{\sqrt{٦}}{٢} \times ٣ = \frac{٣}{٢}\sqrt{٦}$

حل آخر : $\frac{٣}{٢}\sqrt{٢} = \frac{١}{٢} \times \sqrt{٣^٢ \times ٢} = \frac{١}{٢}\sqrt{٢ \times ٣^٢} = \frac{٣}{٢}\sqrt{٦}$

٤ $\frac{\sqrt{٨٤}}{\sqrt{٧}} = \sqrt{\frac{٨٤}{٧}} = \sqrt{١٢} = \sqrt{٣ \times ٤} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٤} = ٢\sqrt{٣}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

مثال ٢

اختصر لأبسط صورة :

١ $\sqrt{٤٥} - \sqrt{٢٠} + \sqrt{٥}$

٢ $\frac{١}{٢}\sqrt{٤٢} - \sqrt{٥٠} + \sqrt{١٨}$

٣ $\sqrt{٢٧} - \frac{١}{٣}\sqrt{٣} + \frac{٦}{\sqrt{٣}}$

الحل

١ $\sqrt{٤٥} - \sqrt{٢٠} + \sqrt{٥} = \sqrt{٥ \times ٩} - \sqrt{٥ \times ٤} + \sqrt{٥}$

$= ٣\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٥}$

$= ٢\sqrt{٥}$

٢ $\frac{١}{٢}\sqrt{٤٢} - \sqrt{٥٠} + \sqrt{١٨} = \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٢}} \times \sqrt{٤٢} - \sqrt{٢ \times ٢٥} + \sqrt{٢ \times ٩}$

$= \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \sqrt{٤٢} - \sqrt{٢} \times \sqrt{٢٥} + \sqrt{٢} \times \sqrt{٩} \times ٢$

$= \sqrt{٢} \times ٢ \times ٣ + \sqrt{٢} \times ٥ - \sqrt{٢} \times ٢١$

$= -\sqrt{٢} \times ١٠$

٣ $\sqrt{٢٧} - \frac{١}{٣}\sqrt{٣} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٣ \times ٩} - \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٣}} \times \sqrt{٣} + \frac{٦}{\sqrt{٣}}$

$= ٣\sqrt{٣} - \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} + \frac{٣\sqrt{٦}}{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} - ٣ + \sqrt{٦}$

مثال ٣

أوجد ناتج كل مما يأتى :

١ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٦})(\sqrt{٣} + ٥)$ ٢ $(\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣})(٥ - \sqrt{٣})$ ٣ $(\sqrt{٦} + \sqrt{٢})^{٢}$

الحل

١ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٦})(\sqrt{٣} + ٥) = ٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٣} + \sqrt{٦} \times \sqrt{٣} \times ٢ = ٥ \times ٣ + \sqrt{١٨} \times ٢$

$= ١٥ + \sqrt{٩ \times ٢} \times ٢ = ١٥ + ٦\sqrt{٣}$

٢ $(٥ - ٢\sqrt{٣})(٥ + ٢\sqrt{٣}) = (٥)^{٢} - (٢\sqrt{٣})^{٢}$

$= (٥)^{٢} - (٢)^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٢٥ - ١٨ = ٢٥ - ٢ \times ٩ = ٧$

تذكر أن

$(أ - ب)(أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

٣ $(\sqrt{٢} + \sqrt{٦})^{٢} = (\sqrt{٢})^{٢} + ٢ \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٦} + (\sqrt{٦})^{٢}$

$= ٢ + ٢\sqrt{١٢} + ٦$

$= ٨ + ٢\sqrt{٤ \times ٣} = ٨ + ٤\sqrt{٣}$

تذكر أن

- $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$
- $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$

مثال ٤

إذا كانت : $أ = \frac{\sqrt{٦} - \sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ فأوجد قيمة : $أ^{٢} + ٢\sqrt{٣}$

الحل

لتسهيل الحل نجعل المقام عددًا صحيحًا بضرب البسط والمقام فى $\sqrt{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\therefore أ = \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٢} \times \sqrt{٦}}{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$$

$$= \frac{٢ - \sqrt{١٢}}{٢} = \frac{٢ - \sqrt{٣ \times ٤}}{٢} = \frac{٢ - ٢\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٢(١ - \sqrt{٣})}{٢} = ١ - \sqrt{٣}$$

$$\therefore أ^{٢} = (١ - \sqrt{٣})^{٢} = ١^{٢} - ٢ \times ١ \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{٢}$$

$$= ٣ - ٢\sqrt{٣} + ١ = ٤ - ٢\sqrt{٣}$$

$$\therefore أ^{٢} + ٢\sqrt{٣} = ٤ - ٢\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} = ٤$$

طريقة أخرى لتبسيط أ :

$$\because أ = \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} \quad \therefore أ = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} - \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} = ١ - \sqrt{\frac{٦}{٢}} = ١ - \sqrt{٣}$$

حاول بنفسك

١ اختصر لأبسط صورة :

١) $\sqrt{٧٥} - ٢\sqrt{٢٧} + \sqrt{٣}$

٢) $٢\sqrt{٥٠} - ٣\sqrt{٢} - ٤\sqrt{\frac{١}{٨}}$

٢ اكتب كلًا مما يأتى بحيث يكون المقام عددًا صحيحًا :

١) $\frac{\sqrt{٣}٥}{\sqrt{٥}٢}$

٢) $\frac{\sqrt{٣} + ١}{\sqrt{٣}٣}$

عجائب الأرقام

١ × ١ = ١

١١ × ١١ = ١٢١

١١١ × ١١١ = ١٢٣٢١

١١١١ × ١١١١ = ١٢٣٤٣٢١

فكركم يكون ناتج : ١١١١١ × ١١١١١ وهكذا...





لختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ ضع كلًا مما يأتى على صورة $أ\sqrt{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة :

١) $\sqrt{١٢}$

٢) $\sqrt{٢٨}$

٣) $٢\sqrt{٧٢}$

٤) $\frac{٢}{٥}\sqrt{١٠٠٠}$

٥) $٢\sqrt{\frac{١}{٢}}$

٦) $٦\sqrt{\frac{٢}{٣}}$

٢ اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

١) $\sqrt{٥٠} + \sqrt{٨}$ ..... $٧\sqrt{٢}$

٢) $\sqrt{٢٠} - \sqrt{٤٥}$ ..... $-\sqrt{٥}$

٣) $٣\sqrt{٢} + \sqrt{٨} - \sqrt{١٨}$ ..... $٢\sqrt{٢}$

٤) $\sqrt{٩٨} - \sqrt{١٢٨} - \sqrt{١٨} + ٤\sqrt{٢}$ ..... صفر

٥) $٢\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠} + \frac{١}{٢}\sqrt{١٦٢}$ ..... $١٤\sqrt{٢}$

٦) $\sqrt{٩٨} + \sqrt{٥٠} - \frac{١}{٢}\sqrt{٢٠٠} - \sqrt{٢}$ ..... $٦\sqrt{٢}$

٧) $\sqrt{٢٧} + ٥\sqrt{١٨} - \sqrt{٣٠٠}$ ..... $١٥\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٣}$

٣ اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

١) $٢\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٢٠} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$ ..... $٩\sqrt{٥}$

٢) $٣\sqrt{٢} - \sqrt{٧٢} + ٦\sqrt{\frac{١}{٢}}$ ٠

٣) $٢\sqrt{٥} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}} - \sqrt{١٢} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$ ..... $٥\sqrt{٢}$

٤) $\sqrt{٣} + \frac{٣}{\sqrt{٣}} - ٢\sqrt{٦} \times \sqrt{٦}$ ..... صفر

٥) $\frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٦}} - \sqrt{١٨}$ ..... $-٢\sqrt{٢}$

٦) $\sqrt{(-٥)^{٢}} + \sqrt{١٨} - \frac{٦}{\sqrt{٢}}$ ٥

موقع التفوق ALTFW014.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

١) $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5}$ ٦٠

٢) $\sqrt{10} \times 5\sqrt{2}$ ٢٠٠

٣) $\frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ ٣٠

٤) $2\sqrt{18} \times 3\sqrt{2}$ ٣٦٠

٥) $\frac{7}{2}\sqrt{2} \times \frac{2}{7}\sqrt{7}$ ١٠

٦) $12\sqrt{\frac{2}{3}} \times 54\sqrt{\frac{2}{3}}$ ٧٢٠

٥ اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

١) $6\sqrt{2}(3\sqrt{2} - 3\sqrt{2})$

٢) $5\sqrt{2}(2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 12\sqrt{2})$

٣) $(3\sqrt{5} - 3\sqrt{7})(3\sqrt{5} + 3\sqrt{7})$

٤) $(3\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2$

٥) $(3\sqrt{2} + 3\sqrt{5})^2 - 60\sqrt{2}$

٦) $18\sqrt{2} - \frac{12}{6}\sqrt{2}(2\sqrt{3} - 3)$

٦ اكتب كلًا مما يأتى بحيث يكون المقام عددًا صحيحًا :

١) $\frac{3}{3\sqrt{2}}$ ٢) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ ٣) $\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$ ٤) $\frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$ = ...

(أ) ٣ (ب) $3\sqrt{3}$ (جـ) ٩ (د) ± ٣

٢) $\sqrt{8} - 2\sqrt{2}$ = ...

(أ) $6\sqrt{2}$ (ب) $2\sqrt{2}$ (جـ) ٢ (د) ١

٣) $(8\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2$ = ...

(أ) $10\sqrt{2}$ (ب) ١٠ (جـ) ١٨ (د) $18\sqrt{2}$

٤) $(7\sqrt{2} - 5\sqrt{2})(7\sqrt{2} + 5\sqrt{2})$ = ...

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) $7\sqrt{2}$ (د) $-2\sqrt{5}$

موقع التفوق ALtFw0١٢.com

٥) $5\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$ = ...

(أ) $10\sqrt{5}$ (ب) $20\sqrt{5}$ (جـ) ٥ (د) ١٠

٦) $\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (جـ) $2\sqrt{2}$ (د) $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

٧) $\frac{27\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \div \frac{72\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) ٢ (جـ) -٢ (د) ٤

٨) المعكوس الضربى للعدد $50\sqrt{2}$ هو .....

(أ) $\frac{2\sqrt{2}}{10}$ (ب) $\frac{-2\sqrt{2}}{10}$ (جـ) $-5\sqrt{2}$ (د) $5\sqrt{2}$

٩) إذا كانت : س = $\frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ فإن : $س^{-1}$ = ...

(أ) $3\sqrt{2}$ (ب) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (جـ) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (د) $2\sqrt{3}$

١٠) إذا كانت : س = $7\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ، ص = $28\sqrt{2} + 12\sqrt{2}$ فإن : س = ...

(أ) ص (ب) $\frac{1}{2}$ ص (جـ) ٢ ص (د) $ص^2$

٨ أكمل ما يأتى :

١) $\frac{2\sqrt{2}\ 3}{2\ 18\sqrt{2}}$ = ...

٢) $3\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} = 3 \times$ .....

٣) $\frac{1}{2}\sqrt{48} = 2 \times$ .....

٤) $3\frac{3}{8}\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ .....

٥) إذا كان : $2\sqrt{27} - 2\sqrt{48} = س\sqrt{3}$ فإن : س = ...

٦) $5\sqrt{2}$ ، $20\sqrt{2}$ ، $45\sqrt{2}$ ، $80\sqrt{2}$ ، ..... (بنفس التسلسل)

٧) إذا كانت : $س^2 = \frac{8}{9}$ فإن : س فى أبسط صورة = ...

٨) إذا كانت : $س^2 = 5$ فإن : $(س + 5\sqrt{2})^2$ = ... أو .....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩ أوجد قيمة كل من : س + ص ، س × ص فى كل من الحالات الآتية :

١ س = ٣ + √٥ ، ص = ١ − √٥ ٤٠ ، −٢ − ٢√٥

٢ س = ٣√٣ − √٢ ، ص = ٣√٣ + √٢ ٢٠ ، ١

٣ س = ٥ − ٣√٢ ، ص = ٥ − ٣√٢ ١٠٠ − ٢٦√٢ ، ٤٣ − ٣٠√٢

١٠ إذا كانت : س = √٢ / ٣√٢ ، ص = ٣√٢ / √٢ فأوجد قيمة : ٦ (س + ص) ٥٠√٦

١١ إذا كانت : س = ١٠ / √٥ ، ص = √٤٥ + √٢ ، ع = √٨٠ + √٥

فأوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار : (س − ص + ع)² ٢٠

١٢ إذا كانت : س = ٢√٥ + √٢ ، ص = ٢√٥ − √٢

فأوجد قيمة المقدار : س² + ٢ س ص + ص² ٨٠

١٣ إذا كانت : س = ٧√٢ + ½ √١٢٢ ، ص = ½ √٦٣٢ − ٣√٢ أثبت أن : س² ص² = ١٦

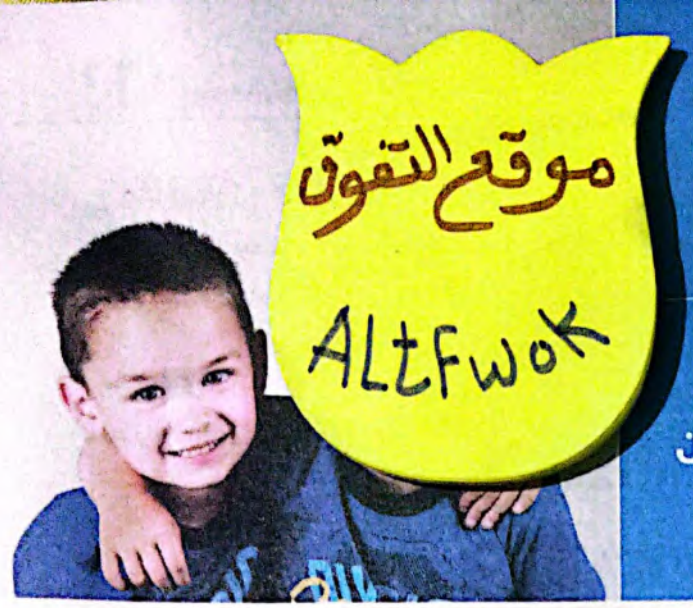
للمتفوقين

١٤ إذا كان : ٢^س = ٦ ، ٦^ص = ٣√٢ فأوجد قيمة : ٢^(س+ص) ٢٠√٣٢

١٥ اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

١ (√٥)^٣ × (√٥)^٥ / (√١٠)^٦ ٥/٨

٢ ٢√٢^٢ × (٦√٢)^-٣ / (٣√٢)^-٣ ١٠



الدرس 7

العددان المترافقان

إذا كان ٢ ، ب عددين نسبيين موجبين :

فإن كلاً من العددين : (√٢ + √ب) ، (√٢ − √ب) يعتبر مرافقًا للعدد الآخر ويكون :

• مجموعهما = (√٢ + √ب) + (√٢ − √ب) = ٢√٢ = ضعف العدد الأول

• حاصل ضربهما = (√٢ + √ب)(√٢ − √ب) = (√٢)² − (√ب)² = ٢ − ب

(مربع العدد الأول) − (مربع العدد الثانى)

فمثلًا : (√٣ − √٢) مرافقه (√٣ + √٢) ويكون :

• مجموعهما = ٢√٣

• حاصل ضربهما = ٣ − ٢ = ١

ملاحظة

حاصل ضرب العددين المترافقين هو دائمًا عدد نسبى.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة

إذا كان لدينا عدد حقيقى مقامه على الصورة : $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})$ أو $(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$

فإننا نضعه فى أبسط صورة وذلك بضرب البسط والمقام فى مرافق المقام.

مثال 1

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد : $\frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٧}}$ فى أبسط صورة هو .....

(أ) $\sqrt{٣} - \sqrt{٧}$ (ب) $\sqrt{٣} + \sqrt{٧}$ (جـ) $٤\sqrt{٣} - ٤\sqrt{٧}$ (د) $٤\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٧}$

٢ مرافق العدد : $\frac{١}{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}}$ هو .....

(أ) $\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$ (ب) $٢ - \sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{٢} + \sqrt{٣}$ (د) $٢ + \sqrt{٣}$

٣ المعكوس الضربى للعدد : $١ - \sqrt{٢}$ هو .....

(أ) $\sqrt{٢} - ١$ (ب) $\sqrt{٢} - ١$ (جـ) $-١ - \sqrt{٢}$ (د) $١ + \sqrt{٢}$

٤ إذا كان : $\frac{١}{س} = \sqrt{١٠} - ٣$ فإن : س = ...

(أ) $\sqrt{١٠} + ٣$ (ب) $\sqrt{١٠} - ٣$ (جـ) $\sqrt{١٠} - ٣$ (د) $-٣ - \sqrt{١٠}$

الحـــل

١ (ب) تفسير الحل : بضرب حدى العدد فى مرافق المقام وهو $(\sqrt{٣} + \sqrt{٧})$

$$\therefore \frac{\sqrt{٣} + \sqrt{٧}}{\sqrt{٣} + \sqrt{٧}} \times \frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٧}} = \frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٧}}$$

$$= \frac{(\sqrt{٣} + \sqrt{٧})\,٤}{(\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢}} = \frac{(\sqrt{٣} + \sqrt{٧})\,٤}{٣ - ٧}$$

$$= \sqrt{٣} + \sqrt{٧}$$

موقع التفوق ALTFW014.com

٢ (أ) تفسير الحل : بضرب حدى العدد فى مرافق المقام وهو $\sqrt{٢} + \sqrt{٣}$

$$\therefore \frac{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}} \times \frac{١}{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}} = \frac{١}{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}}$$

$$\sqrt{٢} + \sqrt{٣} = \frac{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}}{٢ - ٣} =$$

∴ مرافق العدد : $\frac{١}{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}}$ هو $\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$

٣ (جـ) تفسير الحل : المعكوس الضربى للعدد : $١ - \sqrt{٢}$ هو $\frac{١}{١ - \sqrt{٢}}$

وبضرب حدى العدد فى مرافق المقام وهو $١ + \sqrt{٢}$

$$\therefore \frac{\sqrt{٢} + ١}{\sqrt{٢} + ١} \times \frac{١}{\sqrt{٢} - ١} = \frac{١}{\sqrt{٢} - ١}$$

$$-١ - \sqrt{٢} = \frac{\sqrt{٢} + ١}{-١} = \frac{\sqrt{٢} + ١}{٢ - ١} =$$

٤ (أ) تفسير الحل : س = $\frac{١}{٣ - \sqrt{١٠}}$

$$\therefore س = \frac{١}{٣ - \sqrt{١٠}} \times \frac{٣ + \sqrt{١٠}}{٣ + \sqrt{١٠}} = \frac{٣ + \sqrt{١٠}}{٩ - ١٠} = ٣ + \sqrt{١٠}$$

مثال 2

إذا كان : س = $\frac{٤}{٢ - \sqrt{٢}}$ ، ص = $\frac{٣ - ٢\sqrt{٢}}{٣ + ٢\sqrt{٢}}$

فاكتب : كلاً من س ، ص بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا ، ثم أوجد : س + ص

الحـــل

$$س = \frac{٤}{٢ - \sqrt{٢}} \times \frac{٢ + \sqrt{٢}}{٢ + \sqrt{٢}} = \frac{٤(٢ + \sqrt{٢})}{٤ - ٢} = \frac{٤(٢ + \sqrt{٢})}{٢}$$

$$= ٢(٢ + \sqrt{٢}) = ٤ + ٢\sqrt{٢}$$

$$، ص = \frac{٣ - ٢\sqrt{٢}}{٣ + ٢\sqrt{٢}} \times \frac{٣ - ٢\sqrt{٢}}{٣ - ٢\sqrt{٢}} = \frac{(٣ - ٢\sqrt{٢})^{٢}}{٩ - ٨} = \frac{٩ - ١٢\sqrt{٢} + ٨}{١} = ١٧ - ١٢\sqrt{٢}$$

$$\therefore س + ص = ٤ + ٢\sqrt{٢} + ١٧ - ١٢\sqrt{٢} = ٢١ - ١٠\sqrt{٢}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول بنفسك ١

اكتب كلًا مما يأتى بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا :

١ $\frac{١٢}{٢\sqrt{٦} - \sqrt{٦}}$

٢ $\frac{\sqrt{٨}}{٢\sqrt{٢} + ٣}$

! ملاحظات هامة من الضرب بمجرد النظر

- نعلم أن : $(س - ص)(س + ص) = س^{٢} - ص^{٢}$
- كما نعلم أن :

$(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$	$(س - ص)^{٢} = س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢}$
ومنها :	ومنها :
* $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢} - س ص$	* $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = (س - ص)^{٢} + س ص$
* $س^{٢} + ص^{٢} = (س + ص)^{٢} - ٢ س ص$	* $س^{٢} + ص^{٢} = (س - ص)^{٢} + ٢ س ص$

مثال ٣

إذا كانت : $س = \frac{٢}{٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ ، $ص = ٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}$ فأثبت أن : س ، ص مترافقان.

ثم أوجد قيمة كل من :

١ $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$ ٢ $س^{٢} + س ص + ص^{٢}$

الحل

$\because س = \frac{٢}{٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}} \times \frac{٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥}}{٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥}} = \frac{٢(٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})}{٣ - ٥}$

$= \frac{٢(٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})}{٢} = ٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥}$

، $\because ص = ٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}$ $\therefore$ س ، ص مترافقان.

١ $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

$= (٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})^{٢} + ٢(٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})(٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}) + (٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥})^{٢}$

$= (٥ + ٢\sqrt{١٥} + ٣) + ٢(٥ - ٣) + (٥ - ٢\sqrt{١٥} + ٣)$

$= ٨ + ٢\sqrt{١٥} + ٤ + ٨ - ٢\sqrt{١٥} = ٢٠$

• حل آخر باستخدام الملاحظات السابقة :

حيث إن : $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

$\therefore س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = [(٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥}) + (٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥})]^{٢}$

$= (٢\sqrt{٥})^{٢} = ٤ \times ٥ = ٢٠$

٢ $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = (٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})^{٢} + (٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})(٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}) + (٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥})^{٢}$

$= (٥ + ٣ + ٢\sqrt{١٥}) + (٢) + (٥ + ٣ - ٢\sqrt{١٥}) = ١٨$

• حل آخر باستخدام الملاحظات السابقة :

$س^{٢} + س ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢} - س ص$

$= (٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥} + ٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥})^{٢} - (٣\sqrt{٢} + \sqrt{٥})(٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥})$

$= (٢\sqrt{٥})^{٢} - ٢ = ٢٠ - ٢ = ١٨$

حاول بنفسك ٢

إذا كان : $س = \frac{٣}{٢\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ ، $ص = ٢\sqrt{٢} - \sqrt{٥}$ فأوجد قيمة : $س^{٢} - ص^{٢}$

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

٩ إذا كانت : س = ٣ + √٥ ، ص = ٤ / (٣ + √٥) أثبت أن : س ، ص مترافقان

ثم أوجد : [١] حاصل ضربهما. [٢] س٢ + ص٢ ٠٢٨ ، ٤٠

١٠ إذا كانت : س = ٢ / (٣√٢ - √٥) ، ص = ٢ / (٣√٢ + √٥)

أوجد قيمة : س٢ - س ص + ص٢ ٠١٤٠

١١ إذا كانت : س = √٥ + √٢ ، ص = √٥ - √٢

أوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار : (س + ص) / (س ص - ١) ٠√٥٠

١٢ إذا كانت : أ = ٤ / (٣√٢ - √٧) ، ب = ٤ / (٣√٢ + √٧)

أوجد قيمة : (أ - ب) / أب ٠ √٣٢ / ٢

١٣ إذا كانت : س = ٢√٢ - √٣ ، ص = ٥ / (٣√٢ - √٨)

أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان واحسب قيمة : (س + ص) / س ص ٠ ٤√٣٢ / ٥

١٤ إذا كانت : س = (٥√٢ + ٣√٥) / √٥ ، ص = (٢√٣ - ٣√٢) / √٢

فأوجد قيمة : [١] س٢ + ص٢ [٢] س ص

ثم أثبت أن : س٢ + ص٢ = ٣٨ س ص ٠١ ، ٣٨٠

١٥ إذا كانت : س = ١ / (٣√٢ + ٢) ، ص = ١٢ / ٣√٢

أوجد قيمة المقدار : س٢ + ص ٠٧٠

١٦ إذا كانت : س = ١ / (٢√٢ - ٣√٢) ، ص هى المعكوس الضربى للعدد س

فأوجد : ص ثم أثبت أن : (س + ص)٢ = ١٢ ٠٢√٢ - ٣√٢٠

• تذكر • مفهوم • تطبيق حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ اكتب مرافق كل من الأعداد الآتية :

[١] √٥ + √٣ [٢] ٥ - ٢√٧ [٣] √٥ + ٢ / √٢

٢ اجعل مقام كل مما يأتى عددًا نسبيًا :

[١] ٥ / (√٧ - √٢) [٢] √٣ / (√٣ - ٢) [٣] (٣ + √٧) / (٣ - √٧)

٣ إذا كانت : س = ٢ / (√٥ - √٧) ، ص = √٥ - √٧

أوجد قيمة : (س + ص)٢ ٠٢٨٠

٤ إذا كانت : س = ٤ / (√٣ - √٧) ، ص = ٤ / (√٣ + √٧)

فأوجد قيمة : س٢ ص٢ ٠١٦٠

٥ إذا كانت : س = √٥ + √٣ فأثبت أن : ٤ / س + ٢ س = ٤√٥

٦ إذا كانت : أ = √٣ + √٢ ، ب = ١ / (√٢ + √٣)

أوجد فى أبسط صورة قيمة : أ٢ - ب٢ ٠٤√٦٠

٧ إذا كانت : س = √٥ - √٣ ، ص = ٢ / (√٣ - √٥)

فأوجد قيمة : س٢ + ٢ س ص + ص٢ ٠٢٠٠

٨ إذا كانت : س = √٥ - √٢ ، ص = ٣ / (√٢ - √٥)

أثبت أن : س ، ص مترافقان ثم أوجد : س٢ - ٢ س ص + ص٢ ٠٨٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦٧ إذا كانت : س = $\sqrt{١٣} + \sqrt{٢}$ ، ص = $\sqrt{١٣} - \sqrt{٢}$ فأوجد قيمة : س^{٢} − ص^{٢}

٦٨ إذا كانت : س = $\frac{١}{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}$ ، ص = $\frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$ أثبت أن : س، ص مترافقان ثم أوجد قيمة : س^{٢} ص^{٢}

تذكر أن
ص = $\frac{١}{\text{س}}$

٦٩ إذا كانت : س = $\sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ ، ص = $\frac{٢}{\text{س}}$ أوجد في أبسط صورة قيمة المقدار : $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س} - \text{ص}}$

٧٠ إذا كانت : س = $\frac{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}{\sqrt{٥} - \sqrt{٢}}$ فأثبت أن : $\frac{\text{س}}{٢} - \frac{١}{\text{س}} = ٢٢$

٧١ أكمل ما يأتي :

١ ($\sqrt{٧} + \sqrt{٣}$) ($\sqrt{٧} - \sqrt{٣}$) = ...

٢ إذا كانت : س = ٣ + $\sqrt{٢}$ فإن مرافقها ..... وحاصل ضربهما .....

٣ المقدار المرافق للمقدار $\frac{٣}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}}$ هو .....

٤ مرافق العدد ١ + $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ في أبسط صورة هو .....

٥ المقدار المرافق للمقدار ($\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$) في أبسط صورة هو .....

٦ إذا كانت : س = ٢ + $\sqrt{٥}$ ، ص العدد المرافق للعدد س فإن : (س − ص)^{٢} = ...

٧ إذا كان $\frac{\text{س}}{\sqrt{٥} - ٨} = ٥ + \sqrt{٥}$ فإن : قيمة س في أبسط صورة هي .....

٨ إذا كانت : $\frac{٥}{\text{س}} = \sqrt{٥} - ٢$ فإن : قيمة س في أبسط صورة هي .....

٩ إذا كانت : س = $\sqrt{٥} + ٢$ ، ص = $\sqrt{٥} - ٢$ فإن : (س ص ، س + ص) = ...

١٠ ($\sqrt{٢} + ٢$)^{٢} ($\sqrt{٢} - ٢$)^{٢} = ...

٧٢ في كل مما يأتي إذا كان أ ، ب عددين صحيحين فأوجد قيمة كل منهما :

١ $\frac{١١}{٢ + ٥\sqrt{٢}} = أ + ب\sqrt{٢}$

٢ $\frac{٣}{٥\sqrt{٢} - ٢} = أ + ب\sqrt{٢}$

٣ $\frac{٣}{١٠ - ٨\sqrt{٢}} = أ + ب\sqrt{٢}$

٧٣ اختصر كلا مما يأتي :

١ $\frac{١}{٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢}} + \frac{١}{٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢}}$

٢ $\frac{٦\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢}}{٥\sqrt{٢} + ٦\sqrt{٢}} - \frac{٥\sqrt{٢} + ٦\sqrt{٢}}{٥\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢}}$

٣ $\frac{١٠}{١٠ - ٣\sqrt{٢}} + \sqrt{١٢٥}\sqrt{٢} - ٧٥\sqrt{٢}$

للمتفوقين

٧٤ إذا كانت : س = $\sqrt{٤ + \sqrt{٧}}$ ، ص = $\sqrt{٤ - \sqrt{٧}}$ أوجد في أبسط صورة : (س + ص)^{٢}

٧٥ إذا كانت : س = $\sqrt{٥\sqrt{٢} + ١٠}$ ، ص = $\sqrt{٥\sqrt{٢} - ١٠}$ فأوجد قيمة : س ص^{٢} + ص س^{٢}

٧٦ إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \sqrt{٢} - \sqrt{٢}$ أوجد قيمة : $\frac{٢\text{س}^{٢} + ٢\text{ص}^{٢}}{\text{س ص}}$

٧٧ إذا كانت : س = $\sqrt{٢} + \sqrt{٦}$ ، ص = $\sqrt{٢} - \sqrt{٦}$ فأوجد قيمة : $\frac{\text{س}^{٣}\text{ص}^{٣} - \text{ص}}{(\text{س} + \text{ص})^{٢}}$

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 8

العمليات على الجذور التكعيبية

* إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن :

١ $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب} = \sqrt[3]{أ ب}$

فمثلًا : • $\sqrt[3]{٣} \times \sqrt[3]{٩} = \sqrt[3]{٩ \times ٣} = \sqrt[3]{٢٧} = ٣$

• $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{-٤} = \sqrt[3]{(-٤) \times ٢} = \sqrt[3]{-٨} = -٢$

• $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{١٦} = \sqrt[3]{٢ \times ٨} = \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٨} = ٢ \sqrt[3]{٢}$

• $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{-٥٤} = \sqrt[3]{٢ \times ٢٧-} = \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{-٢٧} = -٣ \sqrt[3]{٢}$

٢ $\sqrt[3]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}}$ (حيث ب ≠ ٠)

فمثلًا : • $\sqrt[3]{\frac{٣٢}{٤}} = \frac{\sqrt[3]{٣٢}}{\sqrt[3]{٤}} = \sqrt[3]{٨} = ٢$ • $\sqrt[3]{\frac{٥٤}{-٢}} = \sqrt[3]{-٢٧} = -٣$

• $\sqrt[3]{\frac{٨}{١٢٥}} = \frac{\sqrt[3]{٨}}{\sqrt[3]{١٢٥}} = \frac{٢}{٥}$ • $\frac{\sqrt[3]{-٢٧}}{\sqrt[3]{٦٤}} = \sqrt[3]{\frac{-٢٧}{٦٤}} = -\frac{٣}{٤}$

مثال ١

أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $\sqrt[3]{\frac{٢}{٣}} \times \sqrt[3]{\frac{٤}{٩}}$ ٢ $\sqrt[3]{\frac{٥}{٤}} \div \sqrt[3]{\frac{٢}{٢٥}}$

الحل

١ $\sqrt[3]{\frac{٢}{٣}} \times \sqrt[3]{\frac{٤}{٩}} = \sqrt[3]{\frac{٤}{٩} \times \frac{٢}{٣}} = \sqrt[3]{\frac{٨}{٢٧}} = \frac{\sqrt[3]{٨}}{\sqrt[3]{٢٧}} = \frac{٢}{٣}$

٢ $\sqrt[3]{\frac{٥}{٤}} \div \sqrt[3]{\frac{٢}{٢٥}} = \sqrt[3]{\frac{٢}{٢٥} \div \frac{٥}{٤}} = \sqrt[3]{\frac{٢}{٢٥} \times \frac{٥}{٤}} = \sqrt[3]{\frac{١}{٨}} = \frac{\sqrt[3]{١}}{\sqrt[3]{٨}} = \frac{١}{٢}$

ملاحظات

* إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن :

١ $\sqrt[3]{أ + ب} \neq \sqrt[3]{أ} + \sqrt[3]{ب}$ ، $\sqrt[3]{أ - ب} \neq \sqrt[3]{أ} - \sqrt[3]{ب}$

٢ $\sqrt[3]{-أ} = -\sqrt[3]{أ}$

٣ $\sqrt[3]{أ^{٣} ب} = أ \sqrt[3]{ب}$

فمثلًا : • $\sqrt[3]{٣} \times ٣ = \sqrt[3]{\frac{١}{٩}} \times \sqrt[3]{٢٧} = \sqrt[3]{٣}$

• $\sqrt[3]{٢} \times ٤ = \sqrt[3]{\frac{١}{٤}} \times \sqrt[3]{٨ \times ٤} = \sqrt[3]{\frac{١}{٤} \times ٨} \times \sqrt[3]{٤} = ٢ \sqrt[3]{٤}$

٤ $\sqrt[3]{\frac{أ}{ب}} = \sqrt[3]{\frac{أ}{ب} \times \frac{ب^{٢}}{ب^{٢}}} = \sqrt[3]{\frac{أ ب^{٢}}{ب^{٣}}} = \frac{١}{ب} \sqrt[3]{أ ب^{٢}}$ (حيث ب ≠ ٠)

فمثلًا : $\sqrt[3]{\frac{١}{٣}} = \sqrt[3]{\frac{١}{٣} \times \frac{٩}{٩}} = \sqrt[3]{\frac{٩}{٢٧}} = \frac{١}{٣} \sqrt[3]{٩}$

مثال ٢

اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

١ $\sqrt[3]{٢٤} + \sqrt[3]{-٣} - \sqrt[3]{٨١}$

٢ $\sqrt[3]{٥٤} + ٦ \sqrt[3]{١٦} - ٦ \sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$

٣ $\sqrt[3]{٨١} + ٢ \sqrt[3]{-١٢} - ٢ \sqrt[3]{٣}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

$\sqrt{٢٧} + \sqrt{٣} - \sqrt{٨١} = \sqrt{٣} + ٣ \times \sqrt{٨} - \sqrt{٣} = ٣\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٨} - \sqrt{٣}$

$= \sqrt{٣} + ٣\sqrt{٨}$

$= \sqrt{٣} + ٣ \times ٢\sqrt{٢} = \sqrt{٣} + ٦\sqrt{٢}$

$\frac{١}{٤}\sqrt{٣٢} + \sqrt{٥٤} - \sqrt{١٢} = \frac{١}{٤}\sqrt{١٦ \times ٢} + \sqrt{٩ \times ٦} - \sqrt{٤ \times ٣}$

$= \frac{١}{٤} \times ٤\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٦} - ٢\sqrt{٣}$

$= \sqrt{٢} + ٣\sqrt{٦} - ٢\sqrt{٣}$

$= \sqrt{٢} + ٣ \times ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} = \sqrt{٢} + ٦\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}$

طريقة أخرى

$\because \sqrt{\frac{١}{٤}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٤}} = \frac{١}{٢}$

$\therefore \frac{١}{٤}\sqrt{١٢٦} = \frac{\sqrt{١٢٦}}{\sqrt{١٦}} = \frac{\sqrt{١٢٦}}{\sqrt{١٦ \times ٤}} = \frac{\sqrt{١٢٦}}{٤\sqrt{٤}} = \frac{\sqrt{١٢٦}}{٤ \times ٢} = \frac{\sqrt{١٢٦}}{٨}$

$\frac{١}{٢} \times \sqrt{٢} = \frac{١}{٢}\sqrt{٢ \times ٨} = \frac{١}{٢}\sqrt{٨}$

$\therefore \sqrt{٥٤} + ٦ - \sqrt{١٢} + ٦ = \sqrt{٩ \times ٦} + ٦ - \sqrt{٤ \times ٣} + ٦$

$= ٣\sqrt{٦} + ٦ - ٢\sqrt{٣} + ٦$

$= ١٢ - ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٦}$

طريقة ثالثة

$\because \sqrt{\frac{١}{٤}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٤}} = \frac{١}{٢}$

$\therefore \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٨}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٤ \times ٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٢}} = \frac{١}{٢} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$

$\therefore \sqrt{٥٤} + ٦ - \sqrt{١٢} + ٦ = ٣\sqrt{٦} + ٦ - ٢\sqrt{٣} + ٦$

$= ١٢ - ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٦}$

$\frac{\sqrt{٢}}{٢} \times ٦ - ٢\sqrt{٣} + ١٢ = ٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣} + ١٢$

$\sqrt{٨١} + \sqrt{١٢} - ٢\sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٤ \times ٣} + ٣\sqrt{٢٧} - ٢\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} + ٣ \times ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣}$

مثال ٣

أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة : $٢\sqrt{٤}(٥\sqrt{\frac{١}{٤}} - \sqrt{٢٢})$

الحل

$٢\sqrt{٤}(٥\sqrt{\frac{١}{٤}} - \sqrt{٢٢}) = ٢ \times ٥ \times \sqrt{\frac{١}{٤}} \times \sqrt{٤} - ٢ \times \sqrt{٢٢} \times \sqrt{٤}$

$= ١٠ \times \frac{١}{٢} \times ٢ - ٢\sqrt{١٢٨} = ١٠ - ٢\sqrt{٦٤ \times ٢}$

$= ١٠ - ٢ \times ٤\sqrt{٢} = ١٠ - ٨\sqrt{٢}$

مثال ٤

إذا كانت : $س = \sqrt{٥} + ٢$ ، $ص = \sqrt{٥} - ٢$

فأوجد قيمة : $(س + ص)^٢ - (س - ص)^٢$

الحل

$\because س + ص = \sqrt{٥} + ٢ + \sqrt{٥} - ٢ = ٢\sqrt{٥}$

$، س - ص = \sqrt{٥} + ٢ - (\sqrt{٥} - ٢) = \sqrt{٥} + ٢ - \sqrt{٥} + ٢ = ٤$

$\therefore (س + ص)^٢ - (س - ص)^٢ = (٢\sqrt{٥})^٢ - (٤)^٢$

$= ٢^٢ \times (\sqrt{٥})^٢ - (٤)^٢$

$= ٨ \times ٥ - ٦٤ = ٤٠ - ٦٤ = -٢٤$

حاول بنفسك

اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

(١) $٥\sqrt{٢} - \sqrt{١٦} + \sqrt{-٥٤}$

(٢) $\sqrt{٢٧} + \frac{١}{٢}\sqrt{٣٢} + \sqrt{-٩}$

موقع التفوق
ALTFW0١٢.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 8

على العمليات على الجذور التكعيبية

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة

١ ضع كلًا مما يأتى على صورة $\sqrt[3]{ب}$ أ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة :

(١) $\sqrt[3]{١٦}$ (٢) $-\sqrt[3]{٥٤}$ (٣) $٢\sqrt[3]{٢٥٠}$

(٤) $\frac{٢}{٣}\sqrt[3]{-١٣٥}$ (٥) $٣\sqrt[3]{\frac{١}{٣}}$ (٦) $-١٠\sqrt[3]{\frac{٢}{٥}}$

٢ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $٢\sqrt[3]{٣} \times \sqrt[3]{٣٢}$ (٢) $\frac{\sqrt[3]{٧٢}}{\sqrt[3]{٩}}$ (٣) $\frac{٤\sqrt[3]{-٥٤}}{٢\sqrt[3]{-٢}}$

(٤) $\frac{١}{٢}\sqrt[3]{١٠} \times ٦\sqrt[3]{١٠٠}$ (٥) $\frac{٢}{٥}\sqrt[3]{٢} \times \frac{٤}{٢٥}\sqrt[3]{٢}$ (٦) $\frac{٣}{٤}\sqrt[3]{٢} \div \frac{٢}{٩}\sqrt[3]{٢}$

٣ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\sqrt[3]{١٦} - \sqrt[3]{٢}$ صفر (٢) $\sqrt[3]{١٢٥} - \sqrt[3]{٢٤}$ $٥ - ٢\sqrt[3]{٣}$

(٣) $\sqrt[3]{٨١} + \sqrt[3]{-٢٤}$ صفر (٤) $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{١٦} - \sqrt[3]{٢٥٠}$ صفر

(٥) $٢\sqrt[3]{٥٤} - ٥\sqrt[3]{١٦} + \sqrt[3]{٢}$ صفر (٦) $\sqrt[3]{١٦} - \frac{١}{٢}\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{-٢}$ صفر

(٧) $\sqrt[3]{١٦} + ١٠\sqrt[3]{٢٥} \times \sqrt[3]{٢}$ $٧٠\sqrt[3]{٢}$ (٨) $\sqrt[3]{٢٤} - ٢٦\sqrt[3]{١٣\frac{٨}{٩}}$ $-٨٠\sqrt[3]{٢}$

٤ أثبت أن :

(١) $\sqrt[3]{١٢٨} + \sqrt[3]{١٦} - ٢\sqrt[3]{٥٤}$ = صفر

(٢) $\sqrt[3]{٥٤} \times \sqrt[3]{١٦} + (٦ \times \sqrt[3]{٤}) = ١$

موقع التفوق
ALtFw012.com

٥ اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

(١) $\sqrt[3]{٨١} + \sqrt[3]{-٢٤} - ٣\sqrt[3]{\frac{١}{٩}}$ صفر

(٢) $\sqrt[3]{٥٤} + ٢\sqrt[3]{٨} - \frac{١}{٤}\sqrt[3]{-١٦} + ٥$ $٩٠\sqrt[3]{٢}$

(٣) $\sqrt[3]{١٠٨} - ٢\sqrt[3]{٤} - \frac{١}{٢}\sqrt[3]{-٤}$ $٠\frac{١}{٢}\sqrt[3]{٤}$

(٤) $\sqrt[3]{-٣} - ٤\sqrt[3]{٤} \times \sqrt[3]{٦} + ٣\sqrt[3]{\frac{١}{٩}}$ صفر

٦ اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

(١) $\frac{٧}{٣}\sqrt[3]{١٨} + \sqrt[3]{٥٤} - ٧\sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{١٦}$ $٥٠\sqrt[3]{٢}$

(٢) $\sqrt[3]{٢٧} + \frac{١}{٣}\sqrt[3]{٢٧} - ٩\sqrt[3]{\frac{١}{٣}} - ١$ صفر

(٣) $\sqrt[3]{-١٦} + \frac{١٤}{\sqrt[3]{٧}} + \sqrt[3]{٢٨} + \sqrt[3]{٥٤}$ $٠\sqrt[3]{٢}$

(٤) $\sqrt[3]{١٨} + \sqrt[3]{٥٤} - \frac{\sqrt[3]{٢١٦}}{\sqrt[3]{١٢}} - \sqrt[3]{١٦}$ $٠\sqrt[3]{٢}$

(٥) $٥\sqrt[3]{٢} - \frac{١}{٢}\sqrt[3]{٢٠٠} + (\sqrt[3]{٥} \times \sqrt[3]{٢٥})$ ٥٠

٧ اختصر ما يأتى إلى أبسط صورة : $٢\sqrt[3]{١٦}(٣\sqrt[3]{٤} + ٥\sqrt[3]{٣٢} - ٢\sqrt[3]{\frac{١}{٢}})$ $٩٦٠\sqrt[3]{٢}$

٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{-٢} =$ .....

(أ) $\sqrt[3]{٥٢}$ (ب) $\sqrt[3]{٢}$ (جـ) $٢\sqrt[3]{٢}$ (د) $٤\sqrt[3]{٢}$

(٢) $\sqrt[3]{-٦٤} + \sqrt[3]{١٦} =$ .....

(أ) صفر (ب) ٨ (جـ) -٨ (د) ± ٨

(٣) $\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} =$ .....

(أ) ٨ (ب) -٢ (جـ) ٢ (د) $٢\sqrt[3]{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ $\sqrt{٢} + \sqrt{٢} =$ .....
(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) $\sqrt{٤}$ (جـ) $\sqrt{٨}$ (د) $\sqrt{١٦}$

٥ $\sqrt{\frac{٢}{٤}} =$ .....
(أ) $\frac{\sqrt{٦}}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}\sqrt{٢}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) $\sqrt{٢}$

٩ أكمل ما يأتى :

١ $\sqrt{\frac{٢}{٣}} \times \sqrt{-١٢} =$ .....

٢ $\sqrt{٣} \times \sqrt{٩} =$ .....

٣ $\sqrt{٥٤} - \sqrt{-١٦} =$ .....

٤ $\frac{١}{٢}\sqrt{٥٦} - \sqrt{\frac{٧}{٢٧}} =$ .....

٥ إذا كانت : س = ٢ ، ص = $\sqrt{-١٦}$ فإن : $(\frac{س}{ص})^{٣}$ = ...

٦ $\frac{\sqrt{٢٥٠} - \sqrt{١٦}}{\sqrt{٥٤}} =$ .....

١٠ إذا كانت : أ = $\sqrt{٥} + ١$ ، ب = $\sqrt{٥} - ١$ احسب قيمة كل من :

١ $(أ - ب)^{٥}$ ٢ $(أ + ب)^{٢}$ ، ٣٢ ، ٤٠

١١ إذا كانت : س = ٣ + $\sqrt{٦}$ ، ص = ٣ − $\sqrt{٦}$ فأوجد قيمة : $(\frac{س - ص}{س + ص})^{٣}$ ، $\frac{٢}{٩}$

١٢ أوجد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

$\sqrt{٣٢} + ٤\sqrt{\frac{١}{٢}} - (٢\sqrt{-٢})^{٢} + (\sqrt{٢})^{صفر} - (\frac{٢}{\sqrt{٢}})^{٢}$ ، ١٠

للمتفوقين

١٣ إذا كانت : س = $\sqrt{٢} + ١$ ، ص = $\sqrt{٢} - ١$ فأثبت أن : $س^{٢} + ص^{٢} = ٢\sqrt{٤} + ٢$

١٤ اجعل مقام ما يأتى عددًا نسبيًا : $\frac{٢}{\sqrt{٢}}$

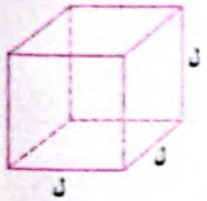


الدرس 9

تطبيقات على الأعداد الحقيقية

المكعب

هو مجسم جميع أوجهه الستة عبارة عن مربعات متطابقة
أى أن جميع أحرفه متساوية فى الطول.
ويفرض أن طول حرف المكعب = ل وحدة طولية فإن :



١ مساحة كل وجه = $ل^{٢}$ وحدة مربعة.
٢ مساحته الجانبية = $٤ ل^{٢}$ وحدة مربعة.
٣ مساحته الكلية (مساحة أوجهه الستة) = $٦ ل^{٢}$ وحدة مربعة.
٤ حجمه = $ل^{٣}$ وحدة مكعبة.

مثال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣} فإن مجموع أطوال أحرفه يساوى .....
(أ) ١٦ سم (ب) ٣٢ سم (جـ) ٤٨ سم (د) ٦٤ سم

٢ مكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣} فإن مساحته الكلية تساوى .....
(أ) ٢٠٠ سم^{٢} (ب) ١٥٠ سم^{٢} (جـ) ١٢٥ سم^{٢} (د) ٢٥ سم^{٢}

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

٣ مكعب حجمه ٢١٦ سم³ فإن مساحته الجانبية تساوى .....
(أ) ٣٦ سم² (ب) ٧٢ سم² (ج) ١٤٤ سم² (د) ٢١٦ سم²

٤ مكعب مساحته الجانبية ٤ سم² فإن حجمه يساوى .....
(أ) ١ سم³ (ب) ٢ سم³ (ج) ٤ سم³ (د) ١٦ سم³

٥ مكعب مساحته الكلية ٢٩٤ سم² فإن مساحته الجانبية تساوى .....
(أ) ٢٨ سم² (ب) ٤٩ سم² (ج) ١٩٦ سم² (د) ٣٤٣ سم²

التمرين

١ (ج) تفسير الحل : ∵ حجم المكعب = ل³ حيث ل طول حرفه
∴ ل³ = ٦٤ ∴ ل = ∛٦٤ = ٤ سم
∴ مجموع أطوال أحرف المكعب = ١٢ ل = ١٢ × ٤ = ٤٨ سم

٢ (ب) تفسير الحل : ∵ حجم المكعب = ل³ حيث ل طول حرفه
∴ ل³ = ١٢٥ ∴ ل = ∛١٢٥ = ٥ سم
∴ مساحة المكعب الكلية = ٦ ل² = ٦ × ٥² = ١٥٠ سم²

٣ (ج) تفسير الحل : ∵ حجم المكعب = ل³ حيث ل طول حرفه
∴ ل³ = ٢١٦ ∴ ل = ∛٢١٦ = ٦ سم
∴ مساحة المكعب الجانبية = ٤ ل² = ٤ × ٦² = ١٤٤ سم²

٤ (أ) تفسير الحل : ∵ المساحة الجانبية للمكعب = ٤ ل² حيث ل طول حرفه
∴ ٤ ل² = ٤ ∴ ل² = ١
∴ ل = √١ = ١ سم ∴ حجم المكعب = ل³ = ١³ = ١ سم³

٥ (ج) تفسير الحل : ∵ المساحة الكلية للمكعب = ٦ ل² حيث ل طول حرفه
∴ ٦ ل² = ٢٩٤ ∴ ل² = ٢٩٤ / ٦ = ٤٩
∴ المساحة الجانبية للمكعب = ٤ ل² = ٤ × ٤٩ = ١٩٦ سم²

حاول بنفسك ١

أكمل الجدول التالى :

	طول حرف المكعب	مساحة الوجه الواحد	مساحة الجانبية	مساحة الكلية	الحجم
١	٣ سم	.....	.....	.....	.....
٢	.....	٤٩ سم²	.....	.....	.....
٣	.....	.....	١٤٤ سم²	.....	.....
٤	.....	.....	.....	١٥٠ سم²	.....
٥	.....	.....	.....	.....	٦٤ سم³

متوازى المستطيلات

هو مجسم يحتوى على ستة أوجه مستطيلة
وكل وجهين متقابلين منها متطابقان.
ويفرض أن أطوال أحرف متوازى المستطيلات
هى س ، ص ، ع وحدة طولية فإن :



١ مساحته الجانبية = محيط قاعدته × ارتفاعه = ٢ (س + ص) × ع وحدة مربعة.
٢ مساحته الكلية (مساحة أوجهه الستة) = مساحته الجانبية + ضعف مساحة قاعدته
= ٢ (س + ص) × ع + ٢ س ص
= ٢ (س ص + ص ع + ع س) وحدة مربعة.
٣ حجمه = مساحة قاعدته × ارتفاعه = س × ص × ع وحدة مكعبة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظتان

- قد يحتوي متوازي المستطيلات على وجهين متقابلين كل منهما عبارة عن مربع.
- المكعب هو حالة خاصة من متوازي المستطيلات ،
فهو متوازي مستطيلات أطوال أحرفه متساوية.

مثال ١

متوازي مستطيلات ارتفاعه ٤ سم وقاعدته مربعة الشكل ، طول ضلعها ٥ سم أوجد :

١ حجمه.
٢ مساحته الجانبية.
٣ مساحته الكلية.

الحل

١ حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

= ٥ × ٥ × ٤ = ١٠٠ سم^{٣}

٢ مساحة متوازي المستطيلات الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٤ × ٥ × ٤ = ٨٠ سم^{٢}

٣ مساحة متوازي المستطيلات الكلية = المساحة الجانبية + ضعف مساحة قاعدته

= ٨٠ + ٢ × ٢٥ = ١٣٠ سم^{٢}

حاول بنفسك ٢

متوازي مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم
احسب حجمه ومساحته الكلية.

موقع التفوق
ALTFWOK.com

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق فإن :

١ محيط الدائرة = ٢ π نق وحدة طولية.
٢ مساحة الدائرة = π نق^{٢} وحدة مربعة.



مثال ٣

دائرة مساحتها ٢٥ π سم^{٢}. احسب محيطها بدلالة π

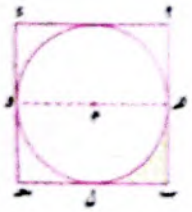
الحل

∵ مساحة الدائرة = π نق^{٢} ∴ π نق^{٢} = ٢٥ π

∴ نق^{٢} = ٢٥ ∴ نق = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٥ × π = ١٠ π سم

مثال ٤



في الشكل المقابل :

دائرة م مرسومة داخل مربع فإذا كانت مساحة المربع ١٩٦ سم^{٢}

فأوجد :

١ مساحة الجزء المظلل.
٢ محيط الجزء المظلل.

الحل

∵ مساحة المربع = ١٩٦ سم^{٢} ∴ طول ضلع المربع = $\sqrt{١٩٦}$ = ١٤ سم

∵ طول ضلع المربع = ٢ نق ∴ ١٤ = ٢ نق ∴ نق = ٧ سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

١ مساحة الجزء المظلل = (مساحة المربع - مساحة الدائرة) ÷ ٤

= (١٩٦ - $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ × ٧) ÷ ٤ = ٤٢ ÷ ٤ = ١٠,٥ سم٢

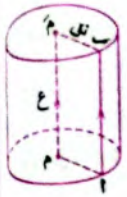
٢ محيط الجزء المظلل = ب هـ + ب ل + $\frac{١}{٤}$ محيط الدائرة

= ٧ + ٧ + ($\frac{١}{٤}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧) = ١٤ + ١١ = ٢٥ سم

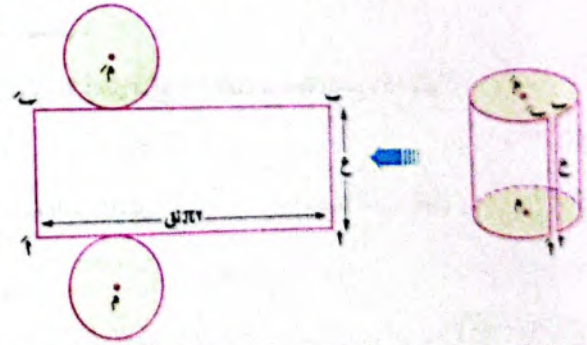
حاول بنفسك ٣

دائرة محيطها ٨٨ سم ، أوجد مساحتها. ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الأسطوانة الدائرية القائمة



- هي مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان كل منهما عبارة عن سطح دائرة مستوى ، أما السطح الجانبي فهو سطح منحنٍ يسمى سطح أسطواني.
- والقطعة المستقيمة $\overline{م م'}$ المرسومة بين مركزي القاعدتين تكون عمودية على مستوى كل من القاعدتين وتُسمى ارتفاع الأسطوانة.
- إذا رسمنا $\overline{أ ب}$ على السطح الأسطواني بحيث أ ∈ الدائرة م ، ب ∈ الدائرة م' ، $\overline{أ ب}$ // $\overline{م م'}$ وقطعنا سطح الأسطوانة الجانبي عند $\overline{أ ب}$ وفردناها فإننا نحصل على الشكل الآتي :



وهو يتكون من سطح مستطيل أ ب ب أ وهو نفس السطح الأسطواني ، بالإضافة إلى سطحي دائرتين هما قاعدتا الأسطوانة ويكون : أ ب = ارتفاع الأسطوانة ، أ أ = محيط قاعدة الأسطوانة

∴ المساحة الجانبية للأسطوانة = مساحة المستطيل أ ب ب أ

= أ أ × أ ب = محيط قاعدة الأسطوانة × ارتفاعها

وإذا فرضنا أن : طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة = نق ، ارتفاعها = ع فإن :

١ المساحة الجانبية للأسطوانة = ٢ π نق ع وحدة مربعة.

٢ المساحة الكلية للأسطوانة = المساحة الجانبية للأسطوانة + ضعف مساحة القاعدة

= ٢ π نق ع + ٢ π نق٢ وحدة مربعة.

٣ حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = π نق٢ ع وحدة مكعبة.

مثال ٥

أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم ، وحجمها ١٥٤٠ سم٣ أوجد مساحتها الكلية ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحل

∵ حجم الأسطوانة = π نق٢ ع ∴ ١٥٤٠ = $\frac{٢٢}{٧}$ نق٢ × ١٠

∴ ١٥٤٠ = $\frac{٢٢٠}{٧}$ نق٢ ∴ نق٢ = $\frac{٧}{٢٢٠}$ × ١٥٤٠ = ٤٩

∴ نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ سم

∴ المساحة الكلية للأسطوانة = ٢ π نق ع + ٢ π نق٢

= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ × ١٠ + ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧٢

= ٤٤٠ + ٣٠٨ = ٧٤٨ سم٢

حاول بنفسك ٤

أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم٣ وارتفاعها ١٠ سم أوجد طول قطر قاعدتها.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الكـــرة



- هي مجسم سطحه منحنى ومجموع نقاط سطحه على أبعاد متساوية من نقطة ثابتة داخل الكرة.
- تسمى هذه الأبعاد المتساوية : طول نصف قطر الكرة.
- تسمى النقطة الثابتة : مركز الكرة.
- إذا قُطعت الكرة بمستوى مار بمركزها فإن القطع الناتج يكون عبارة عن دائرة مركزها هو مركز الكرة وطول نصف قطرها هو طول نصف قطر الكرة.

ويعرض أن طول نصف قطر الكرة = نق فإن

١) مساحة الكرة = ٤ π نق^{٢} وحدة مربعة.

٢) حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} وحدة مكعبة.

مثال ١

كرة حجمها $\frac{٥٠٠}{٣}$ π سم^{٣} ، أوجد طول قطرها.

الحل

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} ∴ $\frac{٥٠٠}{٣}\pi = \frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣}

∴ نق^{٣} = $\frac{٥٠٠}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ = ١٢٥ ∴ نق = $\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥ سم

∴ طول قطر الكرة = ٢ × ٥ = ١٠ سم

مثال ٢

أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٦ سم وحجمها $\frac{٢}{٣}$ حجم كرة طول نصف قطرها ٣ سم.

أوجد طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

الحل

بفرض أن : طول نصف قطر الكرة نق سم ، طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة ق سم

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = $\frac{٤}{٣}$ π × ٣^{٣} = ٣٦ π سم^{٣}

∵ حجم الأسطوانة = $\frac{٢}{٣}$ حجم الكرة ∴ π ق^{٢} ع = $\frac{٢}{٣}$ × ٣٦ π

∴ ق^{٢} × ٦ = ٢٤ ∴ ق^{٢} = ٤

∴ ق = $\sqrt{٤}$ = ٢ سم ∴ طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة = ٢ سم

حاول بنفسك ٥

كرة مساحتها ٣٦ π سم^{٢} أوجد حجمها بدلالة π

الجدول التالي يلخص قواعد حساب مساحات وحجوم بعض المجسمات :

المجسم		المساحة الجانبية	المساحة الكلية	الحجم
المكعب		٤ ل^{٢}	٦ ل^{٢}	ل^{٣}
متوازي المستطيلات		٢ (س × ص) × ع	٢ (س × ص + ص × ع + ع × س)	س × ص × ع
الأسطوانة الدائرية القائمة		٢ π نق ع	٢ π نق ع + ٢ π نق^{٢} = ٢ π نق (ع + نق)	π نق^{٢} ع
الكرة		-	٤ π نق^{٢}	$\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس 9

تطبيقات على الأعداد الحقيقية

• تذكر • تفكير • تدريب • حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

المكعب

١ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان طول حرف مكعب ٥ سم فإن حجمه = ... سم٣

٢ مكعب طول حرفه ٤ سم فإن مساحته الكلية = ... سم٢

٣ المساحة الجانبية لمكعب طول حرفه ل سم = ... سم٢

٤ مكعب حجمه ل٣ سم٣ فإن مساحته الكلية = ... سم٢

٥ المكعب الذى طول حرفه = ٢ ل سم فإن حجمه = ... سم٣

٢ مكعب مساحته الجانبية ٣٦ سم٢ أوجد :

١ مساحته الكلية. ٢ حجمه. ٥٤٠ سم٢ ، ٢٧ سم٣.

٣ مكعب محيط أحد أوجهه ١٢ سم أوجد :

١ حجمه. ٢ مساحته الجانبية. ٢٧٠ سم٣ ، ٣٦ سم٢.

٤ مكعب مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم أوجد :

١ حجمه. ٢ مساحته الكلية. ١٢٥٠ سم٣ ، ١٥٠ سم٢.

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مكعب حجمه ١ سم٣ فإن مجموع أطوال أحرفه = ... سم

(أ) ١ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٢

٢ مكعب حجمه ٦٤ سم٣ فإن مساحته الجانبية = ... سم٢

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٦٤ (د) ٩٦

٣ مكعب حجمه ٢٧ سم٣ فإن مساحته الكلية = ... سم٢

(أ) ٩ (ب) ٢٧ (جـ) ٣٦ (د) ٥٤

٤ إذا كانت المساحة الكلية لمكعب = ٩٦ سم٢ فإن مساحة الوجه الواحد = ... سم٢

(أ) ١٦ (ب) ٦٤ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٥ مكعب مساحته الكلية = ١٥٠ سم٢ فإن مساحته الجانبية = ... سم٢

(أ) ٢٥ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٢٥ (د) ١٥٠

٦ إذا كانت مساحة الأوجه الستة لمكعب = ٥٤ سم٢ فإن حجمه = ... سم٣

(أ) ٥٤ (ب) ٤٤ (جـ) ٧٢ (د) ٢٧

٧ إذا كان حجم مكعب = ٦٤ سم٣ فإن طول قطر وجه فيه = ... سم

(أ) ١٦ (ب) ٤√٢ (جـ) ٣٢ (د) ٦٤

٨ مكعب حجمه ٥ سم٣ إذا ضُوعف طول حرفه فإن حجمه = ... سم٣

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

٩ مكعب حجمه ٢ √٢ سم٣ فإن طول حرفه = ... سم

(أ) √٢ (ب) ٢ (جـ) ٨ (د) ١٠٥

متوازى المستطيلات

٦ متوازى مستطيلات بعدا قاعدته ٩ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه ٥ سم أوجد :

١ حجمه. ٢ مساحته الجانبية.

٣ مساحته الكلية. ٤٥٠٠ سم٣ ، ١٩٠ سم٢ ، ٣٧٠ سم٢.

٧ متوازى مستطيلات أبعاده √٢ سم ، √٣ سم ، √٦ سم أوجد حجمه. ٦٠ سم٣.

٨ متوازى مستطيلات بُعدا قاعدته (√٣) سم ، (√٣ - ١) سم ،

وارتفاعه (٣ + √٣) سم احسب حجمه. ٦٠ سم٣.

٩ متوازى مستطيلات مساحته الجانبية ٤٨٠ سم٢ ، وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه ١٠ سم

احسب ارتفاعه. ١٢٠ سم.

١٠ متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل فإذا كان حجمه ٧٢٠ سم٣ وارتفاعه ٥ سم

أوجد مساحته الكلية. ٥٢٨٠ سم٢.

موقع التفوق ALTFW0٧٩.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٦ أيهما أكبر حجمًا :
مكعب مساحته الكلية ٢٩٤ سم^٢ أم متوازي مستطيلات أبعاده ٧ ، ٣$\sqrt{٣}$ ، ٥ سم ؟

١٧ في الشكل المقابل :
قطعة من الورق المقوى مستطيلة الشكل بعداها
٢٥ سم ، ١٥ سم قُطع من كل ركن من أركانها الأربعة مربع
طول ضلعه ٤ سم ثم طويت الأجزاء البارزة لتكون حوضًا
على شكل متوازي مستطيلات أوجد حجمه ومساحته الكلية.



٤٧٦٠ سم^٣ ، ٣١٦ سم^٢

الدائرة ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$ ما لم يذكر خلاف ذلك)

١٨ دائرة طول نصف قطرها ٥ ، ١٠ سم ، أوجد كلًا من محيطها ومساحتها.
٦٣ سم ، ٣٤٦٫٥ سم^٢

١٩ دائرة مساحتها ١٥٤ سم^٢ ، أوجد محيطها وطول قطرها.
٤٤ سم ، ١٤ سم

٢٠ دائرة مساحتها ٦٤ π سم^٢ ، أوجد طول نصف قطرها ثم أوجد محيطها لأقرب
عدد صحيح. ($\pi = ٣.١٤$)
٨ سم ، ٥٠ سم

٢١ في الشكل المقابل :
$\overline{أب}$ قطر نصف الدائرة فإذا كانت
مساحة هذه المنطقة ١٢.٣٢ سم^٢
أوجد محيط الشكل.



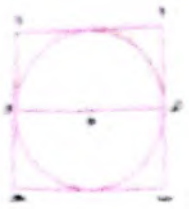
١٤.٤٠ سم

٢٢ في الشكل المقابل :
دائرتان متحدتان في المركز م
طولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم
أوجد مساحة الجزء المظلل بدلالة π



١٦ π سم^٢

١٨ في الشكل المقابل :
الدائرة م مرسومة داخل المربع أ ب حـ د
، فإذا كانت مساحة الجزء المظلل $\frac{٥}{١٤}$ ١٠ سم^٢
أوجد محيط هذا الجزء.



٢٠ سم

١٩ في الشكل المقابل :
الدائرة م تمر برؤوس المربع أ ب حـ د
فإذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٧ سم
فأوجد مساحة المنطقة المظللة ومحيطها.



١٤ سم^٢ ، (١١ + ٧$\sqrt{٢}$) سم

الأسطوانة الدائرية القائمة ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$ ما لم يذكر خلاف ذلك)

٢٠ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ١٤ سم وارتفاعها ٣٠ سم
أوجد حجمها ومساحتها الكلية.
١٨٤٨٠ سم^٣ ، ٣٩٦٠ سم^٢

٢١ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٢٤ سم^٣ ، وارتفاعها ٦ سم
أوجد مساحتها الجانبية.
٣٦٠ سم^٢

٢٢ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^٣ ، وارتفاعها ٢٤ سم
أوجد مساحتها الكلية. ($\pi = ٣.١٤$)
٢١٣٥.٢٠ سم^٢

٢٣ أيهما أكبر حجمًا : أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم وارتفاعها
١٠ سم ، أم مكعب طول حرفه ١١ سم ؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٤ أكمل ما يأتى :

١ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها نق سم وارتفاعها ع سم
فإن مساحتها الجانبية ..... وحجمها .....

٢ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠ سم ، يكون طول نصف قطر قاعدتها .....

٣ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٥٠٠ π سم^{٣} وطول نصف قطر قاعدتها ٥ سم
فإن ارتفاعها = ...

٤ أسطوانة دائرية قائمة حجمها π نق^{٢} سم^{٣} فإن ارتفاعها يساوى .....

٥ إذا كانت المساحة الجانبية لأسطوانة قائمة = ٢ π نق^{٢} سم^{٢} فإن ارتفاعها = ...

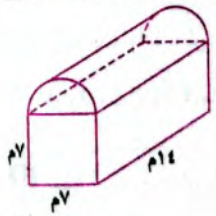
٢٥ أسطوانة دائرية قائمة محيط قاعدتها ٤٤ سم وارتفاعها ٢٥ سم أوجد حجمها. « ٣٨٥٠ سم^{٣}.

٢٦ أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٥٢ سم^{٢} وطول قطر قاعدتها ٨ سم
أوجد حجمها. « ١٠٤ سم^{٣}.

٢٧ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٣٦ π سم^{٣} وارتفاعها ٤ سم ، وطول نصف قطر قاعدتها يساوى طول حرف مكعب. أوجد المساحة الكلية للمكعب. « ٥٤ سم^{٢}.

٢٨ إذا كان ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها
أوجد ارتفاع الأسطوانة علمًا بأن حجمها ٧٢ π سم^{٣} « ٢٠ $\sqrt[٣]{٩}$ سم.

٢٩ فى الشكل المقابل :
خزان على شكل متوازى مستطيلات أبعاده ٧ م ، ٧ م ، ١٤ م
والجزء العلوى منه على شكل نصف أسطوانة دائرية قائمة
احسب حجم الخزان بالمتر المكعب.



« ٩٥٥,٥ م^{٣}.

٣٠ قطعة من الورق على شكل مستطيل أ ب حـ ء ، فيه : أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ٤٤ سم
، طُويت على شكل أسطوانة دائرية قائمة ، بحيث ينطبق $\overline{أ ب}$ على $\overline{حـ ء}$
أوجد حجم الأسطوانة الناتجة. « ١٥٤٠ سم^{٣}.

الكـــرة ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$ ما لم يذكر خلاف ذلك)

٣١ أوجد الحجم ومساحة السطح لكرة طول قطرها ٤,٢ سم « ٣٨,٨٠٨ سم^{٣} ، ٥٥,٤٤ سم^{٢}.

٣٢ كرة حجمها ٤١٨٨ سم^{٣} أوجد طول نصف قطرها. ($\pi = ٣,١٤١$) « ١٠ سم.

٣٣ كرة حجمها ٥٦٢,٥ π سم^{٣} أوجد مساحة سطحها بدلالة π « ٢٢٥ π سم^{٢}.

٣٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ حجم الكرة يساوى .....
(أ) ٤ π نق^{٢} (ب) $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} (جـ) $\frac{٣}{٤}$ π نق^{٣} (د) $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٢}

٢ الكرة التى طول نصف قطرها $\sqrt[٣]{٣}$ سم يكون حجمها ..... سم^{٣}
(أ) ٤ π (ب) ٤ $\sqrt[٣]{٣}$ π (جـ) $\frac{٤}{٣}$ π (د) $\frac{٩}{٤}$ π

٣ حجم كرة طول قطرها ٦ سم = ... سم^{٣}
(أ) ٢٨٨ (ب) ١٢ π (جـ) ٣٦ π (د) ٢٨٨ π

٤ إذا كان حجم كرة = $\frac{٩}{١٦}$ π سم^{٣} فإن طول نصف قطرها = ... سم
(أ) ٣ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٥ إذا كانت مساحة كرة = ٩ π سم^{٢} فإن طول قطرها = ... سم
(أ) ٩ (ب) ٣ (جـ) ١,٥ (د) ٦

٦ إذا كان ثلاثة أرباع حجم كرة يساوى ٨ π سم^{٣} فإن طول نصف قطرها
يساوى ..... سم
(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٢

٧ إذا كان طول نصف قطر الكرة نق سم فأى مما يلى يمثل النسبة بين مساحة الكرة وحجمها ؟
(أ) $\frac{٤}{نق}$ (ب) $\frac{٣}{نق}$ (جـ) $\frac{نق}{٤}$ (د) $\frac{نق}{\pi}$

موقع المتفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩٤ أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوى حجم أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٨ سم وطول نصف قطر قاعدتها ٤ سم
٦٠ سم

٩٥ أوجد حجم كرة طول نصف قطرها يساوى طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم³ وارتفاعها ٢٤ سم (ط = ٣,١٤)
٤١٨٦ $\frac{٢}{٣}$ سم³

٩٦ متوازى مستطيلات مصنوع من الرصاص أطوال أحرفه ٧٧ سم ، ٢٤ سم ، ٢١ سم شُكلت منه مادة لتكوين كرة أوجد طول نصف قطرها.
٢١ سم

٩٧ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم ، صُهرت وحُولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم ، احسب ارتفاع الأسطوانة.
٤٠ سم

٩٨ كرة حجمها ٣٦ ط سم³ وضعت داخل مكعب فمست أوجه المكعب الستة
أوجد : ١ طول نصف قطر الكرة. ٢ حجم المكعب.
٣ سم ، ٢١٦ سم³

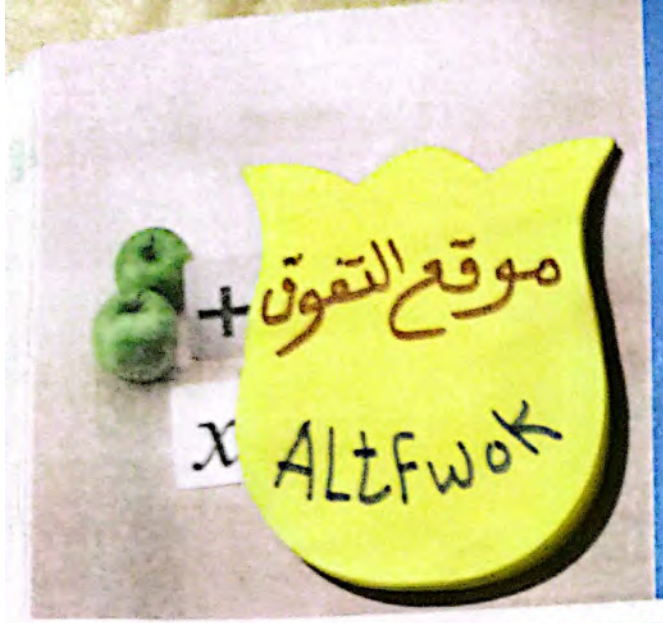
٩٩ كرة من المعدن طول نصف قطرها ١٦,٨ سم ، صُهرت وصُنع من مادتها المنصهرة ٨ كرات متساوية الحجم ، أوجد طول نصف قطر كل كرة.
٨,٤ سم

١٠٠ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٢٠ سم أوجد طول نصف قطر قاعدتها إذا علم أن حجمها يساوى $\frac{٣}{٤}$ حجم كرة طول قطرها ٣٠ سم
١٠ سم

للمتفوقين

١٠١ متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل وارتفاعه ٣ سم فإذا كان مجموع أطوال أحرفه ٥٢ سم أوجد حجمه.
٧٥ سم³

١٠٢ كرة معدنية جوفاء طول نصف قطرها الداخلى ٢,١ سم وطول نصف قطرها الخارجى ٣,٥ سم. أوجد كتلتها لأقرب جرام علمًا بأن السنتيمتر المكعب من هذا المعدن كتلته ٢٠ جرامًا.
٢٨١٧ جرامًا.



الدرس 10

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

أولا حل معادلات الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

* كل من المعادلات :
  - ٢ س − ٥ = ٣
  - $\sqrt{٣}$ س − ١ = ٨
  - $\frac{١}{٢}$ س − $\sqrt{٥}$ = ٠

تسمى معادلة من الدرجة الأولى فى متغير (مجهول) واحد وهو س لأن : أس المتغير س يساوى الواحد الصحيح

* ومعنى حل معادلة الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

هو إيجاد العدد الحقيقى الذى يحقق هذه المعادلة.

* والأمثلة التالية سوف توضح كيفية حل معادلة الدرجة الأولى فى متغير واحد.

مثال ١

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

١ ٣ س + ٢ = ١
٢ $\sqrt{٣}$ س − ١ = ٢
٣ $\sqrt{٧}$ س − $\sqrt{٧}$ = $\sqrt{٧٦}$
٤ س − $\sqrt{٥}$ = ١

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ ٣ س + ٢ = ١ + ٢

∴ ٣ س = ٣

∴ ٣ س = ١ وبضرب الطرفين في المعكوس الضربي للعامل س وهو $\frac{1}{3}$

∴ س = $\frac{1}{3}$ × ١ = $\frac{1}{3}$ ∴ س = $\frac{1}{3}$ ∴ مجموعة الحل = $\{\frac{1}{3}\}$

• ويمكن تمثيل العدد $\frac{1}{3}$ على خط الأعداد كما يلي



∵ $\sqrt{2}$ س − ١ = ٢ ∴ $\sqrt{2}$ س = ٣

∴ $\sqrt{2}$ س = ٣ ∴ س = $\frac{3}{\sqrt{2}}$ × $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

∴ س = $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ∴ س = $\sqrt{2}$ ∴ مجموعة الحل = $\{\sqrt{2}\}$

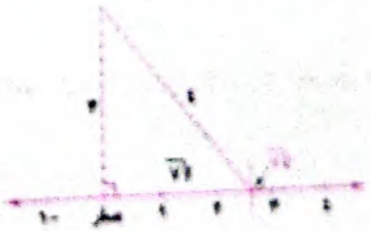
• ويمكن تمثيل العدد $\sqrt{2}$ على خط الأعداد كما يلي



∵ ٧ س − $\sqrt{7}$ = ٦ $\sqrt{7}$ ∴ ٧ س = ٦ $\sqrt{7}$ + $\sqrt{7}$ ∴ ٧ س = ٧ $\sqrt{7}$

∴ س = $\frac{7\sqrt{7}}{7}$ ∴ س = $\sqrt{7}$ ∴ مجموعة الحل = $\{\sqrt{7}\}$

• ويمكن تمثيل العدد $\sqrt{7}$ على خط الأعداد كما يلي



∵ س = $\sqrt{2}$ ≥ ٠ ∴ س ≥ ٠ ∴ مجموعة الحل = $\{\sqrt{2}, 0\}$

• ويمكن تمثيل العددين ٠ ، $\sqrt{2}$ على خط الأعداد كما بالشكل المقابل



حاول بنفسك ١

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية وممثل الحل على خط الأعداد

(١) ٢ س + ٤ = ٠ (ب) $\sqrt{2}$ س − ١ = ٤ (ج) $\sqrt{2}$ س − $\sqrt{2}$ = ٠

ثانيًا حل متباينات الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

• مثل من المتباينات : ٢ س < ٥ تسمى متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد هو س

• ٣ س + ٢ ≥ ١

• ٥ + س > ٢ س − ١ ≥ ٢ + س

• وحل المتباينة معناه إيجاد جميع قيم المتغير (س) التي تحقق هذه المتباينة.

• ومجموعة حل هذه المتباينات في ح سوف نكتبها على صورة فترة كما سيتضح فيما بعد

وطرق حل مثل هذه المتباينات في ح تعتمد على خواص علاقة التباين التي تلخصها فيما يلي :

بفرض أن ا ، ب ، حـ ثلاثة أعداد حقيقية وكان ا < ب فإن

ا + حـ < ب + حـ	عواد كانت حـ	• حـ موجبة أو سالبة (خاصية الإضافة)
ا حـ < ب حـ	إذا كانت حـ	• حـ موجبة (خاصية الضرب في عدد تقليلي موجب)
ا حـ > ب حـ	إذا كانت حـ	• حـ سالبة (خاصية الضرب في عدد تقليلي سالب)

أي أن : عند ضرب (أو قسمة) طرفي التباينة في (على) عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ١

أوجد في ح مجموعة الحل لكل مما يأتي ومثل الحل على خط الأعداد :

١ ٣ س + ٢ > ٤ ٢ ٢ - ٤ س ≥ ٣٠

الحل

١ ∵ ٣ س + ٢ > ٤ (وبإضافة المعكوس الجمعي للعدد ٢ وهو (-٢) للطرفين)

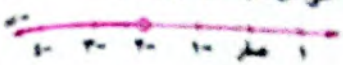
∴ ٣ س > ٤ - ٢

∴ ٣ س > ٢ (وبضرب الطرفين في المعكوس الضربي للعدد ٣ وهو $\frac{١}{٣}$)

∴ س > $\frac{٢}{٣}$

∴ مجموعة الحل هي جميع الأعداد الحقيقية التي كل منها أكبر من $\frac{٢}{٣}$

أي أن : مجموعة الحل = $]\frac{٢}{٣} ، \infty[$



٢ ∵ ٢ - ٤ س ≥ ٣٠ (وبإضافة -٢ للطرفين)

∴ -٤ س ≥ ٣٠ (وبقسمة الطرفين على -٤)

∴ س ≤ ٣٠ (العلامة تغير اتجاه عند الضرب أو القسمة على عدد سالب)

∴ مجموعة الحل = $[٣٠ ، \infty -[$



مثال ٢

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينتين الآتيتين ومثل الحل على خط الأعداد :

١ -٣ < ٢ س + ١ ≤ ٤ ٢ ٢ > ٣ - ٥ س ≥ ١٢

الحل

١ ∵ -٣ < ٢ س + ١ ≤ ٤ (بإضافة ١ لجميع الأطراف)

∴ -٣ < ٢ س ≤ ٣ (بقسمة جميع الأطراف على ٢) ∴ -١ < س ≤ ٣

∴ مجموعة الحل = $]-١ ، ٣]$



٢ ∵ ٢ > ٣ - ٥ س ≥ ١٢ (بطرح ٣ من جميع الأطراف)

∴ -١ > -٥ س ≥ ٩ (بقسمة جميع الأطراف على -٥)

∴ ١ < س ≤ $\frac{٩}{٥}$ (العلامة تغير اتجاه عند الضرب أو القسمة على عدد سالب)

∴ مجموعة الحل = $]١ ، \frac{٩}{٥}]$



مثال ٣

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينتين الآتيتين

١ س - ٢ ≤ ٣ س - ٥ ٢ س - ١ < ٣ س - ٢ ≤ س + ٤

الحل

١ ∵ س - ٢ ≤ ٣ س - ٥ (وبإضافة ٢ للطرفين)

∴ س ≤ ٣ س - ٣ (وبإضافة -٣ س للطرفين)

∴ -٢ س ≤ -٣ (وبضرب الطرفين في $-\frac{١}{٢}$)

∴ س ≥ $\frac{٣}{٢}$ (العلامة تغير اتجاه عند الضرب أو القسمة على عدد سالب)

∴ مجموعة الحل = $[\frac{٣}{٢} ، \infty[$

٢ ∵ س - ١ < ٣ س - ٢ ≤ س + ٤ (وبإضافة ٢ للأطراف الثلاثة)

∴ س + ١ < ٣ س ≤ س + ٨ (وبإضافة - س للأطراف الثلاثة)

∴ ١ < ٢ س ≤ ٨ (وبالضرب في $\frac{١}{٢}$) ∴ ١ < س ≤ ٤

∴ مجموعة الحل = $]١ ، ٤]$

حاول بنفسك ٢

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية :

١ ٢ س - ١ < ٨ ٢ ٣ - ٢ س ≤ -٦

٣ -١١ < ٥ - ٤ س ≤ ٩ ٤ ٣ س + ١ < ٤ س - ٢ < ٣ س - ١١

موقع التفوق
ALtFwo١٢.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 10

على حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

• تذكر • تعلم • تدرب • حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

١) س + ٤ = ٠
٢) ٥ س + ٦ = ١
٣) ٢ س + ٤ = ٢
٤) ٢ س - ٣ = ٤
٥) ٤ |س - ١| = -٢
٦) √٥ س - ١ = ٤
٧) س - ١ = ∛٣
٨) ٢ - √٦ س = |-٨|
٩) س + ٢ √٣ = ٢

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) الشكل ← يمثل مجموعة حل المتباينة ..... فى ح

(أ) س > -٣ (ب) س ≤ -٣ (جـ) س < -٣ (د) س ≥ -٣

٢) الشكل ← يمثل مجموعة حل المتباينة ..... فى ح

(أ) -٦ < س ≤ ٦ (ب) -٦ ≤ س < ٦
(جـ) -٦ < س ≤ ٦ (د) -٦ ≤ س ≤ ٦

٣) إذا كانت س ∈]٣ ، ∞[فإن : .....

(أ) س > ٣ (ب) س ≥ ٣ (جـ) س < ٣ (د) س ≤ ٣

٤) مجموعة حل المتباينة : س > ٧ فى ح هى .....

(أ)]-٧ ، ∞[(ب)]٧ ، ∞[(جـ)]-∞ ، ٧[(د)]٧ ، ∞[

٥) مجموعة حل المتباينة : -١ < س ≤ ٥ فى ح هى .....

(أ)]-١ ، ٥[(ب) [-١ ، ٥] (جـ) {-١ ، ٥} (د) [-١ ، ٥[

٦) مجموعة حل المتباينة : - س > ٣ فى ح هى .....

(أ) {-٣} (ب)]٣ ، ∞[(جـ)]-∞ ، ٣[(د)]-∞ ، -٣[

٣ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

١) ٢ س > ٦
٢) -٧ س ≤ -١٤
٣) س + ٢ ≥ ٥
٤) ٥ - س < ٢
٥) ٢ س + ٥ ≤ ٢
٦) ١ - ٥ س > ٦
٧) ½ س + ١ ≥ ٢
٨) ٢ - ٢ س ≥ ٧

٤ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

١) ٢ > س + ٢ ≥ ٦
٢) -٥ < س + ٢ < ٩
٣) -٣ ≥ - س > ٣
٤) ١ > ٥ - س ≥ ٢
٥) √٢ -٨ ≥ س + ١ ≥ √٩
٦) ٥ > ٣ - س ≥ ٠
٧) -٨ ≥ ٣ س + ١ ≥ ٤
٨) |-٣| > ٢ س - ١ > ٥
٩) -٣ > ½ س - ٢ ≥ صفر
١٠) ٠ ≥ (-٢ س + ٦)/٣ > ٤

٥ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

١) ٣ س > ٢ س + ٤
٢) ٧ س - ٩ ≤ ٤ س
٣) ٥ س - ٢ > ٢ س + ٩
٤) ٧ س - ١٢ ≤ ٥ س - ٨
٥) س - ١ ≥ ٣ - س
٦) ١ - س ≤ -٢ س - ٣

٦ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية ومثلها على خط الأعداد :

١) س + ٣ ≤ ٢ س ≤ س - ٢
٢) - س < س < ٤ - س
٣) ٤ س ≥ ٥ س + ٢ > ٤ س + ٣
٤) س - ١ > ٣ س - ١ ≥ س + ١
٥) ٢ + ٢ س ≥ ٣ س + ٢ > ٥ + ٢ س
٦) (٣ س - ٤)/٦ < س + ١ < (٣ س + ٢٠)/٢

موقع التفوق ALTFW0١٢.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان س - ٣ ≤ ٠ فإن : س .....

٢ إذا كان : ٥ س < ١٥ فإن : س .....

٣ إذا كان : ١ - س > ٤ فإن : س .....

٤ إذا كان : -٢ س ≥ ٣ فإن : س .....

٥ إذا كان : ٢ س ≤ ٤ فإن : س .....

٦ مجموعة حل المتباينة : ٤ < ٢ س < ٨ فى ح هى .....

٧ مجموعة حل المتباينة : -٥ ≤ -س < ٢ فى ح هى .....

٨ مجموعة حل المتباينة : ٢ - س < ٠ فى ح هى .....

٩ إذا كانت : -٣ < س < ٣ حيث س ∈ ح فإن : ٢ س ∈]-٦ ، .....[

٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المتباينة : س + ٢ > ٢ فى ح هى .....

(أ)]-∞ ، ٠[(ب)]-∞ ، ٠] (جـ) [٠ ، ∞[(د)]٠ ، ∞[

٢ مجموعة حل المتباينة : ١ > س - ٥ > -١ فى ح هى .....

(أ) [٤ ، ٦] (ب)]٤ ، ٦[(جـ)]٤ ، ٦] (د) [٤ ، ٦[

٣ إذا كانت : س > ٥ فإن : -س .....

(أ) < -٩ (ب) ≤ -٥ (جـ) > -٥ (د) < -٥

٤ إذا كان : -٢ < س < ٢ فإن ٢ س + ٢ تنتمى إلى

(أ)]-١٠ ، ٧[(ب)]-١٠ ، ٥[(جـ)]-١٠ ، ٢[(د)]-٤ ، ٦[

٥ العدد ٥ ينتمى إلى مجموعة حل المتباينة

(أ) س > ٥ (ب) س < ٥ (جـ) - س ≤ -٥ (د) - س ≥ ٥

تطبيق حياتى

٩ مصعد لنقل البضائع أقصى حمولة له ٢٢٠٠ كجم فإذا كان لدينا ٦٠ صندوقًا من الطعام وكان وزن الصندوق الواحد ٤٥ كجم فأوجد أكبر عدد من الصناديق يستطيع المصعد حمله فى المرة الواحدة دون ركوب أى شخص.

٤٨ صندوقًا

للمتفوقين

١٠ أثبت أن : $\sqrt{٣}$ ينتمى لمجموعة حل المتباينة : ٠ < ٤ - ٢ س < ٦ فى ح

١١ إذا كانت : [٤ ، ٧] هى مجموعة حل المتباينة : أ ≥ س - ٣ ≥ ب

فأوجد قيمة كل من : أ ، ب

١٠ ، ٤

١٢ إذا كانت : [م ، م + ٥] هى مجموعة حل المتباينة : $\frac{١}{٤} \geq \frac{٢ س + ١}{٥} \geq ١$

فأوجد قيمة : م

٢٠

١٣ إذا كان : ٥ ≥ $\frac{٢ س}{٣}$ + ١ ≥ ٧

فأوجد أصغر قيمة للمقدار : س - ٢

٤٠

١٤ أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : $\frac{س}{\sqrt{٥} - \sqrt{٣}} \leq \sqrt{٣} + \sqrt{٥}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوحدة 2

العلاقة بين متغيرين



الدرس الأول: العلاقة بين متغيرين.

الدرس الثانى: ميل الخط المستقيم.

الدرس الثالث: تطبيقات حياتية على ميل الخط المستقيم.

أهداف الوحدة بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف العلاقة بين متغيرين من الدرجة الأولى
- يمثل بيانيًا العلاقة بين متغيرين من الدرجة الأولى
- يتعرف ميل الخط المستقيم
- يوجد ميل الخط المستقيم المار بنقطتين معلومتين
- يتعرف ميل الخط المستقيم الموازى لمحور السينات ، وميل الخط المستقيم الموازى لمحور الصادات.
- يتحقق باستخدام ميل الخط المستقيم أن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة أو لا تقع على استقامة واحدة
- يوجد السرعة المنتظمة التى تسير بها سيارة باستخدام ميل الخط المستقيم.
- يحل تطبيقات على ميل الخط المستقيم

يمكنك

حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان





الدرس 1

العلاقة بين متغيرين

موقع التفوق
ALtfwok

مفهوم العلاقة بين متغيرين

• إسلام يمتلك ٥٠ جنيهًا ، فإذا ذهب إسلام إلى مدينة الملاهى ووجد هناك نوعين من الألعاب المفضلة إليه :



النوع الأول

يتكلف 0 جنيهات عن اللعب للمرة الواحدة.

النوع الثانى

يتكلف ١٠ جنيهات عن اللعب للمرة الواحدة.

ما هى الإمكانات المتاحة للعب بكلا النوعين بحيث ينفق كل ما معه من نقود ؟!!

• لدراسة كل الإمكانات المتاحة نفرض أن :

- عدد المرات التى يمكن أن يلعبها من النوع الأول هو س ومن النوع الثانى ص
- فيكون : تكلفة مرات اللعب من النوع الأول هى 0 س جنيهًا
، تكلفة مرات اللعب من النوع الثانى هى ١٠ ص جنيهًا.
- وحتى ينفق كل ما معه من نقود يجب أن يكون : 0 س + ١٠ ص = 0٥

وهى علاقة رياضية بين المتغيرين س ، ص وتسمى معادلة من الدرجة الأولى فى متغيرين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

• ويمكن تبسيط المعادلة السابقة بقسمة جميع حدودها على ٥

فنحصل على معادلة مكافئة وهى س + ٢ ص = ١٠

ويمكن كتابتها على الصورة : ٢ ص = ١٠ − س

أى أن : $ص = \frac{١٠ - س}{٢}$

٥ س + ١٠ ص = ٥٠ (÷٥)

س + ٢ ص = ١٠

٢ ص = ١٠ − س (÷٢)

$ص = \frac{١٠ - س}{٢}$

فمثلاً :

• إذا قرر إسلام عدم اللعب بالنوع الأول أى أن : س = ٠ فإن : $ص = \frac{١٠ - ٠}{٢} = ٥$

أى أنه يمكنه إنفاق المبلغ بالكامل على اللعب ٥ مرات من النوع الثانى ويعبر عن ذلك بالزوج المرتب (٠ ، ٥)

• وإذا قرر اللعب بالنوع الأول مرة واحدة أى أن : س = ١ فإن : $ص = \frac{١٠ - ١}{٢} = ٤\frac{١}{٢}$

ولكن فى هذه الحالة لا يمكن اللعب عدد $٤\frac{١}{٢}$ مرة من النوع الثانى لأن عدد مرات اللعب يجب أن يكون عددًا طبيعيًا.

• وإذا قرر اللعب مرتين بالنوع الأول أى أن : س = ٢ فإن : $ص = \frac{١٠ - ٢}{٢} = ٤$

أى أنه يمكنه إنفاق المبلغ بالكامل على اللعب مرتين من النوع الأول وأربع مرات من النوع الثانى ونعبر عن ذلك بالزوج المرتب (٢ ، ٤)

وهكذا يمكن معرفة الإمكانات المختلفة ووضعها فى جدول كالآتى :

س (عدد مرات اللعب من النوع الأول)	٠	٢	٤	٦	٨	١٠
ص (عدد مرات اللعب من النوع الثانى)	٥	٤	٣	٢	١	٠

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

ملاحظتان

١ يوجد عدد لا نهائى من الأزواج المرتبة التى تحقق العلاقة السابقة ولكن بعض الأزواج المرتبة لا تصلح للتعبير عن عدد مرات اللعب لأن عدد مرات اللعب لا بد أن يكون عددًا طبيعيًا.

* فكما ذكرنا سابقًا $(١ ، ٤\frac{١}{٢})$ يحقق العلاقة ولكن لا يمكن استخدامه للتعبير عن عدد مرات اللعب لأن $٤\frac{١}{٢} \notin ط$

* وبالمثل (−٢ ، ٦) يحقق العلاقة ولكن لا يمكن استخدامه للتعبير عن عدد مرات اللعب لأن −٢ ∉ ط

٢ لدراسة كل الإمكانات المتاحة كتبنا المعادلة : س + ٢ ص = ١٠ بجعل ص فى طرف مستقل على الصورة : $ص = \frac{١٠ - س}{٢}$

ويمكن أيضًا جعل س فى طرف مستقل فتكون المعادلة على الصورة : س = ١٠ − ٢ ص

وهذا ما سوف نتبعه عند حل المثال التالى.

مثال ١

ما هى الإمكانات المختلفة ليدفع شخص مبلغ ٤٥ جنيهًا باستخدام نوعين من الأوراق المالية : فئة ٥ جنيهات ، وفئة ١٠ جنيهات ؟

الحل

نفرض أن : عدد الأوراق فئة ٥ جنيهات هو س فتكون قيمتها ٥ س جنيهًا

، عدد الأوراق فئة ١٠ جنيهات هى ص فتكون قيمتها ١٠ ص جنيهًا

∴ ٥ س + ١٠ ص = ٤٥ وبقسمة طرفى المعادلة على ٥

∴ س + ٢ ص = ٩

نجعل س فى طرف مستقل فتكون المعادلة على الصورة : س = ٩ − ٢ ص

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

• ويمكن تبسيط المعادلة السابقة بقسمة جميع حدودها على ٥

فنحصل على معادلة مكافئة وهي س + ٢ ص = ١٠

ويمكن كتابتها على الصورة : ٢ ص = ١٠ − س

أي أن : ص = $\frac{١٠ - س}{٢}$

(١) ٥ س + ١٠ ص = ٥٠

(÷٥) س + ٢ ص = ١٠

(٢) ٢ ص = ١٠ − س

ص = $\frac{١٠ - س}{٢}$

فمثلاً

• إذا قرر إسلام عدم اللعب بالنوع الأول أي أن : س = ٠ فإن : ص = $\frac{٠ - ١٠}{٢}$ = ٥

أي أنه يمكنه إنفاق المبلغ بالكامل على اللعب ٥ مرات من النوع الثاني ويعبر عن ذلك بالزوج المرتب (٠ ، ٥)

• وإذا قرر اللعب بالنوع الأول مرة واحدة أي أن : س = ١ فإن : ص = $\frac{١ - ١٠}{٢}$ = ٤$\frac{١}{٢}$

ولكن في هذه الحالة لا يمكن اللعب عدد ٤$\frac{١}{٢}$ مرة من النوع الثاني لأن عدد مرات اللعب يجب أن يكون عدداً طبيعياً.

• وإذا قرر اللعب مرتين بالنوع الأول أي أن : س = ٢ فإن : ص = $\frac{٢ - ١٠}{٢}$ = ٤

أي أنه يمكنه إنفاق المبلغ بالكامل على اللعب مرتين من النوع الأول وأربع مرات من النوع الثاني ونعبر عن ذلك بالزوج المرتب (٢ ، ٤)

وهكذا يمكن معرفة الإمكانات المختلفة ووضعها في جدول كالآتي :

س (عدد مرات اللعب من النوع الأول)	٠	٢	٤	٦	٨	١٠
ص (عدد مرات اللعب من النوع الثاني)	٥	٤	٣	٢	١	٠

ملاحظتان

١ يوجد عدد لا نهائي من الأزواج المرتبة التي تحقق العلاقة السابقة ولكن بعض الأزواج المرتبة لا تصلح للتعبير عن عدد مرات اللعب لأن عدد مرات اللعب لا بد أن يكون عدداً طبيعياً.

• فكما ذكرنا سابقاً (١ ، ٤$\frac{١}{٢}$) يحقق العلاقة ولكن لا يمكن استخدامه للتعبير عن عدد مرات اللعب لأن ٤$\frac{١}{٢}$ ∉ ط

• وبالمثل (−٢ ، ٦) يحقق العلاقة ولكن لا يمكن استخدامه للتعبير عن عدد مرات اللعب لأن −٢ ∉ ط

٢ لدراسة كل الإمكانات المتاحة كتبنا المعادلة : س + ٢ ص = ١٠ بجعل ص في طرف مستقل على الصورة : ص = $\frac{١٠ - س}{٢}$

ويمكن أيضاً جعل س في طرف مستقل فتكون المعادلة على الصورة : س = ١٠ − ٢ ص

وهذا ما سوف نتبعه عند حل المثال التالي.

مثال ١

ما هي الإمكانات المختلفة ليدفع شخص مبلغ ٤٥ جنيهاً باستخدام نوعين من الأوراق المالية : فئة ٥ جنيهات ، وفئة ١٠ جنيهات ؟

الحل

نفرض أن : عدد الأوراق فئة ٥ جنيهات هو س فتكون قيمتها ٥ س جنيهاً

، عدد الأوراق فئة ١٠ جنيهات هي ص فتكون قيمتها ١٠ ص جنيهاً

∴ ٥ س + ١٠ ص = ٤٥ وبقسمة طرفي المعادلة على ٥

∴ س + ٢ ص = ٩

نجعل س في طرف مستقل فتكون المعادلة على الصورة : س = ٩ − ٢ ص

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

والجدول التالي يوضح الإمكانات المختلفة لدفع المبلغ :

ص	س	(س ، ص)	عدد الأوراق المالية من كل نوع
٠	٩ - ٣ × ٠ = ٩	(٩ ، ٠)	٩ ورقات فئة ٥ جنيهات.
١	٩ - ٣ × ١ = ٦	(٦ ، ١)	٦ ورقات فئة ٥ جنيهات ، وورقة واحدة فئة ١٠ جنيهات.
٢	٩ - ٣ × ٢ = ٣	(٣ ، ٢)	٣ ورقات فئة ٥ جنيهات ، وورقتان فئة ١٠ جنيهات.
٣	٩ - ٣ × ٣ = ٠	(٠ ، ٣)	٣ ورقات فئة ٥ جنيهات ، و٣ ورقات فئة ١٠ جنيهات.
٤	٩ - ٣ × ٤ = -٣	(-٣ ، ٤)	ورقة واحدة فئة ٥ جنيهات ، و٤ ورقات فئة ١٠ جنيهات.

لاحظ أنه : إذا كانت ص = ٥ فإن : س = -١ ∉ ط ولذلك فإن ص = ٥ لا تصلح.

حاول تبسط ١

أوجد الإمكانات المختلفة ليدفع شخص مبلغ ٥٦ جنيهًا بأوراق مالية فئة ٥ جنيهات ، ٢٠ جنيهًا.

العلاقة الخطية

العلاقة الخطية هي علاقة من الدرجة الأولى بين متغيرين س ، ص وتكون على الصورة :

أ س + ب ص = جـ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ، ب كلاهما معًا ≠ ٠ .

ويوجد عدد لا نهائي من الأزواج المرتبة يحقق هذه العلاقة والتي عند تمثيلها بيانيًا تكون خط مستقيم.

ولذلك سُميت بالعلاقة الخطية وسوف يتضح لنا ذلك لاحقًا عند دراسة التمثيل البياني للعلاقة الخطية.

موقع التفوق
ALtFwOlK.Com

مثال ٢

أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الآتية :

١ ٣ س + ص = ٥ ٢ ٢ س - ٢ ص = ٦

٣ ٢ س = ٣ ٤ ص = -٢

الحل

يمكن إيجاد الأزواج المرتبة بوضع قيمة س وإيجاد قيمة ص المناظرة أو العكس

١ • بوضع س = ٠

∴ ٣ × ٠ + ص = ٥ ∴ ص = ٥

∴ (٠ ، ٥) يحقق العلاقة.

• بوضع س = ١

∴ ٣ × ١ + ص = ٥ ∴ ص = ٥ - ٣ = ٢

∴ (١ ، ٢) يحقق العلاقة.

• بوضع س = -٢

∴ ٣ × (-٢) + ص = ٥ ∴ ص = ٥ + ٦ = ١١

∴ (-٢ ، ١١) يحقق العلاقة.

٢ يمكن التعويض مباشرة كما تم في ١ ولكننا سنقدم طريقة أخرى للحل بوضع أحد المتغيرين في طرف مستقل.

∵ ٣ س - ٢ ص = ٦ ∴ -٢ ص = ٦ - ٣ س وبالضرب في -١

∴ ٢ ص = ٣ س - ٦ ∴ ص = $\frac{٣ س - ٦}{٢}$

• بوضع س = ٠ ∴ ص = $\frac{٣ \times ٠ - ٦}{٢}$ = -٣ ∴ (٠ ، -٣) يحقق العلاقة.

• بوضع س = ١ ∴ ص = $\frac{٣ \times ١ - ٦}{٢}$ = $-\frac{٣}{٢}$ = $-١\frac{١}{٢}$ ∴ $(١ ، -١\frac{١}{٢})$ يحقق العلاقة.

• بوضع س = ٢ ∴ ص = $\frac{٣ \times ٢ - ٦}{٢}$ = ٠ ∴ (٢ ، ٠) يحقق العلاقة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣ ∵ ٢ س = ٣ ∴ س = $\frac{٣}{٢}$ = ١$\frac{١}{٢}$

هذه العلاقة يحققها جميع الأزواج المرتبة (س ، ص) بحيث س = ١$\frac{١}{٢}$ مهما كانت قيمة ص

مثل : (١$\frac{١}{٢}$ ، ٠) ، (١$\frac{١}{٢}$ ، ١) ، (١$\frac{١}{٢}$ ، ٢)

٤ ص = -٢

هذه العلاقة يحققها جميع الأزواج المرتبة (س ، ص) بحيث ص = -٢ مهما كانت قيمة س

مثل : (٠ ، -٢) ، (١ ، -٢) ، (٢ ، -٢)

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى الأزواج المرتبة التالية يحقق العلاقة : ٢ س - ص = ١ ؟

(أ) (٠ ، ١) (ب) (٥ ، ٣) (جـ) (٣ ، ٥) (د) (-٢ ، ٥)

٢ إذا كان : (٢ ، -٣) يحقق العلاقة : ٢ س - ص = حـ فإن : حـ = ...

(أ) -٧ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٧

٣ إذا كان : (-٢ ، ١) يحقق العلاقة : ٣ س + ب ص = ١ فإن : ب = ...

(أ) -٧ (ب) -٥ (جـ) ٥ (د) ٧

٤ إذا كان : (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة : ٥ س - ص = ٦ فإن : ك = ...

(أ) -١٨ (ب) -٢ (جـ) ٢ (د) ١٨

٥ إذا كان : (ك ، -٢) يحقق العلاقة : ٥ س + ٤ ص = ٧ فإن : ك = ...

(أ) -٣ (ب) $\frac{١}{٥}$- (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) ٣

الحل

١ (جـ) **تفسير الحل :** بالتعويض بكل زوج مرتب فى العلاقة المعطاة نجد أن (٣ ، ٥) يحقق العلاقة كالتالى :

بوضع : س = ٣ ، ص = ٥

∴ ٢ س - ص = ٢ (٣) - ٥ = ٦ - ٥ = ١

∴ (٣ ، ٥) يحقق العلاقة

٢ (د) **تفسير الحل :** ∵ (٢ ، -٣) يحقق العلاقة : ٢ س - ص = حـ

∴ ٢ (٢) - (-٣) = حـ

∴ ٤ + ٣ = حـ ∴ حـ = ٧

٣ (د) **تفسير الحل :** ∵ (-٢ ، ١) يحقق العلاقة : ٣ س + ب ص = ١

∴ ٣ (-٢) + ب (١) = ١ ∴ -٦ + ب = ١

∴ ب = ١ + ٦ ∴ ب = ٧

٤ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة : ٥ س - ص = ٦

∴ ٥ ك - ٢ ك = ٦ ∴ ٣ ك = ٦

∴ ك = ٢

٥ (د) **تفسير الحل :** ∵ (ك ، -٢) يحقق العلاقة : ٥ س + ٤ ص = ٧

∴ ٥ ك + ٤ (-٢) = ٧ ∴ ٥ ك - ٨ = ٧

∴ ٥ ك = ١٥ ∴ ك = ٣

حاول بنفسك ٢

١ أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ٣ س + ص = ٢

٢ إذا كان (٣ ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة : س - ٣ ص = ٩ فأوجد قيمة : ك

التمثيل البيانى للعلاقة الخطية

• سبق أن ذكرنا أن العلاقة الخطية بين س ، ص والتى تكتب عادة على الصورة :

أ س + ب ص = حـ حيث أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية ، أ ، ب كلاهما معًا ≠ ٠ يمثلها بيانيًا خط مستقيم ولذلك سُميت علاقة خطية.

• عند تمثيل العلاقة الخطية بيانيًا نوجد على الأقل زوجين مرتبين يحققان العلاقة. ثم يمكن إيجاد زوج مرتب ثالث لنتأكد من أن النقاط الثلاثة التى تمثل الأزواج المرتبة الثلاثة تقع على خط مستقيم واحد فيكون هذا الخط هو التمثيل البيانى للعلاقة. والمثال التالى يوضح ذلك.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٤

مثل بيانيًا العلاقة : ٢ س − ص = ٣

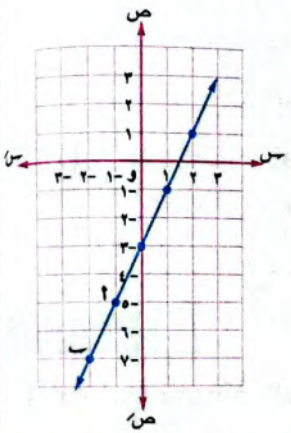
الحل

لتمثيل هذه العلاقة بيانيًا نعين ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ٢ س − ص = ٣ وذلك :

- بوضع : س = ٠ ∴ ٢ × ٠ − ص = ٣ ∴ − ص = ٣ ∴ ص = −٣
- بوضع : س = ١ ∴ ٢ × ١ − ص = ٣ ∴ − ص = ١ ∴ ص = −١
- بوضع : س = ٢ ∴ ٢ × ٢ − ص = ٣ ∴ − ص = −١ ∴ ص = ١

ويمكن وضع قيم س ، ص فى جدول كالتالى :

س	٠	١	٢
ص	−٣	−١	١



ونعين فى النظام الإحداثى المتعامد النقط التى تمثل الأزواج المرتبة :

(٠ ، −٣) ، (١ ، −١) ، (٢ ، ١)

ونرسم الخط المستقيم المار بهم فيكون هو التمثيل البيانى للعلاقة ٢ س − ص = ٣

ملاحظة

جميع نقط الخط المستقيم الممثل للعلاقة تعين أزواج مرتبة تحقق العلاقة.

فمثلًا : النقطة أ تعين الزوج المرتب (−١ ، −٥) وهو يحقق العلاقة.

فعند وضع س = −١ نجد أن ٢ × (−١) − ص = ٣

أى أن : ص = −٥ وكذلك النقطة ب (−٢ ، −٧)

حاول بنفسك ٣

مثل بيانيًا العلاقة : ص − ٢ س = −١

حالات خاصة

• سبق أن درسنا العلاقة : أ س + ب ص = حـ حيث أ ، ب كلاهما معًا ≠ ٠ وهى تسمى علاقة خطية وتمثل بيانيًا بخط مستقيم ، وندرس الحالات التالية :

١ إذا كان : أ = ٠ ، ب ≠ ٠ .

فتصبح العلاقة على الصورة :

ب ص = حـ

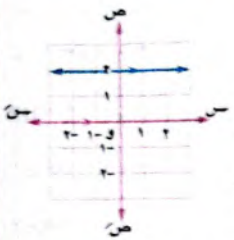
ويمثلها بيانيًا مستقيم يوازى محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة $\left(٠ ، \frac{حـ}{ب}\right)$

أمثلة

العلاقة ٢ ص = ٤

أى : ص = ٢

يمثلها بيانيًا مستقيم يوازى محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٢)



لاحظ أن : العلاقة ص = ٠ يمثلها محور السينات.

٢ إذا كان : ب = ٠ ، أ ≠ ٠

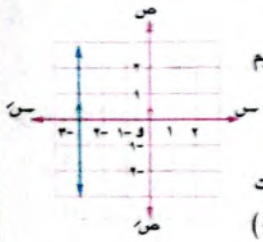
فتصبح العلاقة على الصورة :

أ س = حـ

ويمثلها بيانيًا مستقيم يوازى محور الصادات ويقطع محور السينات فى النقطة $\left(\frac{حـ}{أ} ، ٠\right)$

العلاقة س = −٣

يمثلها بيانيًا مستقيم يوازى محور الصادات ويقطع محور السينات فى النقطة (−٣ ، ٠)



لاحظ أن : العلاقة س = ٠ يمثلها محور الصادات.

٣ إذا كان : حـ = ٠

فتصبح العلاقة على الصورة :

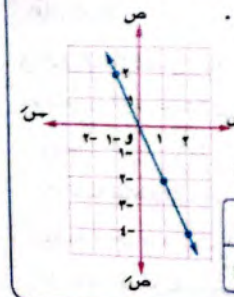
أ س + ب ص = ٠

ويمثلها بيانيًا مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠)

العلاقة ٢ س + ص = ٠

يمثلها بيانيًا مستقيم يمر بنقطة الأصل كما فى الشكل المقابل :

س	١	−١	٢
ص	−٢	٢	−٤



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٥

ارسم المستقيم الذى يمثل العلاقة : ٢ س + ٥ ص = ١٠

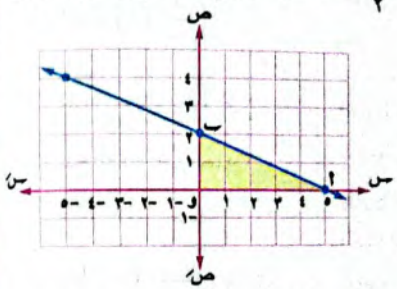
وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة أ ويقطع محور الصادات فى النقطة ب فأوجد مساحة المثلث و أ ب حيث «و» هى نقطة الأصل.

الحل

∵ ٢ س + ٥ ص = ١٠ ∴ ٢ س = ١٠ − ٥ ص ∴ س = $\frac{١٠ - ٥ ص}{٢}$

- بوضع : ص = ٠ ∴ س = $\frac{١٠ - ٥ (٠)}{٢}$ = ٥ ∴ (٥ ، ٠) يحقق العلاقة.
- بوضع : ص = ٢ ∴ س = $\frac{١٠ - ٥ (٢)}{٢}$ = ٠ ∴ (٠ ، ٢) يحقق العلاقة.
- بوضع : ص = ٤ ∴ س = $\frac{١٠ - ٥ (٤)}{٢}$ = −٥ ∴ (−٥ ، ٤) يحقق العلاقة.

س	٥	٠	−٥
ص	٠	٢	٤



∵ المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة (٥ ، ٠) ∴ و أ = ٥ وحدات طول

، ∵ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٢) ∴ و ب = ٢ وحدة طول

∴ مساحة Δ و أ ب = $\frac{١}{٢}$ و أ × و ب = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٢ = ٥ وحدات مربعة.

ملاحظة

فى المثال السابق : يمكن إيجاد نقطتى تقاطع المستقيم الذى يمثل العلاقة : ٢ س + ٥ ص = ١٠ مع محورى الإحداثيات دون الاستعانة بالتمثيل البيانى له وذلك.

- بوضع : ص = ٠ : ∴ ٢ س + ٥ (٠) = ١٠ ∴ ٢ س = ١٠ ∴ س = ٥

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هى (٥ ، ٠)

- بوضع : س = ٠ : ∴ ٢ (٠) + ٥ ص = ١٠ ∴ ٥ ص = ١٠ ∴ ص = ٢

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات هى (٠ ، ٢)

اختبار ١٨ على

• تذكر • فهم • تطبيق ∴ حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

موقع التفوق ALTFW0K.COM

١ أكمل الأزواج المرتبة الآتية التى تحقق العلاقة : ص = ٣ س − ١

(٥ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (٠ ، .....) ، (−٣ ، .....)

٢ بين أيًا من الأزواج المرتبة الآتية يحقق العلاقة : ص − ٤ س = ٧

١ (١ ، ٢) ٢ (٣ ، −٥) ٣ (−١ ، ٣)

٣ أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الآتية :

١ ٢ س − ص = ٥ ٢ ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥

٣ ص = ٢ ٤ ٢ س = ٥

٤ باستخدام العلاقات الخطية أكمل الجداول الآتية :

١ ٤ س − ص = −١

س	٠	١	٢	٣
ص	.....	.....	.....	.....

٢ ص = ٥ س + ١٥

س	−٤	−٣	−٢
ص	.....	.....	.....

٣ أ − ب = ٤

أ	١	.....	.....
ب	.....	٠	−١

٤ أ − ٣ ب = ٥

أ	٢	.....	−١
ب	.....	٠	.....

٥ إذا كانت : ص − ٢ س = ١ فأوجد :

١ ص عندما س = ٣ ٢ ص عندما س = −٥

٣ س عندما ص = ١ ٤ س عندما ص = −١

٦ إذا كان : (٣ ، ٦) يحقق العلاقة : ص = ك س فأوجد قيمة : ك «٢»

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ إذا كان : (٣ ، ١) يحقق العلاقة : ص − ٣ س = أ ، فأوجد قيمة : أ

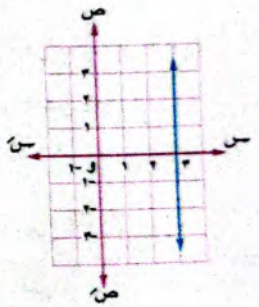
٨ إذا كان : (−٣ ، ٢) يحقق العلاقة : ٣ س + ب ص = ١ ، فأوجد قيمة : ب

٩ إذا كان : (٣ ، أ) يحقق العلاقة : ص − ٢ س = ٤ ، فأوجد قيمة : أ

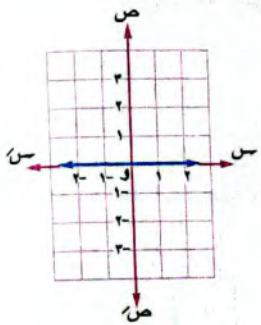
١٠ إذا كان : (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة : س + ص = ١٥ ، فأوجد قيمة : ك

١١ أوجد العلاقة التى يمثلها الخط المستقيم فى كل من الشكلين الآتيين :

١



٢



١٢ مثل بيانيًا كلاً من العلاقات الآتية :

١ س + ص = ٢
٢ س − ص = ٣
٣ س + ٢ ص = ٣
٤ ص − ٣ س = ١
٥ ص = −٢ س
٦ ص − ٢ س + ١ = ٠
٧ ٢ س = ٥
٨ ص + ١ = ٠

١٣ مثل بيانيًا المستقيم الذى يمثل العلاقة : ٢ س + ٣ ص = ٦ وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة أ ويقطع محور الصادات فى النقطة ب ، أوجد مساحة المثلث و أ ب حيث النقطة و هى نقطة الأصل.

«٣ وحدة مربعة»

١٤ إذا كان المستقيم الممثل للعلاقة : ٢ س − ص = أ يقطع محور السينات فى النقطة (٣ ، ب) فأوجد قيمة كل من : أ ، ب

١٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى الأزواج المرتبة التالية يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٥ ؟

(أ) (−١ ، ٣) (ب) (١ ، ٣) (جـ) (٣ ، ١) (د) (٢ ، ٢)

٢ (٣ ، ٢) لا يحقق العلاقة .....

(أ) ص + س = ٥ (ب) ٣ ص − س = ٣
(جـ) ص + س = ٧ (د) س − ص = ١

٣ العلاقة : ٥ س = ٧ ص يمثلها مستقيم يمر بالنقطة .....

(أ) (٥ ، ٧) (ب) (٠ ، ٠) (جـ) (٥ ، ٠) (د) (٠ ، ٧)

٤ النقطة (٣ ، ٥) تقع على المستقيم الذى يمثل العلاقة .....

(أ) ص = ٣ س − ٥ (ب) ٢ س − ص = ١
(جـ) ٣ س + ص = ١ (د) ص = ٣ س − ١

٥ إذا كان : (٢ ، −٥) يحقق العلاقة : ٣ س − ص + حـ = ٠ فإن : حـ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ١١ (د) −١١

٦ إذا كان (−١ ، ٥) يحقق العلاقة : ٣ س + ك ص = ٧ فإن : ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ١ (د) ١٠

٧ أى من العلاقات الآتية يمثلها مستقيم يوازى محور الصادات ؟

(أ) ص = −٥ (ب) س = −٥ (جـ) س = ص (د) س + ص = ٠

٨ أى من العلاقات الآتية يمثلها مستقيم يوازى محور السينات ؟

(أ) ٢ ص = ٦ (ب) ٢ س = ٦ (جـ) س = − ص (د) س − ص = ٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩ أى من العلاقات الآتية يمثلها مستقيم يمر بنقطة الأصل ؟

(أ) ص = ٥ (ب) س = -٣

(جـ) ص = س + ٢ (د) ص = ٣ س

١٠ العلاقة : ٣ س + ٨ ص = ٢٤ يمثلها مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة .....

(أ) (٠ ، ٨) (ب) (٨ ، ٠)

(جـ) (٠ ، ٣) (د) (٣ ، ٠)

١١ العلاقة : ٢ س + ٧ ص = ١٤ يمثلها مستقيم يقطع محور السينات فى النقطة .....

(أ) (٢ ، ٠) (ب) (٠ ، ٢)

(جـ) (٧ ، ٠) (د) (٠ ، ٧)

١٢ الجدول المقابل يمثل علاقة بين س ، ص

س	١	٢	٣	٤
ص	-٢	-٥	-٨	-١١

أى مما يأتى يعبر عن هذه العلاقة ؟

(أ) س + ص = -١ (ب) س - ص = ٣

(جـ) ٣ س + ص = ١ (د) ص = - س - ٣

١٣ الجدول المقابل يبين علاقة س ، ص

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١	٣	٥	٧	٩

وهى .....

(أ) ص = س + ٤ (ب) ص = س + ١

(جـ) ص = ٢ س - ١ (د) ص = ٣ س - ٢

١٤ العلاقة التى تعبر عن الزوجين المرتبين (٢ ، ١) ، (٤ ، ٣) معًا هى .....

(أ) ص = $\frac{١}{٢}$ س (ب) ص = ٢ س - ٥

(جـ) ص = س - ١ (د) ص = ٣ س + ٣

١٦ عددان طبيعيان زوجيان ضعف أولهما مضاف إليه ثانيهما يساوى ١٢
أوجد الإمكانات المختلفة للعددين.

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

تطبيق هندسى

١٧ مستطيل محيطه ١٤ سم ، ما الإمكانات المختلفة لكل من طوله وعرضه علمًا بأن كلاً منهما ∈ ص+ ؟

تطبيقات حياتية

١٨ مع عصام ١٠ ورقات مالية فئة ٥ جنيهات ، وأوراق مالية فئة ٢٠ جنيهًا ، اشترى عصام من المركز التجارى بما قيمته ٦٥ جنيهًا ، حدد الإمكانات المختلفة لدفع هذا المبلغ باستخدام الأوراق المالية التى معه ، وأوجد العلاقة بين عدد كل منها ومثلها بيانيًا.

١٩ إذا كان ثمن طاولة الكمبيوتر ١٠٠ جنيه ، وثمن الكرسى ٥٠ جنيهًا ، فإذا باع المتجر فى أحد الأسابيع بمبلغ ٥٠٠ جنيه ، فما هى التوقعات الممثلة لعدد الطاولات التى باعها ، وعدد الكراسى ؟ مثل هذه العلاقة بيانيًا.

للمتفوقين

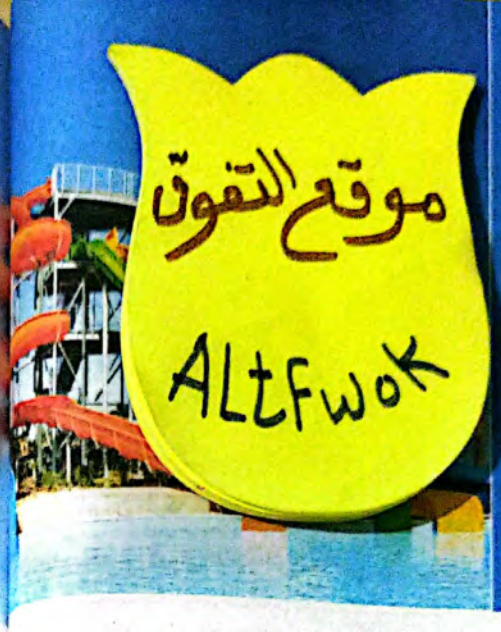
٢٠ مثلث متساوى الساقين محيطه ١٩ سم ، ما الإمكانات المختلفة لأطوال أضلاعه علمًا بأن أطوال أضلاعه ∈ ص+ ؟ لاحظ أن : مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



عجائب الأرقام

اختر عددًا من ١ إلى ٩، اضربه × ٣، اجمع ٣ على الناتج
اضرب الناتج × ٣ مرة أخرى "استخدم الحاسبة"
أوجد مجموع أرقام العدد الناتج - النتيجة النهائية دائمًا ٩

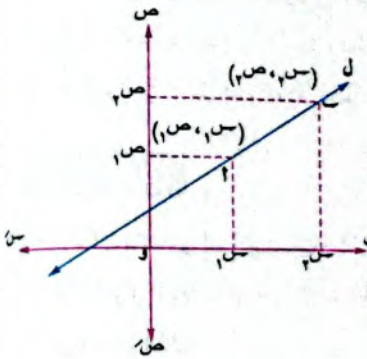
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 2

ميل الخط المستقيم

• إذا تحركت نقطة على خط مستقيم ل من الموضع أ (س١ ، ص١) إلى الموضع ب (س٢ ، ص٢) فإن :



• التغير فى الإحداثى السينى = س٢ − س١ ، ويُسمى بالتغير الأفقى.

• التغير فى الإحداثى الصادى = ص٢ − ص١ ، ويُسمى بالتغير الرأسى.

والنسبة بين التغير فى الإحداثى الصادى والتغير فى الإحداثى السينى تُسمى ميل الخط المستقيم ويرمز له بالرمز (م)

تعريف

ميل الخط المستقيم = التغير فى الإحداثى الصادى / التغير فى الإحداثى السينى = التغير الرأسى / التغير الأفقى أى أن :

• م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) حيث س١ ≠ س٢ • م غير معرف إذا كان : س١ = س٢

مثال ١

فى الشكل المقابل :

أوجد ميل الخط المستقيم ل



الحل

نعين نقطتين على المستقيم ل وليكن أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، ٢)

∵ م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) ∴ م = (٢ − ٢) / (٣ − ١) = ٠ / ٢ = ٠

ملاحظة

فى المثال السابق : لاحظ أننا إذا استخدمنا نقطتين أخريين من نقط المستقيم لإيجاد ميله

مثل : حـ (−٣ ، صفر) ، ء (−١ ، ١)

نجد أن : م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) = (١ − صفر) / (−١ − (−٣)) = ١/٢ وهى نفس النتيجة السابقة.

أى أن : ميل المستقيم ثابت ولا يتوقف على اختيارنا لأى نقطتين عليه.

مثال ٢

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين مما يأتى :

١ (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٥)

٢ (١ ، ٣) ، (٤ ، ٢)

٣ (−٢ ، −٣) ، (−٤ ، ١)

٤ (٣ ، ١) ، (−١ ، ٠)

الحل

١ م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) = (٥ − ٤) / (٤ − ٢) = ١/٢

٢ م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) = (٢ − ٣) / (٤ − ١) = −١/٣

٣ م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) = (١ − (−٣)) / (−٤ − (−٢)) = ٤ / −٢ = −٢

٤ م = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١) = (٠ − ١) / (−١ − ٣) = −١ / −٤ = ١/٤

حاول بنفسك ١

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين مما يأتى :

١ (٢ ، ١) ، (٣ ، ٤)

٢ (٣ ، −٥) ، (−٤ ، ٢)

٣ (−٣ ، −١) ، (١ ، ٠)

٤ (−٦ ، ٣) ، (−٤ ، ٢)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

• إذا تحركت نقطة على خط مستقيم من الوضع أ (س١ ، ص١) إلى الوضع ب (س٢ ، ص٢) بحيث كان س٢ > س١ فإن :

ملاحظتان

١ إذا كان : ص٢ > ص١
أى أن : ص تزداد بزيادة س
فإن : ميل المستقيم = عدد موجب
أى أن : م > ٠

٢ إذا كان : ص٢ < ص١
أى أن : ص تقل بزيادة س
فإن : ميل المستقيم = عدد سالب
أى أن : م < ٠

٣ إذا كان : ص٢ = ص١
أى أن : ص ثابتة بتغير س
فإن : ميل المستقيم = ٠ أى أن : م = ٠
أى أن ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ٠

• إذا كان : س٢ = س١
فإن : ميل المستقيم غير معرف
لأنه لا يوجد تغير فى الإحداثى السينى
أى : س٢ − س١ = ٠

أى أن : ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات غير معرف.

مثال ٣

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : $\overline{ب حـ}$ // $\overleftrightarrow{س_١ س_٢}$ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

أكمل كلاً مما يأتى بوضع إحدى الكلمات

(موجب ، سالب ، صفر ، غير معرف) مكان النقط :

١ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ .....

٢ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ .....

٣ ميل $\overleftrightarrow{أ حـ}$ .....

٤ ميل $\overleftrightarrow{أ ء}$ .....

الحل

١ سالب.

٢ صفر.

٣ موجب.

٤ غير معرف.

مثال ٤

إذا كان ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين (−٣ ، ٤) ، (١ ، ص) هو ٢ فأوجد قيمة : ص

الحل

∵ $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ∴ $٢ = \frac{ص - ٤}{١ - (-٣)}$ ∴ $٢ = \frac{ص - ٤}{٤}$

∴ ص − ٤ = ٢ × ٤ ∴ ص − ٤ = ٨ ∴ ص = ١٢

ملاحظة هامة

وجدنا مما سبق أن ميل أى مستقيم ثابت ولا يتوقف على اختيارنا لأى نقطتين عليه ومن ذلك لإثبات أن النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة فإننا نوجد ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ فإذا كان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ فإن : أ ، ب ، حـ تكون على استقامة واحدة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٥

أثبت أن النقط : أ (٢ ، ٣) ، ب (٤ ، ٢) ، حـ (٨ ، ٠) تقع على استقامة واحدة.

الحل

∵ م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢-٣}{٤-٢}$ = $\frac{١-}{٢}$ ، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{٠-٢}{٨-٤}$ = $\frac{٢-}{٤}$ = $\frac{١-}{٢}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ وهما مشتركان فى نقطة ب

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

مثال ٦

إذا كانت النقط أ ، ب ، حـ تقع على مستقيم واحد حيث :

أ (٣ ، ٢) ، ب (٥ ، -١) ، حـ (١ ، ك) فأوجد قيمة : ك

الحل

∵ م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢ - ١-}{٣ - ٥}$ = $\frac{٣-}{٢}$

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{ك + ١}{١ - ٥}$ = $\frac{ك + ١}{٤-}$

، ∵ أ ، ب ، حـ تقع على مستقيم واحد ، ميل المستقيم ثابت لأى زوج من النقط يقع عليه.

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ ∴ $\frac{ك + ١}{٤-}$ = $\frac{٣-}{٢}$ ∴ ٢ (ك + ١) = -٣ × (-٤)

∴ ٢ ك + ٢ = ١٢ ∴ ٢ ك = ١٠ ∴ ك = ٥

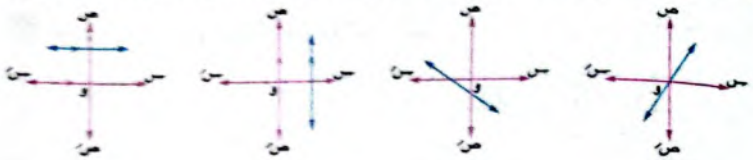
حاول بنفسك ٢

١ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، -١) ، (٧ ، أ) هو $\frac{٣}{٤}$ فأوجد قيمة : أ

٢ أثبت أن : حـ (-١ ، ٢) ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ حيث : أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٤)

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات | أسئلة كتاب الجوابة | اختبار تفاعلى

١ صنف ميل المستقيم فى كل من الأشكال الآتية بأنه (موجب - سالب - صفر - غير معرف) :



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤)

٢ فى الشكل المقابل المثلث أ ب حـ أكمل باستخدام إحدى الكلمات :

(موجب أ، سالب أ، صفر أ، غير معرف)



١ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ ..... | ٢ ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ .....

٣ ميل $\overleftrightarrow{أو}$ ..... | ٤ ميل $\overleftrightarrow{أحـ}$ .....

٣ أكمل ما يأتى :

١ ميل أى مستقيم أفقى يساوى .....

٢ ميل أى مستقيم يوازى محور الصادات .....

٣ المستقيم الذى ميله = صفر يكون موازيًا لمحور .....

٤ إذا كانت : أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل .....

٤ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين مما يأتى :

١ أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٤)

٢ أ (١ ، ٢) ، ب (٥ ، ٠)

٣ أ (٣ ، ٢) ، ب (٦ ، ٥)

٤ أ (٢ ، -١) ، ب (٤ ، -١)

٥ أ (١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٣)

٦ أ (٥ ، ٢) ، ب (٥ ، ٤)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ أ (٣ ، -١) ، ب (٣ ، ٢)

٨ أ (٣ ، -٢) ، ب (٤ ، ١)

٩ أ (-١ ، ٣) ، ب (٢ ، ١)

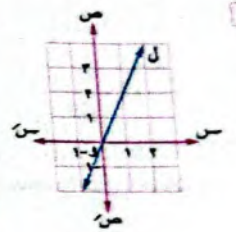
١٠ هـ (٤ ، -٢) ، ك (-١ ، -٧)

١١ هـ (-٣ ، -١) ، و (٠ ، ٠)

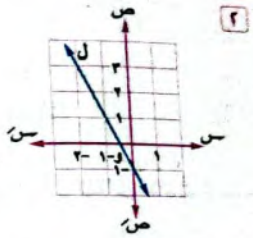
١٢ أ (-٦ ، -٩) ، ب (-١ ، -١)

٥ أوجد ميل المستقيم ل فى كل من الشكلين الآتيين :

١



٢



٦ فى الشكل المقابل :

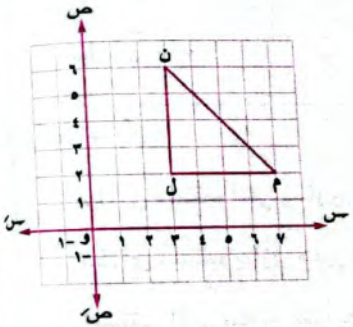
ل م ن مثلث قائم الزاوية فى ل

، ق (∠ م) = ٤٥°

فإذا كان : ل (٣ ، ٢) ، م (٧ ، ٢)

أوجد إحداثيى ن

واحسب ميل $\overleftrightarrow{من}$



٧ إذا كانت : أ (٢ ، -١) ، ب (١٠ ، ٣) ، حـ (٢ ، ٣)

أوجد ميل كل من : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$ ، $\overleftrightarrow{حأ}$ ، وارسم المثلث أ ب حـ على الشبكة التربيعية

، ثم حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه.

٨ إذا كان ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٣ ، ك) يساوى ٣

فأوجد قيمة : ك

«٩»

٩ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، حـ) ، (٥ ، -٢) يساوى -٣

فأوجد قيمة : حـ

«٤»

١٠ إذا كان : أ (-١ ، ٤) ، ب (س ، ٢) وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = -٢

فأوجد قيمة : س

«صفر»

١١ إذا كان المستقيم الذى يمر بالنقطتين (-٢ ، ص) ، (٣ ، -١) ميله = -٠,٦

فأوجد قيمة : ص

«٢»

١٢ أوجد قيمة ك بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (٢ ، ك)

موازيًا محور السينات.

«٤»

١٣ أوجد قيمة س بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٢ س ، ٣) ، (٦ ، ٧)

موازيًا محور الصادات.

«٣»

١٤ أوجد قيمة ص بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٦) ، (-٢ ، ٣ ص)

عموديًا على محور الصادات.

«٢»

١٥ هل تقع النقاط (-٥ ، ١١) ، (٠ ، ٨) ، (٥ ، ٥) على نفس الخط المستقيم ؟

١٦ إذا كانت : أ (٢ ، ١) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (٤ ، ٥)

أوجد ميل كل من : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$ ، $\overleftrightarrow{حأ}$ ومثل كلًا منها بيانيًا ماذا تلاحظ ؟

١٧ فى كل مما يأتى أثبت أن النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة :

١ أ (١ ، ١) ، ب (٢ ، ٢) ، حـ (-٣ ، -٣)

٢ أ (٤ ، -٣) ، ب (-٦ ، ٧) ، حـ (٥ ، -٤)

٣ أ (-٢ ، ١٢) ، ب (٢ ، ٤) ، حـ (٦ ، -٤)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٨ فى كل مما يأتى أثبت أن النقط أ ، ب ، حـ لا تقع على استقامة واحدة :

١ أ (٢ ، ١) ، ب (٣ ، ٠) ، حـ (٥ ، -١)

٢ أ (-١ ، ٢) ، ب (٣ ، ١) ، حـ (٧ ، ٢)

٣ أ (٠ ، -٣) ، ب (٢ ، ٢) ، حـ (-٣ ، -٣)

١٩ أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ حيث أ (-١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥)

، هل النقطة حـ (٨ ، ١) $\in \overleftrightarrow{أب}$ ؟

٢٠ أوجد ص بحيث تكون النقط (٤ ، ١) ، (-٢ ، ٧) ، (٣ ، ص) على استقامة واحدة.

للمتفوقين

٢١ إذا كان المستقيم الذى يمر بالنقط (٣ ، -١) ، (س ، ١) ، (٩ ، ص) ميله = $\frac{٢}{٣}$

فأوجد قيمة كل من : س ، ص



موقع التفوق
ALtFwoK



الدرس 3

تطبيقات حياتية على ميل الخط المستقيم

• درسنا فيما سبق أنه إذا كانت هناك علاقة خطية بين متغيرين س ، ص فإن :

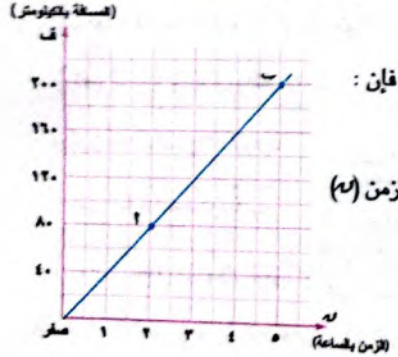
ميل الخط المستقيم الذى يمثل هذه العلاقة = التغير فى الإحداثى الصادى / التغير فى الإحداثى السينى

أى أن : ميل الخط المستقيم (م) يعبر عن معدل التغير فى ص بالنسبة إلى س

• ويوجد فى حياتنا العديد من التطبيقات التى نحتاج فيها لمعرفة معدل التغير :

فمثلاً :

١ إذا كان الشكل المقابل يمثل حركة سيارة فإن :



السرعة المنتظمة للسيارة (ع)

= معدل التغير فى المسافة (ف) بالنسبة للزمن (ن)

أى أن :

السرعة المنتظمة للسيارة (ع)

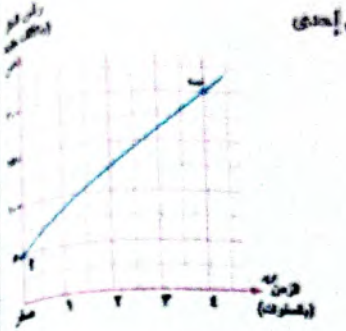
= ميل الخط المستقيم (م)

وباختيار نقطتين على المستقيم مثل أ (٢ ، ٨٠) ، ب (٥ ، ٢٠٠)

$\therefore ع = م = \frac{ف_٢ - ف_١}{ن_٢ - ن_١} = \frac{٢٠٠ - ٨٠}{٥ - ٢} = \frac{١٢٠}{٣} = ٤٠$ كم/ساعة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

1 إذا كان الشكل المقابل يمثل التغير في رأس مال إحدى الشركات (ص) بمرور الزمن (س) فإن :



معدل التغير في رأس مال الشركة

= ميل الخط المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$

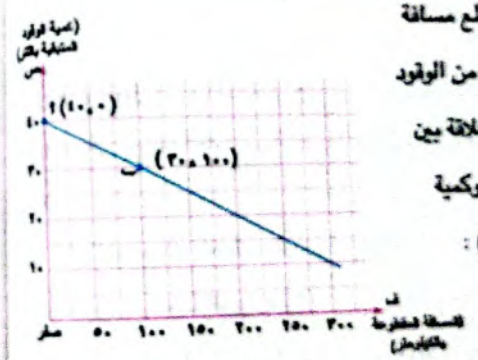
∴ معدل التغير في رأس المال

$$= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢٠٠ - ٥٠}{٤ - ٠} = \frac{١٥٠}{٤}$$

= ٣٧,٥ ألف جنيه/سنة.

أي أن : رأس مال الشركة يتزايد بمعدل = ٣٧,٥ × ١٠٠٠ = ٣٧٥٠٠ جنيه سنويًا.

2 إذا ملأ أحد الأشخاص خزان سيارته الذي سعته ٤٠ لترًا بالوقود وبعد أن قطع مسافة ١٠٠ كم وجد أن المتبقي بالخزان من الوقود ٣٠ لترًا والشكل المقابل يوضح العلاقة بين المسافة المقطوعة بالكيلو متر (ف) وكمية الوقود المتبقية بالخزان باللتر (ص) :



ويكون معدل استهلاك الوقود

= ميل الخط المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$

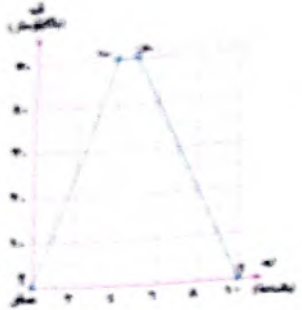
أي أن : معدل استهلاك الوقود = $\frac{ص_٢ - ص_١}{ف_٢ - ف_١} = \frac{٣٠ - ٤٠}{٣٠٠ - ١٠٠}$

$$= \frac{-١٠}{١٠٠} = -\frac{١}{١٠}$$ لتر/كيلو متر.

والإشارة السالبة تدل على أن كمية الوقود تتناقص بالخزان بمعدل واحد لتر لكل ١٠ كم

مثال 1

تحرك وليد بدراجته من مدينة القاهرة إلى مدينة بنها ثم عاد إلى القاهرة ، والشكل البياني المقابل يمثل حركته خلال رحلتي الذهاب والعودة.



1 أوجد سرعته خلال رحلة الذهاب.

2 أوجد سرعته خلال رحلة العودة.

3 أوجد السرعة المتوسطة له أثناء الرحلة كلها.

4 بماذا تفسر القطعة المستقيمة الأفقية في الشكل ؟

الحل

1 بأخذ النقطتين أ (٠ ، ٠) ، ب (٤ ، ٥٠)

∴ ع (خلال رحلة الذهاب) = $\frac{٥٠ - ٠}{٤ - ٠}$ = ١٢,٥ كم/ ساعة.

2 بأخذ النقطتين حـ (٥ ، ٥٠) ، ء (١٠ ، ٠)

∴ ع (خلال رحلة العودة) = $\frac{٥٠ - ٠}{٥ - ١٠} = \frac{٥٠}{-٥}$ = -١٠ كم/ ساعة.

والإشارة السالبة تعني أن وليد تحرك في عكس اتجاه حركته الأولى عائدًا إلى القاهرة بسرعة ١٠ كم/ ساعة.

3 السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي الذي قطعت فيه المسافة}} = \frac{١٠٠}{١٠}$ = ١٠ كم/ ساعة.

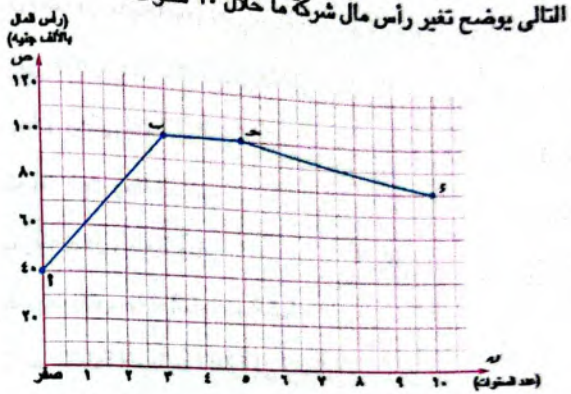
4 القطعة المستقيمة الأفقية تبين أن وليد توقف لمدة ساعة بعد أن سار مسافة ٥٠ كم ثم سار بعد ذلك راجعًا إلى نقطة البدء.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

مثال ٢

الشكل التالى يوضح تغير رأس مال شركة ما خلال ١٠ سنوات.



١ أوجد ميل كل من : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$ ، $\overleftrightarrow{حـء}$ ما دلالة كل منها ؟

٢ احسب رأس مال الشركة عند بدء عملها.

الحل

∵ أ (٠ ، ٤٠) ، ب (٣ ، ١٠٠) ، حـ (٥ ، ١٠٠) ، ء (١٠ ، ٨٠)

١ • ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١٠٠ - ٤٠}{٣ - ٠} = \frac{٦٠}{٣} = ٢٠$

وهو يعبر عن تزايد رأس مال الشركة خلال الثلاث سنوات الأولى من بدء عملها بمعدل ٢٠٠٠٠ جنيه كل عام.

• ميل $\overleftrightarrow{بحـ} = \frac{١٠٠ - ١٠٠}{٥ - ٣} = \frac{٠}{٢} = ٠$

وهو يعبر عن أن رأس مال الشركة ظل ثابتًا بدون زيادة أو نقصان خلال السنتين الرابعة والخامسة من بدء عملها.

• ميل $\overleftrightarrow{حـء} = \frac{٨٠ - ١٠٠}{١٠ - ٥} = \frac{-٢٠}{٥} = -٤$

وهو يعبر عن تناقص رأس مال الشركة خلال الخمس سنوات الأخيرة بمعدل ٤٠٠٠ جنيه كل عام.

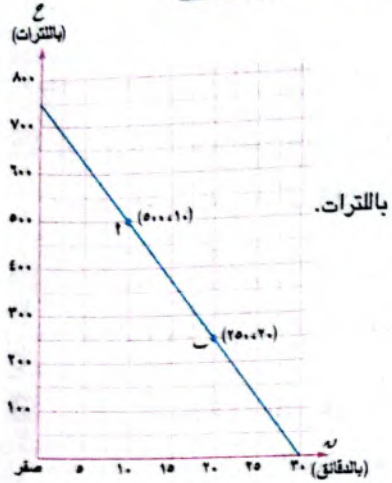
٢ ∵ أ (٠ ، ٤٠) ∴ رأس مال الشركة عند بدء عملها = ٤٠٠٠٠ جنيه.

مثال ٣

خزان مياه مملوء بأسفله صنبور مفتوح

والشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن (ن)

بالدقائق وكمية المياه المتبقية فى الخزان (ع) باللترات.



١ ما هى أكبر سعة للخزان ؟

٢ ما هو الزمن اللازم ليفرغ الخزان ؟

٣ كم يتبقى فى الخزان بعد ٢٠ دقيقة ؟

٤ ما هو متوسط تفريغ الخزان ؟

الحل

١ من الرسم البيانى نجد أن :

$\overleftrightarrow{أب}$ يقطع المحور الذى يمثل كمية المياه المتبقية بالخزان (ع) فى النقطة (٠ ، ٧٥٠)

∴ أكبر سعة للخزان = ٧٥٠ لترًا.

٢ من الرسم البيانى نجد أن : $\overleftrightarrow{أب}$ يقطع المحور الذى يمثل الزمن (ن) فى النقطة (٣٠ ، ٠)

∴ الزمن اللازم لكى يفرغ الخزان = ٣٠ دقيقة.

٣ ∵ النقطة (٢٠ ، ٢٥٠) ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

∴ بعد ٢٠ دقيقة يتبقى فى الخزان ٢٥٠ لترًا.

٤ متوسط تفريغ الخزان = ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{ع_٢ - ع_١}{ن_٢ - ن_١} = \frac{٢٥٠ - ٥٠٠}{٢٠ - ١٠} = \frac{-٢٥٠}{١٠} = -٢٥$

∴ الخزان يفرغ بمعدل = ٢٥ لتر/دقيقة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين 13

تطبيقات حياتية على ميل الخط المستقيم

أسئلة كتاب الوزارة

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

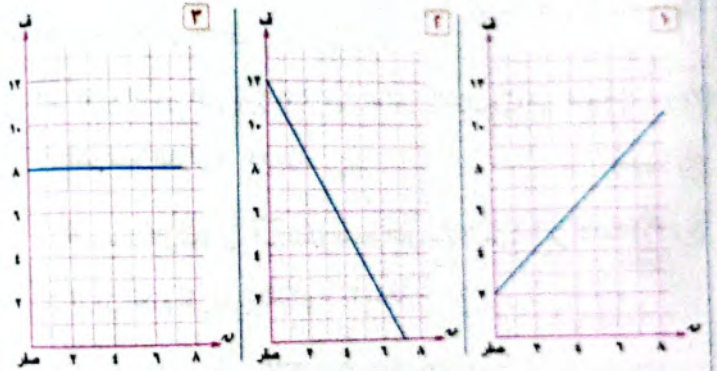
١ سيارة تسير بسرعة منتظمة بحيث تقطع ١٨٠ كم كل ٣ ساعات فإذا سارت السيارة لمدة ٥ ساعات فما هي المسافة التي تقطعها ؟

٣٠٠ كم

٢ تستهلك آلة للري ٢,٤٧ من اللتر من السولار لتشغيلها ٣ ساعات ، فإذا عملت الآلة ١٠ ساعات فكم لترًا من السولار سوف تستهلك الآلة ؟

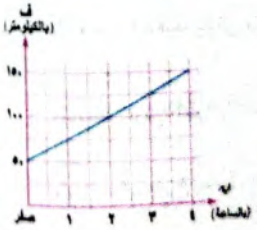
٨ $\frac{٧}{٣٠}$ لتر

٣ كلٌّ من الأشكال التالية يوضح العلاقة بين المسافة ف (بالمتر) والزمن ن (بالثانية) لجسم متحرك موضع الجسم عند بدء الحركة ، وعند ن = ٦ ثوانٍ ، وأوجد ميل المستقيم في كل حالة (ماذا يمثل الميل ؟)



٤ الشكل المقابل يمثل حركة سيارة تسير بسرعة منتظمة.

عين سرعة السيارة.



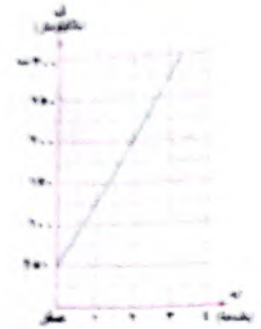
٢٥٠ كم/ ساعة.

٥ تحرك باسم بسيارته بين المدينتين أ ، ب والشكل البياني المقابل يوضح العلاقة بين المسافة (ف) بالكيلو متر والزمن (ن) بالساعة.

أجب عما يأتي :

١ ما مقدار السرعة المنتظمة لسيارة باسم ؟

٢ أوجد المسافة التي تبعدها السيارة عن نقطة (د) بعد مرور ٣ ساعات من بداية الحركة.



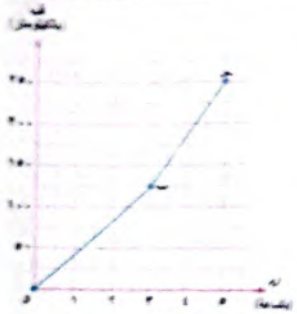
٧٥ كم / ساعة ، ٢٧٥ كم.

٦ الشكل المقابل يمثل حركة سيارة.

أجب عما يأتي :

١ أوجد سرعة السيارة خلال الساعات الثلاث الأولى من حركتها ثم خلال الساعتين التاليتين.

٢ أوجد السرعة المتوسطة للسيارة أثناء الرحلة كلها.



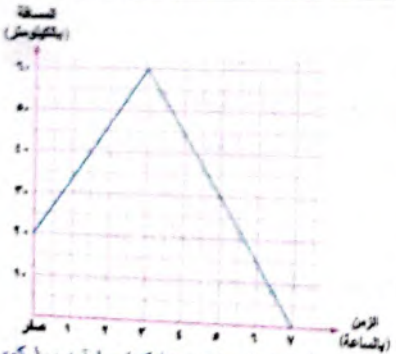
٤١ $\frac{٢}{٣}$ كم / ساعة ، ٦٢ $\frac{١}{٢}$ كم / ساعة ، ٥٠ كم / ساعة.

٧ الشكل المقابل يمثل حركة دراجة مقيسة من نقطة ثابتة.

أوجد السرعة المنتظمة للدراجة :

١ خلال الساعات الثلاث الأولى.

٢ خلال الساعات الأربع التالية ، ثم أوجد المسافة الكلية التي تحركتها الدراجة.



١٢ $\frac{١}{٢}$ كم / ساعة ، ١٥ كم / ساعة ، ١٠٠ كم.

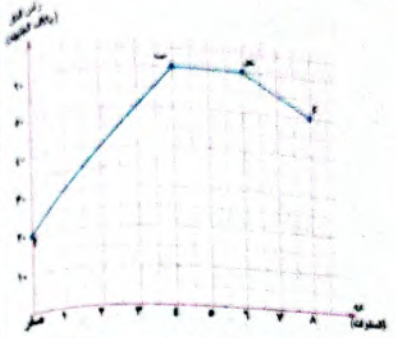
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

٨ الشكل المقابل يوضح تغير رأس مال شركة خلال ٨ سنوات.

١ أوجد ميل كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، وما دلالة كل منها ؟

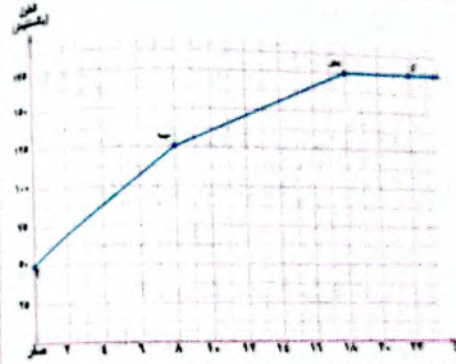
٢ احسب رأس مال الشركة عند بدء عملها.



١٠٠ ، صفر ، −٥ ، ٢٠ ألف جنيه

٩ الشكل المقابل يوضح العلاقة بين طول شخص بالسنتيمتر وعمره بالسنوات.

١ أوجد ميل كل من : $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، وما دلالة كل منها ؟



٢ احسب الفرق بين طول هذا الشخص عندما كان عمره ٨ سنوات ، وطوله عندما كان عمره ٣٠ سنة.

$\frac{٢}{٨}$ ، ٥ ، صفر ، ٥٠ سم

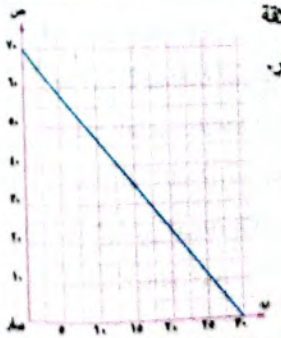
١٠ ملأ مجدى خزان سيارته بالوقود ، الشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن (ن) بالساعة وكمية الوقود المتبقية (ص) باللتر.

١ ما هى أكبر سعة للخزان ؟

٢ متى يفرغ الخزان ؟

٣ كم يتبقى من الوقود بعد ١٥ ساعة ؟

٤ ما معدل استهلاك الوقود فى الساعة الواحدة ؟



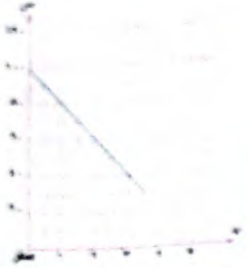
٧٠٠ لترًا ، ٣٠ ساعة ، ٣٥ لترًا ، $\frac{١}{٢}$ ٢ لتر/ ساعة

١١ يقرأ شخص ما أحد الكتب والشكل البيانى المقابل يوضح العلاقة بين الزمن (ن) بالساعة وعدد الصفحات المتبقية (ص)

١ كم عدد صفحات الكتاب المتبقية عند بداية القراءة ؟

٢ أوجد معدل الصفحات المقروءة فى الساعة.

٣ متى ينتهى هذا الشخص من قراءة الكتاب ؟



١٠٠٠ صفحة ، ٢٠٠ صفحة / ساعة ، بعد ٤ ساعات

١٢ أراد صاحب مزرعة أن يستكمل حفر بئر فاستأجر حفارًا ليقوم بالحفر والشكل المقابل يوضح عمق البئر (ع) بالمتر بعد زمن (ن) بالساعة. أوجد :

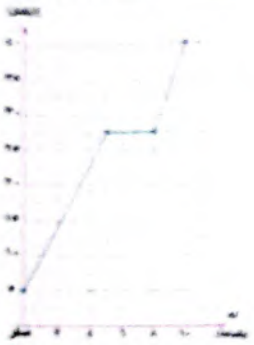
١ عمق البئر قبل بدء عمل الحفار.

٢ عمق البئر بعد انتهاء عمل الحفار.

٣ الزمن الكلى الذى استغرقه الحفار فى الحفر.

٤ متوسط العمق الذى يحفره الحفار فى الساعات الخمس الأولى.

٥ متوسط العمق الذى يحفره الحفار فى الساعتين الأخيرتين.



٥٠ م ، ٤٠ م ، ١٠ ساعات ، ٤ م/ ساعة ، ٢٥ م/ ساعة

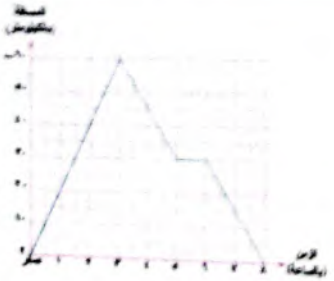
١٣ الشكل البيانى المقابل يوضح العلاقة بين المسافة بالكيلو متر والزمن بالساعة لدراجة تحركت بين مدينتين أ ، ب ذهابًا وعودة.

أجب عما يأتى :

١ ما مقدار السرعة المنتظمة أثناء رحلة الذهاب ؟

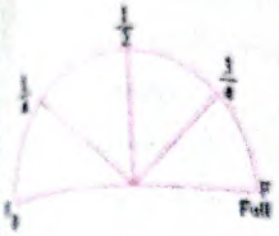
٢ ما مقدار السرعة المتوسطة أثناء رحلة العودة ؟

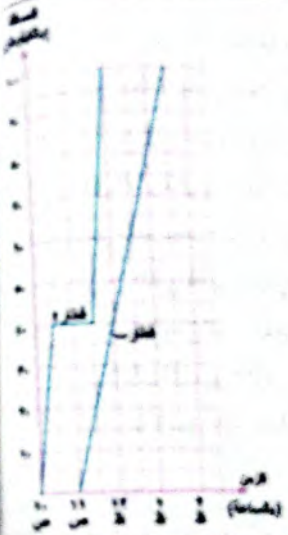
٣ ما دلالة القطعة المستقيمة الأفقية فى الشكل ؟

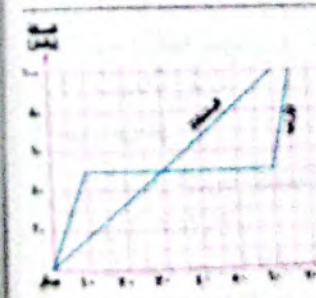


٢٠ كم/ ساعة ، ١٢٠ كم/ ساعة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner







للمتفوقين



عجائب الأرقام

أوجد ناتج ضرب العدد ٩٩ في الأعداد الطبيعية من ١ إلى ١٠
سجل إجابتك في كل مرة. عاد تلاحظ على النواتج؟!

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوحدة 3

الإحصاء

الدرس الأول: جمع البيانات وتنظيمها.

الدرس الثانى: الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيلهما بيانياً.

الدرس الثالث: الوسط الحسابى.

الدرس الرابع: الوسيط.

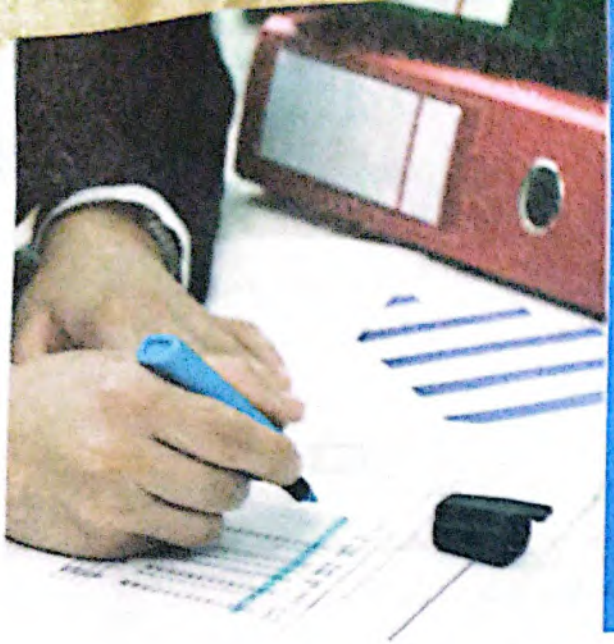
الدرس الخامس: المنوال.

موقع التفوق
ALtFwoK

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن:

- ينظم البيانات فى جداول تكرارية ذات مجموعات.
- يكون كلًا من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والنازل.
- يمثل كلًا من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والنازل.
- يوجد الوسط الحسابى لمجموعة من البيانات منظمة فى جدول تكرارى ذى مجموعات.
- يوجد الوسيط لتوزيع تكرارى ذى مجموعات.
- يحسب المنوال من جدول تكرارى ذى مجموعات.

يمكنك حل التدريبات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



الدرس 1

جمع البيانات وتنظيمها

تعرفنا فى العام الماضى على كيفية تنظيم البيانات وعرضها فى جداول تكرارية بسيطة ، ولكن عندما يكون حجم البيانات كبيرًا فإنه من المفيد عند تنظيمها تقسيم هذه البيانات إلى عدد مناسب من المجموعات ، وتحديد عدد المفردات التى تنتمى إلى كل مجموعة.

الجدول الذى يتكون من المجموعات والتكرار المناظر لكل مجموعة يُسمى الجدول التكرارى ذى المجموعات.

والمثال التالى يوضح كيفية تنظيم البيانات فى مثل هذه الجداول.

مثال

فيما يلى درجات ٥٤ طالبًا فى أحد فصول الصف الثانى الإعدادى بإحدى المدارس التى حصلوا عليها فى اختبار لمادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٦٠ درجة.

٤٢	٥٤	٣٦	٤٦	٣٤	٤٥	٥١	٤٠	٤٨
٤٨	٤٠	٤٧	٢٥	٤٨	٤٥	٣٦	٥٦	٤٤
٣٨	٤٧	٣٠	٣٧,٥	٤٠	٢٠	٤٢	٢٨	٥٠
٤٧	٥٥	٢٧	٤٥	٣٠	٤٢	٥١	٤٣	٤٦
٢٩	٤٣	٥٩	٣٥	٤٤,٥	٣٢	٢٤	٣٩	٥٤
٤١	٣٦	٤٥	٣٩	٤٢	٥٨	٣٥	٥٠	٤٥

المطلوب تكوين الجدول التكرارى ذى المجموعات.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحـــل

١ نحدد المدى وهو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.

∵ أصغر درجة هى (٢٠) وأكبر درجة هى (٥٩) ∴ المدى = ٥٩ − ٢٠ = ٣٩

٢ نقسم هذه البيانات إلى عدد مناسب من مجموعات الدرجات وليكن ١٠ مجموعات منفصلة طول كل منها ٤ فنحصل على المجموعات الآتية :

- المجموعة الأولى : الطلبة الحاصلون على ٢٠ درجة حتى أقل من ٢٤ درجة وتكتب (٢٠-)
- المجموعة الثانية : الطلبة الحاصلون على ٢٤ درجة حتى أقل من ٢٨ درجة وتكتب (٢٤-)
- المجموعة الثالثة : الطلبة الحاصلون على ٢٨ درجة حتى أقل من ٣٢ درجة وتكتب (٢٨-)

وهكذا حتى نصل إلى :

- المجموعة العاشرة : الطلبة الحاصلون على ٥٦ درجة حتى أقل من ٦٠ درجة وتكتب (٥٦-)

٣ نكون جدول التفريغ أو العلامات الآتى :

المجموعات	العلامات	التكرار
٢٠-	/	١
٢٤-	///	٣
٢٨-	////	٤
٣٢-	////	٤
٣٦-	//𝍸	٧
٤٠-	𝍸𝍸	١٠
٤٤-	//𝍸𝍸	١٢
٤٨-	//𝍸	٧
٥٢-	///	٣
٥٦-	///	٣
المجموع		٥٤

جدول التفريغ أو العلامات

٤ نحذف العمود الأوسط (العلامات) من الجدول فنحصل على الصورة النهائية للجدول التكرارى ذى المجموعات ويمكن كتابته رأسيًا أو أفقيًا ، والصورة الأفقية للجدول هى كالآتى :

المجموعات	٢٠-	٢٤-	٢٨-	٣٢-	٣٦-	٤٠-	٤٤-	٤٨-	٥٢-	٥٦-	المجموع
التكرار	١	٣	٤	٤	٧	١٠	١٢	٧	٣	٣	٥٤

ومن الجدول السابق نستنتج أن :

* المجموعة التى بها أكبر تكرار هى ٤٤-
* المجموعة التى بها أقل تكرار هى ٢٠-

حاول بنفسك

فيما يلى أوزان ٥٠ شخصًا :

٥٢	٣٥	٤٠	٥٧	٤٣	٤٠	٣٦	٤٩	٤٣	٥٨
٤٧	٤٨	٥١	٣٠	٥٩	٣٦	٤٥	٤١	٤٤	٣٧
٤٢	٥٤	٣٨	٥٥	٤٢	٤٧	٤٦	٣٤	٥٣	٤٤
٤٧	٣٢	٤١	٦٢	٥٠	٣٩	٥٨	٤٦	٤٣	٤٩
٤٠	٤١	٦٤	٤٤	٥٤	٤٥	٣٨	٤٠	٤٨	٤١

كون الجدول التكرارى ذى المجموعات.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 14 على جمع البيانات وتنظيمها

• تذكر • تفسير • تطبيق • حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ فيما يلى الوزن بالكيلو جرام لعدد ٤٠ تلميذًا من تلاميذ أحد فصول الصف الثانى الإعدادى ويراد وضعها فى صورة جدول التوزيع التكرارى ذى المجموعات.

خذ المجموعات (٢٥- ، ٣٠- ، ٣٥- ، ...)

٣٦	٣٠	٤٢	٣٧	٢٥	٣٤	٣٥	٢٨	٣٠	٢٨
٢٩	٣٦	٣٨	٣٢	٤٤	٣٩	٣٤	٣٦	٣٥	٣٠
٣٠	٣٥	٣٠	٣٨	٢٧	٤١	٣٣	٣٩	٣١	٣٦
٣٦	٣٣	٣٧	٣١	٤٣	٣٥	٤٠	٣١	٣٩	٤٥

٢ فيما يلى الأجر الأسبوعى بالجنيهات لأربعين عاملاً فى أحد المصانع :

٤٧	٧١	٣٦	٩٤	٥٤	٦٤	٨٧	٨٩	٦٢	٥٧
٥١	٦١	٤٤	٥٢	٧٠	٦٦	٥٦	٣٢	٦٩	٣٦
٧٩	٤٨	٧٧	٩٠	٦٥	٩٩	٩٦	٦٧	٦٠	٥٥
٩٥	٧٥	٨١	٨٤	٧٨	٣٨	٤٩	٩٤	٤٨	٥٩

والمطلوب عمل جدول تكرارى ذى مجموعات (خذ المجموعات الجزئية : ٣٠- ، ٤٠- ، ٥٠- ، ... ، ٩٠-) وما المجموعة التى بها أكبر تكرار ؟ وما المجموعة التى بها أقل تكرار ؟

٣ فيما يلى درجات ٣٠ تلميذًا فى أحد الاختبارات :

٢٥	٣٥	٤٠	٢٠	٣٠	٣٧	٤٠	٣٣	٢٢	٣٨
٣٥	٣٦	٢٨	٣٧	٣٩	٢٨	٣٢	٢٦	٢٩	٣٧
٢٣	٣٤	٣٥	٣٦	٢٩	٣٨	٤٠	٣٥	٣٧	٣١

المطلوب :

١ كون جدولاً تكراريًا ذى مجموعات لهذه الدرجات.

٢ أوجد عدد التلاميذ الممتازين إذا كانت أقل درجة ليكون التلميذ ممتازًا هى ٣٦ درجة.

١٢٠ تلميذًا.

٤ فيما يلى بيان بدرجات طلاب الصف الثانى الإعدادى فى أحد الفصول ، فى امتحان مادة الجبر وعددهم ٤٠ طالبًا (والنهاية العظمى ٢٠ درجة).

٧	١١	٧	١٣	١٤	٣	١٨	١٣	١٠	١٤
١٦	٨	١٥	١٢	٥	١٥	١١	١٢	٦	١١
٨	٩	١٥	٨	١٥	١٤	٧	١٠	١٤	١٩
١٠	٧	٢	١٠	١٢	٤	١١	١٧	١٣	١٥

والمطلوب عمل جدول تكرارى لدرجات الطلاب فى مادة الجبر ، باستخدام المجموعات : ٠ ، ٤- ، ٨- ، ... وهكذا. ثم أوجد النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين حصلوا على ١٢ درجة فأكثر.

٤٧,٥٠ ٪

٥ فيما يلى بيان بأطوال ٥٠ شخصًا بالسنتيمتر :

١٥٥	١٨٣	١٦٣	١٨١	١٨٦	١٤٤	١٩٩	١٥٠	١٨٢	١٦٦
١٩٧	١٢٦	١٨٨	١٥٨	١٥٣	١٣٠	١٦٣	١٦٦	١٥٤	١٧٣
١٣٧	١٦٣	١٤٦	١٩٨	١٦٤	١٥٦	١٧٣	١٧٧	١٥٧	١١٨
١٣٨	١٨٧	١٧٨	١٧٣	١٨٤	١٤٣	١٤٧	١٤٢	١٧٦	١٦٠
١٧٠	١٩٤	١٥٤	١٦٧	١٤٩	١١٢	١٩٦	١٢٨	١٢٦	١٥٦

١ أوجد أقل طول فى المجموعة وأكبر طول فيها ، والمدى الذى يقع فيه هذان الطولان.

٢ كون جدولاً تكراريًا باستخدام مجموعات طول كل منها ١٠ سنتيمترات.

٦ فى أحد معسكرات التجنيد قيست أطوال ٥٥ جنديًا فكانت أطوالهم بالسنتيمترات كالآتى :

١٦٩	١٩٤	٢٠٠	١٨٥	١٦٥	١٨٨	١٦٦	١٨٦	١٨١	١٧٦	١٧٣
١٧٧	١٧٩	١٨٨	١٧٠	١٩٣	١٨٠	١٧٣	١٧٣	١٨٤	١٩٢	١٦٧
١٨٢	١٦٨	١٨٦	١٨٩	١٧١	١٧٩	١٧٢	١٧٥	١٧٥	١٨١	١٦٦
١٨٥	١٧٧	١٧٥	١٦٥	١٩٠	١٧٢	١٧٧	١٧٨	١٨٤	١٦٦	١٧٤
١٧٨	١٧٧	١٧٢	١٧٤	١٧٥	١٧٩	١٩٥	١٧٦	١٨٩	١٨٧	١٨٩

كون جدولاً تكراريًا باستخدام المجموعات (١٦٥- ، ١٧٠- ، ١٧٥- ، ...)

من الجدول أوجد : ١ عدد الجنود الذين أطوالهم أقل من ١٨٥ سم ٣٩٠ جنديًا.

٢ عدد الجنود الذين أطوالهم على الأقل ١٨٠ سم ٢٢٠ جنديًا.

موقع التفوق ALTFW0٧١٠.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 2

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيلهما بيانيًا

تمهيد

• فى الدرس السابق درست كيفية تكوين الجدول التكرارى ذى المجموعات والحصول منه على بعض المعلومات كالجدول التالى الذى يمثل توزيع أجور ٥٠ عاملاً أسبوعيًا فى أحد المصانع :

مجموعات الأجور	٥٤-	٥٨-	٦٢-	٦٦-	٧٠-	المجموع
عدد العمال (التكرار)	٥	١٢	٢٢	٧	٤	٥٠

ومن خلال هذا الجدول يمكنك معرفة عدد العمال (التكرار) فى كل مجموعة على حدة.

فمثلاً : – عدد العمال الذين تتراوح أجورهم بين ٥٨ جنيهًا وأقل من ٦٢ جنيهًا ١٢ عاملاً.

– عدد العمال الذين تتراوح أجورهم بين ٦٦ جنيهًا وأقل من ٧٠ جنيهًا ٧ عمال.

• ولكنك لا تستطيع معرفة بعض المعلومات الأخرى من هذا الجدول مباشرة مثل :

– عدد العمال الذين يحصلون على أقل من ٦٢ جنيهًا.

– عدد العمال الذين يحصلون على ٥٨ جنيهًا فأكثر.

• ولكى تستطيع معرفة مثل هذه المعلومات ، ستحتاج لدراسة نوع آخر من الجداول وهى الجداول التكرارية المتجمعة (الصاعدة والنازلة). وهذا ما سنوضحه فى الأمثلة التالية :

مثال ١

الجدول التكرارى التالى يبين الأجر الأسبوعى بالجنيه لعدد ٥٠ عاملاً فى أحد المصانع :

مجموعات الأجور	٥٤-	٥٨-	٦٢-	٦٦-	٧٠-	المجموع
عدد العمال (التكرار)	٥	١٢	٢٢	٧	٤	٥٠

والمطلوب تكوين الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وتمثيله بيانيًا ثم إيجاد :

١ عدد العمال الذين مرتباتهم أقل من ٦٠ جنيهًا.

٢ النسبة المئوية لعدد العمال الذين مرتباتهم أقل من ٦٠ جنيهًا.

الحل

• نكون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد كالتالى :

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد	مجموعات الأجور	٥٤-	٥٨-	٦٢-	٦٦-	٧٠-
		عدد العمال (التكرار)	٥	١٢	٢٢	٧	٤
أقل من ٥٤	صفر	أقل من ٥٤ = صفر					
أقل من ٥٨	٥	أقل من ٥٨ = ٥					
أقل من ٦٢	١٧	أقل من ٦٢ = ٥ + ١٢ = ١٧					
أقل من ٦٦	٣٩	أقل من ٦٦ = ٥ + ١٢ + ٢٢ = ٣٩					
أقل من ٧٠	٤٦	أقل من ٧٠ = ٥ + ١٢ + ٢٢ + ٧ = ٤٦					
أقل من ٧٤	٥٠	أقل من ٧٤ = ٥ + ١٢ + ٢٢ + ٧ + ٤ = ٥٠					

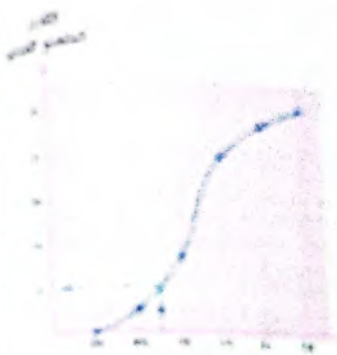
« الجدول التكرارى المتجمع الصاعد »

لاحظ أن : التكرار المتجمع الصاعد يبدأ بالصفر وينتهى بالتكرار الكلى.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

- نمثل الجدول التكراري المتجمع الصاعد بيانياً تابع الآتي

1. نختار المحور الأفقي للمجموعات والمحور الرأسي للتكرار المتجمع الصاعد
2. نختار مقياساً مناسباً لرسم كل
   المحور الرأسي يحوي طرف المحور
   التكرار المتكرر المتجمع الصاعد
3. نمثل التكرار المتجمع الصاعد لكل
   مجموعة ونرسم الخط البياني لها
   بالتتابع كما هو موضح بالشكل التالي



- ومن الرسم نجد أن

1. عدد العمال الذين مرتباتهم أقل من ٦٠ جنيهًا = ٢٠ عمال
2. النسبة المئوية لعدد العمال الذين مرتباتهم أقل من ٦٠ جنيهًا = $\frac{٢٠}{١٠٠} \times ١٠٠ = ٢٠\%$

مثال ٢

الجدول التكراري التالي يبين الأجر الأسبوعي بالجنيه لعدد ٥٠ عاملاً في أحد المصانع :

مجموعات الأجور	٥٠ -	٥٥ -	٦٠ -	٦٥ -	٧٠ -	المجموع
عدد العمال (التكرار)	٨	١٢	٢٢	٧	٤	٥٠

والمطلوب تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد وتمثيله بيانيًا ثم إيجاد :

1. عدد العمال الذين مرتباتهم ٦٠ جنيهًا فأكثر.
2. النسبة المئوية لعدد العمال الذين مرتباتهم ٦٠ جنيهًا فأكثر.

- نكون الجدول التكراري المتجمع الصاعد كالآتي

مجموعات الأجر	٥٠ -	٥٥ -	٦٠ -	٦٥ -	٧٠ -
عدد العمال (التكرار)	٨	١٢	٢٢	٧	٤

الحد الحقيقي للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٥٠	صفر
أقل من ٥٥	٨ = ٨ + ٠
أقل من ٦٠	٢٠ = ١٢ + ٨
أقل من ٦٥	٤٢ = ٢٢ + ٢٠
أقل من ٧٠	٤٩ = ٧ + ٤٢
أقل من ٧٥	٥٠ = ٤ + ٤٩

٥٥ فأكثر ← ٥٠ − ٨ = ٤٢

٦٠ فأكثر ← ٥٠ − ٢٠ = ٣٠

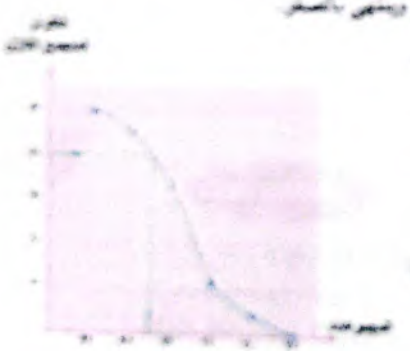
٦٥ فأكثر ← ٥٠ − ٤٢ = ٨

٧٠ فأكثر ← ٥٠ − ٤٩ = ١

الحل :

التكرار المتجمع النازل يبدأ بالتكرار الكلي وينتهي بالصفر.

- ولتمثيل هذا الجدول نتبع نفس خطوات تمثيل الجدول التكراري المتجمع الصاعد فنحصل على الشكل التالي.



- ومن الرسم نجد أن :

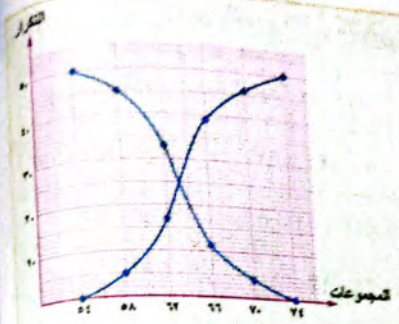
1. عدد العمال الذين مرتباتهم ٦٠ جنيهًا فأكثر = ٤٠ عاملاً.
2. النسبة المئوية لعدد العمال الذين مرتباتهم ٦٠ جنيهًا فأكثر = $\frac{٤٠}{٥٠} \times ١٠٠ = ٨٠\%$

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة

يمكن رسم المنحنيين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل لتوزيع تكراري ما في رسم واحد.



حاول بنفسك

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٤٠ طالبًا في امتحان مادة الرياضيات :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٤	٨	١٢	١٠	٦	٤٠

ارسم : [١] المنحنى التكراري المتجمع الصاعد.

[٢] المنحنى التكراري المتجمع النازل.

عجائب الأرقام

- اختر أي عدد موجب مكون من رقمين.
- اطرح منه مجموع رقميه.
- هل باقي الطرح يقبل القسمة على ٩ ؟

كرر مع أعداد أخرى

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

على الجدول التكراري المتجمع الصاعد والنازل وتمثيلهما بيانيًا

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة

أولا مسائل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

[١] الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالبًا في أحد الاختبارات :

المجموعات	-٢	-٦	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	المجموع
التكرار	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠

والمطلوب : رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد لهذا التوزيع.

[٢] الجدول التكراري التالي يمثل درجات ٦٠ طالبًا في مادة الرياضيات :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٩	١١	١٣	١٧	١٠	٦٠

ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد لهذا التوزيع وإذا كانت درجة النجاح هي ٣٠ فما هو عدد الطلبة الراسبين ؟ ٢٠ طالبًا.

[٣] الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لعدد ١٠٠ مصنع حسب ساعات العمل الأسبوعية :

المجموعات بالساعة	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	-٩٠	-١٠٠	المجموع
عدد المصانع	٥	١٦	٣٠	٢٢	١٥	١٢	١٠٠

[١] ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد لهذا التوزيع.

[٢] أوجد من الرسم عدد المصانع التي تعمل أقل من ٧٥ ساعة في الأسبوع. ٣٧٠ مصنعًا.

[٣] أوجد النسبة المئوية لعدد المصانع التي تعمل أقل من ٧٥ ساعة في الأسبوع. ٣٧٠/٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثالثًا مسائل على المنحنى التكراري المتجمع النازل

٤ [أ] الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري للأجر اليومي لمجموعة من العمال :

المجموعات	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	المجموع
التكرار	١٠	١٤	٢٤	٣٠	١٢	١٠	١٠٠

والمطلوب : رسم المنحنى التكراري المتجمع النازل لهذا التوزيع.

٥ فصل دراسي به ٥٠ تلميذًا والجدول التالي يبين توزيع عدد ساعات المذاكرة بينهم يوميًا :

المجموعات	-١	-٢	-٣	-٤	-٥	-٦	-٧	المجموع
التكرار	٢	٣	٥	١٢	١٥	٧	٦	٥٠

[١] ارسم المنحنى التكراري المتجمع النازل لهذا التوزيع.

[٢] من الرسم أوجد عدد التلاميذ الذين يذاكرون ٦ ساعات فأكثر يوميًا. ١٣٠ تلميذًا.

[٣] أوجد النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين يذاكرون ٦ ساعات فأكثر يوميًا. ٢٦٪

٦ فيما يلي التوزيع التكراري لمجموعة من الأشخاص عددهم ٦٠ شخصًا حسب أوزانهم بالكيلو جرام :

مجموعات الوزن بالكجم	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	-٨٥	المجموع
عدد الأشخاص	٨	١٢	١٨	.....	٧	٣	٢	٦٠

أكمل الجدول ثم ارسم المنحنى التكراري المتجمع النازل لهذا التوزيع وأوجد من الرسم

عدد الأشخاص الذين يزن كل منهم ٦٨ كجم فأكثر. ٢٨ شخصًا.

موقع التفوق
ALTFWOK.com

ثالثًا مسائل على المنحنيين معا

٧ ارسم المنحنيين المتجمعين الصاعد والهابط للتوزيع التكراري التالي :

المجموعات	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠	-٢٤	-٢٨	-٣٢	-٣٦	-٤٠	المجموع
التكرار	٤	٧	١٢	١٨	٢٠	١٩	١١	٦	٣	١٠٠

٨ [أ] فيما يلي التوزيع التكراري الذي يبين درجات ١٠٠٠ طالب في إحدى المواد :

النسبة المئوية	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	-٩٠	المجموع
عدد الطلبة	٣٠	٧٠	١٦٠	٢٦٠	١٥٠	١٣٠	١١٠	٩٠	١٠٠٠

والمطلوب : [١] رسم المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل لهذا التوزيع.

[٢] إيجاد عدد الطلبة الحاصلين على أقل من ٧٥٪ ٧٤٠٠ طالبًا.

[٣] إيجاد عدد الطلبة الحاصلين على ٨٥٪ فأكثر. ١٤٠٠ طالبًا.

٩ [أ] البيانات التالية لدرجات ١٠٠ طالب في امتحان تجريبي لمادة الرياضيات :

المجموعات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٨	١٤	١٥	٢٨	٢٣	١٢	١٠٠

[١] كون كلًا من الجدول التكراري المتجمع الصاعد والنازل.

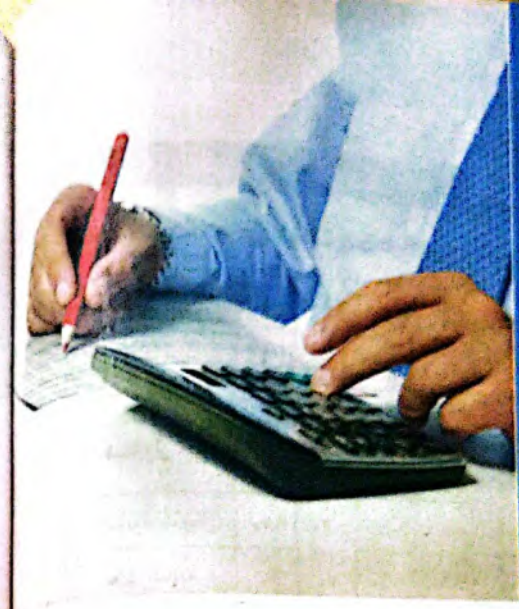
[٢] ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل على نفس ورقة الرسم البياني.

[٣] من الرسم أوجد عدد الطلاب الحاصلين على أقل من ٤٠ درجة ، والحاصلين على ٤٠ درجة فأكثر. ٦٥٠ طالبًا ، ٣٥ طالبًا.

[٤] أوجد النسبة المئوية لنجاح الطلاب ، علمًا بأن النهاية الصغرى للنجاح ٢٠ درجة. ٧٨٪

[٥] ما النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على ٤٥ درجة فأكثر ؟ ٢٣٪

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 3

الوسط الحسابى

تذكر أن

لحساب الوسط الحسابى لمجموعة من القيم نقوم بما يلى :

1 نوجد مجموع هذه القيم. 2 نقسم الناتج على عدد هذه القيم.

أى أن : الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

فمثلاً : إذا كانت درجات ٥ تلاميذ هى : ٢٥ ، ٢٣ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٤

فإن : الوسط الحسابى لدرجاتهم = $\frac{٢٥ + ٢٣ + ٢١ + ٢٢ + ٢٤}{٥}$ = ٢٣ درجة

إيجاد الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

المثال التالى يوضح كيفية إيجاد الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى ذى مجموعات :

مثال

الجدول التالى يبين توزيع درجات ٥٠ تلميذًا فى مادة الرياضيات :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٤	٩	٧	٥٠

أوجد الوسط الحسابى لدرجات التلاميذ.

موقع التفوق ALTFW٥١٤.com

الحل

1 نحدد مراكز المجموعات تبعًا للقانون :

$$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{حدها الأدنى} + \text{حدها الأعلى}}{٢}$$

فيكون مركز المجموعة الأولى = $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥

، مركز المجموعة الثانية = $\frac{٢٠ + ٣٠}{٢}$ = ٢٥ ... وهكذا

ونظرًا لأن أطوال المجموعات الجزئية متساوية وكل منها = ١٠

نعتبر الحد الأعلى للمجموعة الأخيرة = ٦٠ فيكون مركزها = $\frac{٥٠ + ٦٠}{٢}$ = ٥٥

2 نكون الجدول الرأسى الآتى :

المجموعة	مركز المجموعة (م)	التكرار (ك)	مركز المجموعة × التكرار (م × ك)
-١٠	١٥	٨	١٢٠
-٢٠	٢٥	١٢	٣٠٠
-٣٠	٣٥	١٤	٤٩٠
-٤٠	٤٥	٩	٤٠٥
-٥٠	٥٥	٧	٣٨٥
المجموع		٥٠	١٧٠٠

3 الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}}$ = $\frac{١٧٠٠}{٥٠}$ = ٣٤ درجة.

حاول بنفسك

الجدول التالى يبين الأجر اليومى بالجنيهات لعدد ٥٠ عاملاً فى أحد المصانع :

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	٨	٥٠

أوجد الوسط الحسابى لأجر العامل بالجنيهات.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 16 على الوسط الحسابى

تفكر • تعلم • تطبيق • حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = مجموع القيم / عددها

٢ مركز المجموعة = (..... + ...) ÷ ٢

٣ الوسط الحسابى للقيم : ٥ ، ١٢ ، ١٧ ، ٦ هو .....

٤ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٨ والحد الأعلى لنفس المجموعة ١٤

فإن مركزها = ...

٥ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٤ ومركزها ٩ فإن حدها الأعلى = ...

٦ إذا كان الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى هو ٣٩,٤ ومجموع تكراراته ١٠٠

فإن مجموع حواصل ضرب تكرار كل مجموعة فى مركزها = ...

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٢ - أ ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٣ + أ هو .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ١٥

٢ إذا كان الوسط الحسابى لدرجات خمسة طلاب هو ٢٠ درجة

فإن مجموع درجاتهم = ... درجة.

(أ) ٤ (ب) ١٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٠٠

٣ مركز المجموعة الأولى من المجموعات : ٧- ، ١٣- ، ١٩- ، ٢٥- هو .....

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٣

٤ إذا كان الحد الأعلى لمجموعة ما ١٤ ومركزها هو ١٠ فإن الحد الأدنى لها هو .....

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٢٠ (د) ٢٤

٥ إذا كانت بداية مجموعة هى ٥ ومركزها هو ٧,٥ فإن طول المجموعة هو .....

(أ) ٥ (ب) ٧,٥ (جـ) ١٠ (د) ١٢,٥

٣ أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	المجموع
التكرار	٦	٨	٤	٢	٢٠

[٢١,٥]

٤ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ١٠ طلاب فى امتحان مادة الرياضيات :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	١	٢	٤	٢	١	١٠

١ احسب الوسط الحسابى لدرجات الطلاب.

٢ إذا كانت درجة النجاح هى ٣٠ فاحسب عدد الطلاب الراسبين. [٣٥٠ درجة ، ٣ طلاب]

٥ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى للأجر الأسبوعى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع :

المجموعات	-١٦	-٢٠	-٢٤	-٢٨	-٣٢	-٣٦	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

احسب الوسط الحسابى. [٢٨,١٦]

٦ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى للأجور الإضافية لعدد ٣٠ عاملاً :

المجموعات	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	-٥٥	-٦٥	-٧٥	المجموع
التكرار	٢	٣	٥	٨	٦	٤	٢	٣٠

أوجد الوسط الحسابى لهذه الأجور. [٥١]

٧ الجدول الآتى يبين توزيع ١٢٠ طالبًا حسب أطوالهم بالسنتيمترات :

الطول بالسنتيمتر	-١٤٠	-١٤٤	-١٤٨	-١٥٢	-١٥٦	-١٦٠	المجموع
التكرار	١٢	٢٠	٣٨	٢٢	١٧	١١	١٢٠

أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع. [١٥١,٥ سم]

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨ فصل دراسي به ٥٠ تلميذًا ، والجدول الآتي يبين توزيع ساعات المذاكرة بينهم يوميًا :

عدد الساعات	١-	٢-	٣-	٤-	٥-	٦-	٧-	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٣	٥	١٢	١٥	٧	٦	٥٠

١ احسب الوسط الحسابي لعدد ساعات المذاكرة اليومية.
٢ أوجد عدد التلاميذ الذين يذاكرون أقل من ٤ ساعات. ٥,١٠ ساعة ، ١٠ تلاميذ.

٩ الجدول الآتي يبين درجات ٤٠ طالبًا في أحد الاختبارات :

المجموعات	٥-	١٥-	.....	٣٥-	٤٥-	المجموع
عدد الطلاب	٣	.....	١٢	١٠	٥	٤٠

١ أكمل الجدول. ٢ احسب الوسط الحسابي.
٣ أوجد عدد الطلاب الذين لا تقل درجاتهم عن ٣٥ ٣١ درجة ، ١٥ طالبًا.

١٠ فيما يلي التوزيع التكراري لأوزان ٣٠ طفلاً بالكيلو جرامات :

الوزن بالكيلو جرام	٦-	١٠-	١٤-	١٨-	٢٢-	٢٦-	٣٠-	المجموع
التكرار	٢	٣	.....	٨	٦	٤	٢	٣٠

أكمل الجدول ثم أوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع. ٢٠,٤ كجم.

١١ من الجدول التكراري التالي ذي المجموعات المتساوية في المدى :

المجموعات	١٠-	٢٠-	س -	٤٠-	٥٠-	٦٠-	المجموع
التكرار	١٠	١٧	٢٠	٣٢	ك + ٢	٤	١٠٠

أوجد : ١ قيمة كل من س ، ك
٢ الوسط الحسابي لهذا التوزيع. س = ٣٠ ، ك = ١٥ ، ٣٩,١

١٢ الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لأوزان ٥٠ تلميذًا بالكيلو جرام بإحدى المدارس :

الوزن بالكيلو جرام	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	المجموع
عدد التلاميذ	٧	٣ ك	٤ ك	١٠	٨	٤	٥٠

١ احسب قيمة ك ٢ أوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع. ٣٠ ، ٤٤ كجم.

١٣ الجدول التكراري الآتي يبين التوزيع التكراري لعدد أيام الإجازات بأحد المصانع لعدد ٥٠ عاملًا :

المجموعات	٢-	٦-	١٠-	١٤-	١٨-	٢٢-	٢٦-
التكرار	٤	٥	٨	ك - ٢	٧	٥	١

أوجد : ١ قيمة ك ٢ الوسط الحسابي لهذا التوزيع. ٢٢٠ ، ٢ ، ١٥ يومًا.

١٤ إذا كان الوسط الحسابي لدرجات تلميذ في الخمسة أشهر الأولى هي ٢٣,٨ فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الشهر السادس ليكون الوسط الحسابي لدرجاته ٢٤ درجة ؟ ٢٥٠ درجة.

١٥ إذا كان الوسط الحسابي لدرجات مجدي خلال ٤ اختبارات هو ١٦ درجة فما هي الدرجة التي يجب على مجدي الحصول عليها في الاختبار الخامس ليكون متوسطه عن الاختبارات كلها ١٨ درجة ؟ ٣٦٠ درجة.

للمتفوقين

١٦ الجدول المقابل لإيجاد الوسط الحسابي لدرجات عدد م من التلاميذ في أحد الاختبارات :

المجموعات	مراكز المجموعات	التكرارات	التكرارات × مراكز المجموعات
ـ٠	أ	٥	١٠
٤ـ	٦	ب	٩٠
ء ـ	حـ	٣٠	٣٠٠
١٢ـ	د	ع	ص
١٦ـ	و	١٠	س
المجموع		م	١١٤٠

١ استنتج قيمة كل من : أ ، ب ، حـ ، ء ، د ، و ، س ، ص ، ع ، م
٢ أوجد الوسط الحسابي لهذه الدرجات.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALtfwok

الدرس 4

الوسيط

تذكر أن

الوسيط لمجموعة من القيم : هو القيمة التى تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا بحيث يكون عدد القيم الأصغر منها مساويًا لعدد القيم الأكبر منها.

ولإيجاد الوسيط نتبع الآتى :

ترتب القيم تصاعديًا أو تنازليًا

إذا كان عدد القيم فرديًا

فإن :

الوسيط هو : القيمة التى تقع فى الوسط تمامًا

فمثلًا : • إذا كانت القيم هى :

٤٢ ، ٢٣ ، ١٧ ، ٣٠ ، ٢٠

• فإننا نرتبها تصاعديًا كالتالى :

١٧ ، ٢٠ ، **٢٣** ، ٣٠ ، ٤٢

↓

ويكون : الوسيط = ٢٣

إذا كان عدد القيم زوجيًا

فإن :

الوسيط = $\frac{\text{مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط}}{٢}$

فمثلًا : • إذا كانت القيم هى :

٢١ ، ١٣ ، ٢٤ ، ٢٣ ، ١٣ ، ٢٧

• فإننا نرتبها تصاعديًا كالتالى :

١٣ ، ١٣ ، **٢١ ، ٢٣** ، ٢٤ ، ٢٧

↓

ويكون : الوسيط = $\frac{٢١+٢٣}{٢}$ = ٢٢

إيجاد الوسيط لتوزيع تكرارى ذى مجموعات بيانيًا

لإيجاد الوسيط لتوزيع تكرارى ذى مجموعات بيانيًا نتبع الخطوات الآتية :

١ نكون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد أو النازل ، ثم نرسم المضلع التكرارى المتجمع له.

٢ نوجد ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$

٣ نعين النقطة التى تمثل ترتيب الوسيط على المحور الرأسى ونرسم منها مستقيمًا أفقيًا يقطع المنحنى فى نقطة ونسقط من هذه النقطة عموديًا على المحور الأفقى يقطعه فى نقطة تمثل قيمة الوسيط والمثال التالى يوضح كيفية إيجاد الوسيط باستخدام المضلعين.

مثال

فيما يلى التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالبًا فى امتحان مادة الرياضيات :

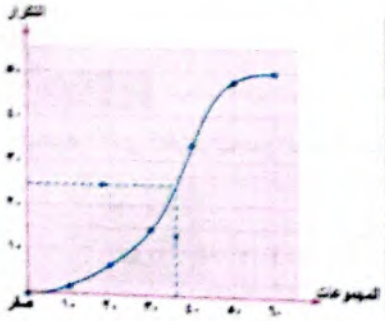
مجموعات الدرجات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
عدد الطلاب	٢	٥	٨	١٩	١٤	٢	٥٠

أوجد الدرجة الوسيطة للطلاب.

الحل

أولًا : إيجاد الدرجة الوسيطة باستخدام المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد :

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٠	صفر
أقل من ١٠	٢
أقل من ٢٠	٧
أقل من ٣٠	١٥
أقل من ٤٠	٣٤
أقل من ٥٠	٤٨
أقل من ٦٠	٥٠

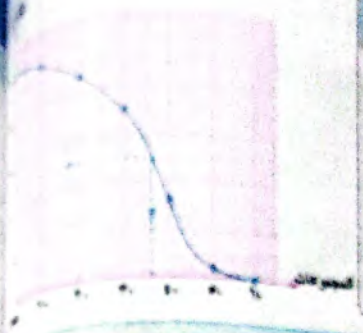


∵ ترتيب الوسيط = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥ ∴ من الشكل : الوسيط = ٣٦ تقريبًا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانيًا: إيجاد الوسيط باستخدام المنحنى التكراري المتجمع النازل

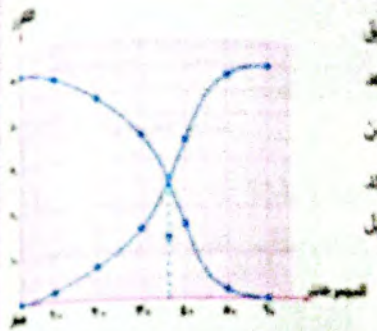
الحدود الدنيا للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٠ فأكثر	٣٠
٢٠ فأكثر	٢٨
٣٠ فأكثر	٢٣
٤٠ فأكثر	٩
٥٠ فأكثر	٢٦
٦٠ فأكثر	٣
٧٠ فأكثر	صفر



∵ ترتيب الوسيط = $\frac{60}{2}$ = ٣٠ ∴ من الشكل: الوسيط = ٣٦ تقريبًا

ملاحظة

يمكن إيجاد الوسيط بطريقة أكثر دقة من خلال رسم كل من المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل في شكل واحد فيتقاطعان في نقطة ومن هذه النقطة نرسم مستقيمًا رأسيًا يلاقي المحور الأفقي في نقطة تمثل الوسيط كما بالشكل المقابل فنجد أن الوسيط = ٣٦ تقريبًا.



حاول بنفسك

باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو النازل أوجد الوسيط للتوزيع التكراري الآتي:

المجموعات	-٤	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠	المجموع
التكرار	٢	٤	٨	٦	٤	٢٤

موقع التفوق
ALTFWOK.com

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) الوسيط لمجموعة القيم: ٩، ١٠، ٨، ١٠، ٢ هو .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٠

٢) الوسيط لمجموعة القيم: ٢، ١، ٢، ٩، ٢، ١١، ٢ هو .....

(أ) ١٢ (ب) ٢ (جـ) ٩ (د) ١١

٣) ترتيب الوسيط لمجموعة القيم: ٧، ٦، ٤، ٨، ١٠ هو .....

(أ) الثالث (ب) الرابع (جـ) الخامس (د) السادس

٤) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد هذه القيم يساوي .....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

٥) إذا كان الوسيط لمجموعة القيم: أ، ١٠، أ، ٢٠، أ، ٣٠، أ، ٤٠، أ، ٥٠، أ، ٦٠ هو ٣٠

حيث أ عدد صحيح موجب فإن أ = ...

(أ) -١٠ (ب) ١٠ (جـ) ١٣ (د) ١٦

٦) نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل تعين ..... على محور المجموعات.

(أ) الوسط الحسابي (ب) طول المجموعة

(جـ) مركز المجموعة (د) الوسيط

٧) إذا كانت نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل هي (٣٠، ٥٠) فإن مجموع التكرارات = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٦٠ (د) ١٠٠

٢ باستخدام المنحنى المتجمع الصاعد أوجد الوسيط للتوزيع التكراري الآتي:

المجموعات	-٠	-٢	-٤	-٦	المجموع
التكرار	١	٢	٢	٥	١٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لمجموعة مكونة من ٤٠ شخصًا حسب النسبة المئوية لدرجة الذكاء لكل منهم :

مجموعات النسب المئوية للذكاء	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	-٩٠	المجموع
عدد الأشخاص	١	٣	٨	١٤	١٠	٤	٤٠

احسب من منحنى التكرار المتجمع الصاعد نسبة الذكاء الوسيطة لأفراد هذه المجموعة. ٧٥٠/ تقريبًا

٤ فيما يلى التوزيع التكرارى لعدد ١٠٠ مصنع حسب عدد ساعات العمل الأسبوعية :

المجموعات (بالساعة)	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	-٩٠	-١٠٠	المجموع
عدد المصانع	٥	٨	١٢	٢٨	٣٣	١٤	١٠٠

أوجد باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل العدد الوسيط لساعات العمل لهذه المصانع

٨٩,٥٠ ساعة تقريبًا

٥ فيما يلى توزيع الأجور بالجنيه لبعض العاملين فى أحد المصانع :

مجموعات الأجور	-٣٠٠	-٤٠٠	-٥٠٠	-٦٠٠	-٧٠٠	المجموع
عدد العمال	٨	١٢	١٨	٧	٥	٥٠

ارسم منحنى التكرار المتجمع النازل لهذا التوزيع ثم أوجد الأجر الوسيط. ٥٢٠٠ جنيهًا تقريبًا

٦ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٦٠ طالبًا فى اختبار للرياضيات :

مجموعات الدرجات	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	المجموع
عدد الطلاب	٢	٥	١٤	٢٠	١٣	٥	١	٦٠

أوجد الدرجة الوسيطة.

٢٢٠ درجة تقريبًا

٧ الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لأوزان ٢٠ طفلاً بالكيلو جرام :

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

أوجد الوزن الوسيط بالكيلو جرام باستخدام المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل لهذا التوزيع

٢٩٠ كجم تقريبًا

٨ الجدول الآتى يبين توزيع طلبة إحدى المدارس الثانوية بأحد مراكز الوجه البحرى حسب أعمارهم بالسنة :

مجموعات العمر بالسنة	-١٤	-١٥	-١٦	-١٧	-١٨	-١٩
عدد الطلبة	٩٠	١٣٠	١١٠	٨٠	٧٠	٢٠

المطلوب رسم المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل لهذا التوزيع وإيجاد العمر الوسيط.

١٦,٢٠ سنة تقريبًا

٩ فيما يلى التوزيع التكرارى لدرجات ٩٠ تلميذًا فى أحد الاختبارات الشهرية :

مجموعات الدرجات	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	-٣٠	-٣٤	المجموع
عدد التلاميذ	٨	١٠	٢٤	٢١	١٢	٩	٦	٩٠

أوجد الدرجة الوسيطة مستخدمًا المنحنيين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل.

٢٢,٥٠ درجة تقريبًا

١٠ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالبًا فى أحد الاختبارات :

المجموعات	-٢	-٦	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	المجموع
التكرار	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠

أوجد : [١] الوسط الحسابى لدرجة الطالب. [٢] الوسيط. ١٦,٨ ، ١٧,٦ تقريبًا

١١ من الجدول التكرارى التالى ذى المجموعات المتساوية فى المدى :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-س	-٤٠	-٥٠	-٦٠	المجموع
التكرار	١٠	١٧	٢٠	٣٢	ك + ٢	٤	١٠٠

[١] أوجد قيمة كل من س ، ك

س = ٣٠ ، ك = ١٥

[٢] ارسم فى شكل واحد المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ، ثم احسب الوسيط.

٤١٠ تقريبًا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 5

المنـــوال

تذكر أن

المنوال لمجموعة من القيم : هو القيمة الأكثر شيوعًا فى هذه المجموعة أو هو القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها.

مثلاً : المنوال لمجموعة القيم :

٧ ، ٣ ، ٤ ، ١ ، ٧ ، ٩ ، ٧ ، ٤ ، ٧

هو ٧

إيجاد المنوال لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

فيما يلى مثال يوضح كيفية إيجاد المنوال لتوزيع تكرارى ذى مجموعات.

مثال

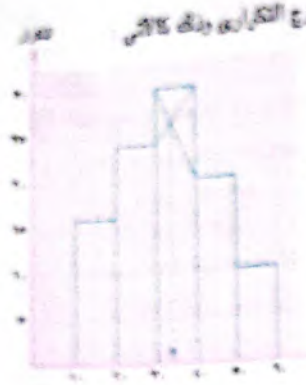
فيما يلى التوزيع التكرارى لدرجات ١٠٠ تلميذ فى أحد الاختبارات :

مجموعات الدرجات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
عدد التلاميذ	١٦	٢٤	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

أوجد الدرجة المنوالية لهؤلاء التلاميذ.

الحل

يمكن إيجاد المنوال لهذا التوزيع بيانيًا باستخدام المدرج التكرارى وذلك كالآتى



١ نرسم محورين متعامدين أحدهما أفقيًا والآخر رأسيًا لتمثيل تكرار كل مجموعة

٢ نقسم المحور الأفقى إلى عدد من الأقسام المتساوية بمقياس رسم مناسب لتمثيل المجموعات.

٣ نقسم المحور الرأسى إلى عدد من الأقسام المتساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يمكن تمثيل أكبر تكرار فى المجموعات.

٤ نرسم مستطيلاً قاعدته هى المجموعة (-١٠) وارتفاعه يساوى التكرار (١٦)

٥ نرسم مستطيلاً ثانيًا ملاصقًا للمستطيل الأول قاعدته هى المجموعة (-٢٠) وارتفاعه يساوى التكرار (٢٤)

٦ نكرر رسم باقى المستطيلات المتلاصقة حتى آخر مجموعة (-٥٠)

٧ نحدد المجموعة الأكثر تكرارًا ثم نرسم خطين كالموضحين فى الشكل المتقاطعان فى نقطة ومنها نرسم مستقيمًا رأسيًا يقطع المحور الأفقى فى نقطة هى القيمة المنوالية.

أى أن القيمة المنوالية = ٣٤

حاول بنفسك

أوجد المنوال من التوزيع التكرارى التالى :

المجموعات	-٢	-٤	-٦	-٨	-١٠	المجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	٩	٤	٤٠

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 18 على المنـــوال

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المنوال لمجموعة من القيم هو .....

(أ) $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$ (ب) القيمة الأكثر شيوعًا.

(جـ) القيمة التى تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا.

(د) نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل.

٢ المنوال للقيم : ٥ ، ٣ ، ٨ ، ٥ ، ٩ هو .....

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٩

٣ المنوال للقيم : ٨ ، ٧ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٨ هو .....

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٤ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، أ ، ٥ ، ٣ هو ٣ فإن : أ = ...

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٦

٥ إذا كان المنوال للقيم : ١٢ ، ٧ ، س + ١ ، ٧ ، ١٢ هو ٧ فإن : س = ...

(أ) ١٢ (ب) ١١ (جـ) ٧ (د) ٦

٦ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ س هو ٤ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٧ إذا كان المنوال للقيم : ٥ ، ٣ ، |س − ١| ، ٤ س هو ٣ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٠

٢ مصنع به ٦٠٠ عامل أخذت منه عينة مكونة من ١٢٠ عاملاً وتمثل المجتمع تمثيلاً جيدًا فوجد أن توزيع أعمارهم بالسنين كما فى الجدول الآتى :

مجموعات العمر	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	المجموع
عدد العمال	١٢	١٧	١٨	٤٠	٢٥	٨	١٢٠

ارسم المدرج التكرارى واستنتج منه العمر المنوالى.

٤٣٠ سنة.

٣ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ١٠٠ تلميذ فى أحد الاختبارات :

مجموعات الدرجات	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	-٣٠	-٣٤	المجموع
عدد التلاميذ	٢	١٠	١٥	٤٠	٢٥	٦	٢	١٠٠

أوجد الدرجة المنوالية باستخدام المدرج التكرارى لهذا التوزيع.

٢٤,٥٠ درجة.

٤ فيما يلى التوزيع التكرارى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع حسب أجورهم اليومية :

مجموعات الأجر بالجنيهات	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	المجموع
عدد العمال	٦	١٢	١٦	٢٤	٢٠	١٤	٨	١٠٠

والمطلوب رسم المدرج التكرارى لهذا التوزيع واستنتاج الأجر المنوالى للعامل منه.

٢٨,٥٠ جنيهًا.

٥ أوجد المنوال للتوزيع التكرارى التالى لدرجات ٤٠ طالبًا فى أحد الاختبارات :

مجموعات الدرجات	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	المجموع
التكرار	٣	٤	١٢	٨	٧	٦	٤٠

٥٧,٥ درجة.

٦ فيما يلى التوزيع التكرارى لأعمار ٤٥ فردًا :

مجموعات العمر بالسنوات	-١٢	-١٤	-١٦	-١٨	-٢٠	-٢٢	-٢٤	المجموع
عدد الأفراد	٥	٧	٨	١٢	٦	٤	٣	٤٥

أوجد العمر المنوالى.

١٨,٨٠ سنة.

٧ الجدول التكرارى الآتى يبين التوزيع التكرارى لأطوال ٢٠٠ تلميذ فى إحدى المدارس :

الطول بالسنتيمتر	-١١٠	-١١٥	-١٢٠	-١٢٥	-١٣٠	-١٣٥	-١٤٠	المجموع
عدد التلاميذ	١٠	١٢	٢٨	٣٥	٦٠	٤٠	١٥	٢٠٠

ارسم المدرج التكرارى لهذا التوزيع وأوجد الطول المنوالى.

١٣٢,٧٥ سم.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لأوزان ٥٠ تلميذًا بالكيلو جرام بإحدى المدارس :

الوزن بالكجم	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	-٥٥	المجموع
عدد التلاميذ	ك + ٤	٣ ك	٤ ك	٣ ك + ١	٣ ك - ١	ك + ١	٥٠

١ أوجد قيمة ك ٢ ارسم المدرج التكرارى وأوجد الوزن المنوالى. «٤٣ كجم»

٩ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى ذى المجموعات متساوية المدى للأجور الأسبوعية لعدد ١٠٠ عامل بأحد المصانع :

مجموعات الأجر بالجنيه	-٧٠	-٨٠	-٩٠	-١٠٠	-س	-١٢٠	-١٣٠
عدد العمال	١٠	١٣	ك - ٤	٢٠	١٦	١٤	١١

أوجد : ١ قيمة كل من س ، ك ٢ الأجر المنوالى بالجنيه. «١٠٥ جنيهات»

١٠ فيما يلى التوزيع التكرارى للحافز الأسبوعى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع :

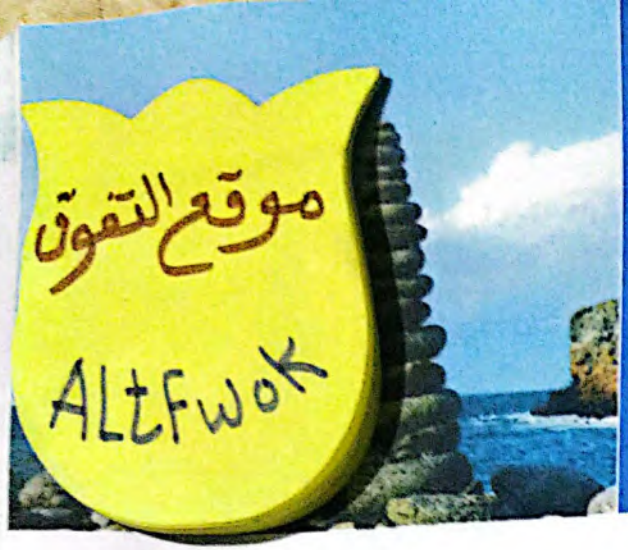
الحوافز بالجنيه	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
عدد العمال	١٠	ك	٢٢	٢٦	٢٠	٨

١ احسب قيمة ك «١٤»
٢ أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع. «٥٠,٦»
٣ أوجد القيمة المنوالية للحافز الأسبوعى باستخدام المدرج التكرارى. «٥٤»

١١ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لأوزان ٥٠ تلميذًا بالكيلو جرام بإحدى المدارس :

الوزن بالكجم	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	-٥٥	المجموع
عدد التلاميذ	٧	٣ ك	٤ ك	١٠	٨	٤	٥٠

١ أوجد قيمة ك «٢»
٢ احسب الوسط الحسابى. «٤٤ كجم»
٣ ارسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد.
٤ ارسم المدرج التكرارى وأوجد الوزن المنوالى. «٤٣ كجم»
٥ أوجد الوسيط. «٤٣,٥ كجم»



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ أكمل ما يأتى :

١ سلحفاة تقطع ٨٠ مترًا فى الساعة فإنها تقطع ٨ أمتار فى ..... دقائق.

٢ مجموع الأعداد الحقيقية فى الفترة [-١٢ ، ١٢] يساوى .....

٣ إذا كان : ◯ + □ = ٢٠ ، ◯ + ◯ + □ = ٣٥

فإن : ◯ = ...

٤ فى ثلاث مباريات لقذف كرة البولينج حصلت سارة على ١٣٩ ، ١٤٣ ، ١٤٤ نقطة فإن عدد النقط التى تحتاجها سارة فى المباراة الرابعة ليكون متوسط النقاط فى المباراة ١٤٥ نقطة يساوى .....

٥ صندوقا تفاح بهما ٥٤ كجم من التفاح ، الأول به ١٢ كجم زيادة عن الثانى فإن عدد الكيلو جرامات من التفاح فى الصندوق الثانى يساوى ..... كجم.

٦ ٣٠٠ ÷ ٢٠٠ = ١ ÷ .....

٧ (٣٠١ + ٣٠٢ + ٣٠٣ + ... + ٣٢٥) - (١ + ٢ + ٣ + ... + ٢٥) = ...

٨ إذا كان أربعة أمثال عدد هو ٤٨ فإن : $\frac{1}{3}$ هذا العدد = ...

٩ جمال عنده ٣ أخوات ، ٥ أخوة. أخته سارة عندها س أخت ، ص أخ

فإن : س ص = ...

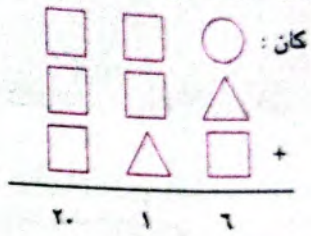
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠ إذا كان : أ + ب + حـ = ٢٦ ، أ + ب = ١٥ ، ب + حـ = ٢٠

فإن : ب = ...

١١ يمكن لثلاث فتيات إنجاز عمل ما فى ٣٦ ساعة ، فإن عدد الساعات اللازمة لأربع فتيات لإنجاز نفس العمل يساوى .....

١٢ إذا كان :



فإن : □ = ... ، △ = ... ، ○ = ...

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد ٣,٠١٥ يقع على خط الأعداد بين .....

(أ) $\frac{٥}{٢}$ ، ٣ (ب) $\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{١١}{٣}$

(جـ) ٣ ، $\frac{١٦}{٥}$ (د) ٣,١٢ ، ٣,١٥

٢ أى من الأعداد الآتية يقع بين ٠,٠٧ ، ٠,٠٨ ؟

(أ) ٠,٠٠٠٧٥ (ب) ٠,٠٠٧٥ (جـ) ٠,٠٧٥ (د) -٠,٧٥

٣ أى مما يأتى مختلف فى القيمة ؟

(أ) ١ ÷ ٩ + ٩ - ١ (ب) ١ + ٩ ÷ ٩ - ١

(جـ) ١ - ٩ + ٩ × ١ (د) ١ × ٩ - ٩ + ١

٤ إذا كانت : س تمثل عددًا سالبًا فأى من الآتى يمثل عددًا موجبًا ؟

(أ) س^{٢} (ب) -س^{٢} (جـ) ٢ س (د) $\frac{س}{٢}$

٥ أكبر الأعداد الآتية هو .....

(أ) -١,٢٥ (ب) -٠,١٢٥ (جـ) -٠,٠١٢٥ (د) -٠,٠٠٠١٢٥

٦ أفضل تقدير للعدد المقابل للنقطة س هو .....



(أ) ١,١ (ب) ١,٢ (جـ) ١,٥ (د) ١,٧

٧ إذا كان : ١٠٪ من س يساوى ص فإن : س = ...

(أ) ٠,١ ص (ب) ص (جـ) ٩ ص (د) ١٠ ص

٨ إذا كان : س = $(-٢)^{٤}$ ، ص = $-٢^{٤}$ فإن : .....

(أ) س = ص (ب) س > ص (جـ) س < ص (د) س ≥ ص

٩ $\sqrt[٤]{٨١ \times ٨١ \times ٨١ \times ٨١}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ٢٧ (د) ٨١

١٠ لأى عدد ك فإن : ك + ك + (ك × ك × ك) يمكن كتابتها على الصورة .....

(أ) ٢ ك^{٢} + ٣ ك (ب) ٥ ك (جـ) ك^{٥} (د) ٢ ك + ك^{٣}

١١ ماكينة تنتج نوعين من القضبان أحدهما لونه أسود وطوله (١٠ ± ٠,٥) سم والآخر أبيض وطوله (٦ ± ٠,٥) سم ، إذا وضع قضيبان كما هو مبين فى الشكل المقابل فإن أصغر فرق ممكن بين طوليهما يكون .....



(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٣ سم (د) ٨,٥ سم

١٢ جميع الأعداد التى تقبل القسمة على ٤ ، ١٥ تقبل أيضًا القسمة على .....

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٢٤ (د) ٤٥

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانيًا | الهندسة

4 متوسطات المثلث - المثلث المتساوى الساقين — ١٩٣

5 التباين — ٢٦١

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية — ٢٩٧

الملاحظات الموجودة في هامش بعض الصفحات في **الهندسة**، والمشار إليها بالعلامة (*) في نظريات وتمارين تم دراستها سابقًا



الوحدة 4

متوسطات المثلث - المثلث المتساوى الساقين



الدرس الأول: متوسطات المثلث

الدرس الثانى: تابع متوسطات المثلث

الدرس الثالث: المثلث المتساوى الساقين - نظرية المثلث المتساوى الساقين

الدرس الرابع: عكس نظرية المثلث المتساوى الساقين

الدرس الخامس: نتائج على نظريات المثلث المتساوى الساقين

يمكنك حل التمرينات التفاعلية على الدروس من خلال مسح الـ QR code المناسب بجل اهتمامك



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن

- يتعرف متوسط المثلث
- يتعرف نقطة تقاطع متوسطات المثلث والنسبة التى تقسم بها كل متوسط
- يستنتج العلاقة بين طول المتوسط الخارج من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية وطول الوتر
- يتعرف المثلث التلاثينى ستينى
- يستنتج خواص المثلث المتساوى الساقين
- يتعرف خواص المثلث المتساوى الأضلاع
- يتعرف محور تماثل القطعة المستقيمة
- يتعرف محور تماثل المثلث المتساوى الساقين
- يحل مسائل متنوعة على المثلث المتساوى الأضلاع والمثلث المتساوى الساقين
- يقدّر دور الهندسة فى حل المشكلات الحياتية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 1

متوسطات المثلث

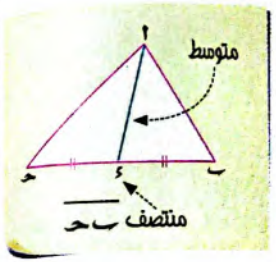
تعريف

متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المرسومة من أى رأس من رءوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

فمثلًا : فى الشكل المقابل :

إذا كانت : ء منتصف $\overline{ب حـ}$

فإن : $\overline{أ ء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

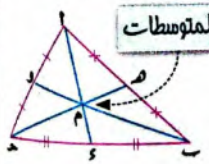


*** لاحظ أن : أى مثلث له ثلاثة متوسطات.**

نظرية ١

متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى نقطة واحدة.

فمثلًا : فى الشكل المقابل :

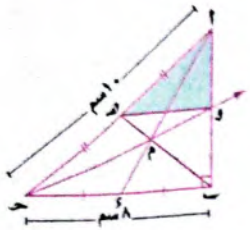


$\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب و}$ ، $\overline{حـ هـ}$ هى المتوسطات الثلاثة للمثلث أ ب حـ

، وتتقاطع جميعها فى نقطة م ($\overline{أ ء} \cap \overline{ب و} \cap \overline{حـ هـ} = \{م\}$)

مثال ١

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه :

أ حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ٨ سم

، ء ، هـ منتصفا $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

حيث $\overline{أ ء} \cap \overline{ب هـ} = \{م\}$ ، رُسم $\overleftrightarrow{حـ م}$ ليقطع $\overline{أ ب}$ فى و أوجد : محيط Δ أ و هـ

الحل

المعطيات ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ٨ سم

، ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

المطلوب إيجاد : محيط Δ أ و هـ

البرهان فى Δ أ ب حـ : ∵ ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ $(أ ب)^{٢} = (أ حـ)^{٢} - (ب حـ)^{٢} = ١٠٠ - ٦٤ = ٣٦$ (*) ∴ أ ب = ٦ سم

، ∵ ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ∴ $\overline{أ ء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

، ∵ هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ $\overline{ب هـ}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

، ∵ $\overline{أ ء} \cap \overline{ب هـ} = \{م\}$ ∴ م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ

، ∵ م ∈ $\overline{حـ و}$ ∴ $\overline{حـ و}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

∴ و منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ أ و = $\frac{١}{٢}$ أ ب = ٣ سم

، ∵ هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = ٥ سم

، فى Δ أ ب حـ : ∵ و ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

∴ و هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٤ سم (**)

∴ محيط Δ أ و هـ = أ و + و هـ + أ هـ = ٣ + ٤ + ٥ = ١٢ سم (وهو المطلوب)

(*) تذكر نظرية فيثاغورس : فى المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوى مجموع مربعى طولى ضلعى القائمة.

(**) تذكر : طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث.

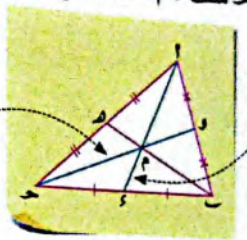
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نظرية ٢

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة.

فمثلاً :

فى الشكل التالى : إذا كان أ ب حـ مثلث ، م نقطة تقاطع متوسطاته فإن :



(١) هـ ء = $\frac{1}{2}$ أ م

فإذا كان : أ م = ٦ سم

فإن : هـ ء = ٣ سم

(٢) م حـ = ٢ و م

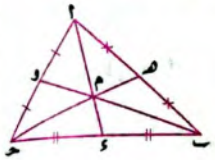
فإذا كان : و م = ٤ سم

فإن : م حـ = ٨ سم

ملاحظات

* نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

* فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب حـ مثلث

، م نقطة تلاقى متوسطاته $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب و}$ ، $\overline{حـ هـ}$

فإن : م ء = $\frac{1}{3}$ أ ء ، أ م = $\frac{2}{3}$ أ ء

فمثلاً :

إذا كان : أ ء = ٩ سم فإن : م ء = $\frac{1}{3}$ أ ء = ٣ سم ، أ م = $\frac{2}{3}$ أ ء = ٦ سم

وبالمثل : م و = $\frac{1}{3}$ ب و ، ب م = $\frac{2}{3}$ ب و

، م هـ = $\frac{1}{3}$ حـ هـ ، حـ م = $\frac{2}{3}$ حـ هـ

مثال ١

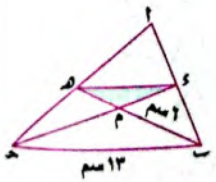
فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه :

$\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ متوسطان تقاطعا فى نقطة م

، ب م = ٦ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، ء حـ = ١٢ سم

أوجد : محيط Δ ء م هـ



موقع التفوق
ALTFW0V0.com

الحل

المعطيات أ ب حـ مثلث فيه : $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ متوسطان ، م نقطة تقاطعهما ، ب م = ٦ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، ء حـ = ١٢ سم

المطلوب إيجاد : محيط Δ ء م هـ

البرهان ∵ $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ متوسطان تقاطعا فى نقطة م

∴ م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ

∴ م هـ = $\frac{1}{2}$ ب م = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم

، ء م = $\frac{1}{3}$ ء حـ = $\frac{1}{3}$ × ١٢ = ٤ سم

، ∵ $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ

∴ ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

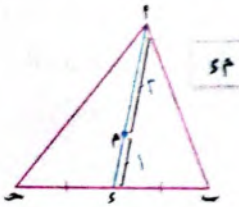
∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٣ = ٦,٥ سم (*)

∴ محيط Δ ء م هـ = م هـ + ء م + ء هـ = ٣ + ٤ + ٦,٥ = ١٣,٥ سم (وهو المطلوب)

حقيقة

النقطة التى تقسم متوسط المثلث بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة هى نقطة تقاطع متوسطات هذا المثلث.

ففى الشكل المقابل :



إذا كان $\overline{أ ء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

، م ∈ $\overline{أ ء}$ وكان : أ م = ٢ م ء

فإن : م تكون نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ

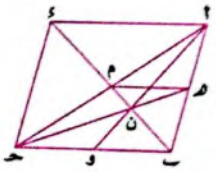
مثال ٢

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م

فإذا كانت ن ∈ $\overline{ب م}$ بحيث ب ن = ٢ ن م

، $\overleftarrow{حـ ن}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {هـ} فأثبت أن : هـ م = $\frac{1}{2}$ ب حـ



(*) تذكر : طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

المعطيات : $\overline{أ ح}$ ، $\overline{ء ن}$ متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م ، $ب ن = ٢ ن م$

المطلوب : إثبات أن : $ق م = \frac{1}{2} ب ح$

البرهان : ∵ $\overline{أ ح}$ ، $\overline{ء ن}$ متوازى أضلاع.

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر.

∴ م منتصف $\overline{أ ح}$

∴ $\overline{ب م}$ متوسط فى $\Delta أ ب ح$

، ∵ ن $\in \overline{ب م}$ بحيث $ب ن = ٢ ن م$

∴ ن نقطة تقاطع متوسطات $\Delta أ ب ح$

، ∵ $\overline{ح ق}$ تمر بنقطة ن

∴ $\overline{ح ق}$ متوسط فى $\Delta أ ب ح$

∴ فى $\Delta أ ب ح$:

∵ ق منتصف $\overline{أ ب}$ ، م منتصف $\overline{أ ح}$

∴ $ق م = \frac{1}{2} ب ح$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

فى الشكل المقابل :

$أ ب ح$ مثلث ، م نقطة تقاطع متوسطاته

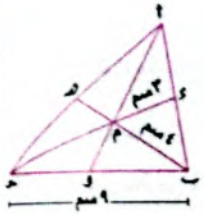
فإذا كان : $م ء = ٣$ سم ، $ب م = ٤$ سم ، $ب ح = ٩$ سم

فأكمل ما يأتى :

١ $ب و$ = ... سم

٢ $م ح$ = ... سم

٣ $م ق$ = ... سم



موقع التفوق
ALTFWOK.com

(*) نذكر : قطرا متوازى الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

(**) نذكر : طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث

تذكر • تفكير • تطبيق • حل مشكلات | أسئلة على الوحدة

١ أكمل ما يأتى :

١ فى $\Delta أ ب ح$ إذا كانت : ء منتصف $\overline{ب ح}$ فإن $\overline{أ ء}$ يسمى .....

٢ عدد متوسطات المثلث هو .....

٣ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى .....

٤ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ..... : ..... من جهة القاعدة.

٥ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ..... : ..... من جهة الرأس.

٦ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٢ : ..... من جهة القاعدة.

٧ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ..... : ٨ من جهة الرأس.

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد متوسطات المثلث المنفرج الزاوية هو .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كان : $\overline{ص ء}$ متوسطًا فى $\Delta س ص ع$ ، م نقطة تلاقى المتوسطات

فإن : $م ء$ = ... $ص م$

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{2}$

٣ إذا كانت : م نقطة تقاطع متوسطات $\Delta أ ب ح$ ، $\overline{ب ء}$ متوسط

فإن : $ب ء : م ء$ = ...

(أ) ٢ : ٣ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٣ : ٢ (د) ٣ : ١

٤ إذا كان : $\overline{أ ء}$ متوسطًا فى $\Delta أ ب ح$ ، م نقطة تقاطع المتوسطات

فإن : $أ ء$ = ... $أ م$

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(١) إذا كان $\overline{أ و}$ متوسطًا في Δ أ ب حـ طوله ٩ سم ، م نقطة تقاطع متوسطاته

فإن : م و = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٤,٥ (جـ) ٦ (د) ٩

(٢) إذا كانت م نقطة تلاقي المتوسطات في Δ أ ب حـ ، وكان $\overline{أ و}$ متوسطًا طوله ٦ سم

فإن : أ م = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٤

(٣) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ ، و منتصف $\overline{ب حـ}$

فإن : أ و = ...

(أ) ٢ أ م (ب) $\frac{٣}{٢}$ م و (جـ) $\frac{٣}{٢}$ أ م (د) ٤ م و

٢ باستخدام المعطيات الموجودة على كل شكل أوجد ما هو مطلوب أسفل كل شكل :

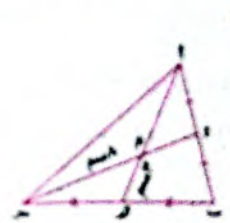
(١)



س م = ... سم

ص ع = ... سم

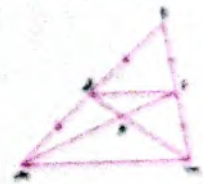
(٢)



م أ = ... سم ، م ع = ... سم

م هـ = ... أ هـ ، م حـ = ... م هـ

(٣)



إذا كان : ب حـ = ١٢ سم

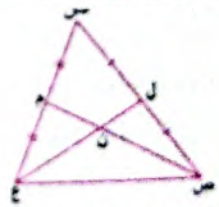
ب هـ = ٩ سم ، م حـ = ٨ سم

فإن : م هـ = ... سم

م هـ = ... سم

م ع = ... سم

(٤)



إذا كان : ل ع = ١٥ سم ، ص م = ١٨ سم

، س ص = ٢٠ سم

فإن : ن ل = ... سم

، ن ص = ... سم

، محيط Δ ن ل ص = ... سم

٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه ، منتصف $\overline{ب حـ}$

، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أ و} \cap \overline{ب هـ} = \{م\}$

فإذا كان : أ و = ٦ سم ، أ ب = ب هـ = ٩ سم

فاحسب : محيط Δ أ م هـ

٦ في الشكل المقابل :

إذا كانت : ع ، هـ منتصفي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

، $\overline{ب هـ} \cap \overline{ع حـ} = \{م\}$

، ع هـ = ٤ سم ، ع م = ٢ سم ، ب هـ = ٦ سم

أوجد : محيط Δ ب م حـ

٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{ب حـ}$

، س ص = ٥ سم ، $\overline{س حـ} \cap \overline{أ ص} = \{م\}$

حيث حـ م = ٨ سم ، ص م = ٢ سم

أوجد : (١) محيط Δ م س ص (٢) محيط Δ م أ حـ

٨ أ ب حـ مثلث فيه : ب حـ = ٨ سم ، و ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

، $\overline{ب هـ} \cap \overline{حـ و} = \{م\}$ ، فإذا كان ب م = ٤ سم ، حـ م = ٦ سم

أوجد : محيط Δ م و هـ

٩ في الشكل المقابل :

$\overline{أ و}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان في Δ أ ب حـ ، $\overline{أ و} \cap \overline{حـ ء} = \{م\}$

فإذا كان محيط Δ أ م حـ = ٣٦ سم

فأوجد : محيط Δ م و ء

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٤ في الشكل المقابل :

م نقطة تلاقي متوسطات Δ أ ب حـ

، أ م ⊥ حـ ء ، م حـ = ٦ سم ، أ ء = ٩ سم

أوجد : طول $\overline{م ء}$



١٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

، د ∈ $\overleftarrow{م ء}$ حيث ء د = ٢ د م ، رسم $\overleftarrow{حـ د}$ فقطع $\overline{أ ء}$ في و

أثبت أن : أ و = و ء



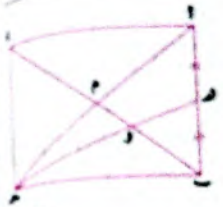
١٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل تقاطع قطراه في م

، هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overleftarrow{حـ هـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {و}

(١) أثبت أن : و نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ

(٢) إذا كان : ب و = ٤ سم أوجد : طول $\overline{أ م}$

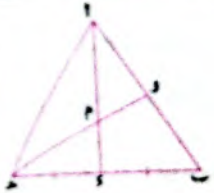


١٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = أ حـ

، م ∈ $\overline{أ ء}$ بحيث أ م = $\frac{٢}{٣}$ أ ء ، $\overleftarrow{حـ م}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {د}

أثبت أن : ب د = $\frac{١}{٣}$ أ حـ



١٨ أ ب حـ مثلث فيه ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، أ م = ٢ م ء ، رسم $\overleftarrow{حـ م}$ فقطع $\overline{أ ب}$ في هـ فإذا كان هـ حـ = ١٢ سم أوجد : طول $\overline{هـ م}$

١٩ في الشكل المقابل :

م ∈ $\overline{حـ ء}$ ، م نقطة تلاقي متوسطات Δ أ ب حـ

، ن ∈ $\overline{أ م}$ بحيث : ن ء = (س − ١) سم ، م ن = (س + ٢) سم

رسم $\overleftarrow{أ ن}$ فقطع $\overline{ب م}$ في هـ منتصف $\overline{ب م}$ أوجد : طول $\overline{م حـ}$



١٥ أ ب حـ ء متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ، رسم $\overleftarrow{د هـ}$ فقطع $\overline{أ حـ}$ في و

أثبت أن : ١) $\overline{ب و}$ ينصف $\overline{حـ ء}$

٢) حـ و = $\frac{١}{٤}$ أ حـ

للمتفوقين

١٦ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ متوسطان في المثلث أ ب حـ متقاطعان في نقطة م

، $\overleftarrow{حـ م}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {د} فإذا كانت ن منتصف $\overline{م حـ}$

فأثبت أن : الشكل د ن ء م متوازي أضلاع



١٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، م ∈ $\overline{أ ء}$

بحيث أ م = ٢ م ء ، $\overleftarrow{ب م}$ ∩ $\overline{أ حـ}$ = {د}

، م هـ = ٣ سم فإذا رسم $\overleftarrow{ء و}$ // $\overleftarrow{ب هـ}$ ويقطع $\overline{أ حـ}$ في و

فأوجد : طول $\overline{ء و}$



١٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{ب ء}$

، رُسم $\overleftarrow{ء و}$ // $\overleftarrow{أ حـ}$ ويقطع $\overline{أ هـ}$ في م ، $\overline{أ ب}$ في د

أثبت أن : ء م = $\frac{١}{٣}$ أ حـ



١٩ أ ب حـ مثلث فيه : ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، د منتصف $\overline{أ حـ}$ فإذا كان $\overleftarrow{حـ ء}$ ∩ $\overline{ب د}$ = {م}

، ورُسم $\overleftarrow{أ م}$ فقطع $\overline{ب حـ}$ في و

أثبت أن : الشكل ء ب و د متوازي أضلاع

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



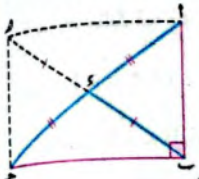
موقع التفوق
ALtfwok

الدرس 2

تابع
متوسطات المثلث

نظرية ٣

طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوى نصف طول وتر هذا المثلث.



المعطيات : أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°
، $\overline{ب ء}$ متوسط فى المثلث أ ب حـ

المطلوب : إثبات أن : ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ

العمل : نرسم $\overleftarrow{ب ء}$ ونأخذ نقطة د ∈ $\overleftarrow{ب ء}$ ، بحيث ب ء = ء د

البرهان : الشكل أ ب حـ د فيه : $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب د}$ ينصف كل منهما الآخر.

∴ الشكل أ ب حـ د متوازى أضلاع.(*)

∵ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب حـ د مستطيل.(**) ∴ ب د = أ حـ

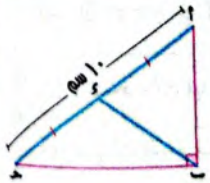
∵ ب ء = $\frac{1}{2}$ ب د ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ (وهو المطلوب)

فمثلاً : فى الشكل المقابل :

إذا كان أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ء منتصف $\overline{أ حـ}$ وكان أ حـ = ١٠ سم

فإن : ء ب = ٥ سم



(*) تذكر : الشكل الرباعى الذى فيه القطران ينصف كل منهما الآخر يكون متوازى أضلاع.

(**) تذكر : متوازى الأضلاع الذى إحدى زواياه قائمة يكون مستطيلاً.

مثال ١

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ حـ = حـ ء

، د منتصف $\overline{أ حـ}$ ، و ∈ $\overline{أ ء}$ بحيث $\overline{د و}$ // $\overline{حـ ء}$

اثبت أن : ب د = د و



الحل

المعطيات : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ حـ = حـ ء ، د منتصف $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{د و}$ // $\overline{حـ ء}$

المطلوب : إثبات أن : ب د = د و

البرهان : فى Δ أ ب حـ :

∵ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، $\overline{ب د}$ متوسط ∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أ حـ

، ∵ أ حـ = حـ ء ∴ ب د = $\frac{1}{2}$ حـ ء (١)

فى Δ أ حـ ء : ∵ د منتصف $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{د و}$ // $\overline{حـ ء}$

∴ و منتصف $\overline{أ ء}$ (*) ∴ د و = $\frac{1}{2}$ حـ ء (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ب د = د و (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى المثلث القائم الزاوية النسبة بين طول الوتر وطول المتوسط الخارج من رأس القائمة تساوى .....

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٢ فى Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى ب ، إذا كان : أ حـ = ١٢ سم ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

فإن : ب ء = ... سم

(أ) ٢٤ (ب) ١٢ (جـ) ٦ (د) ٣

(*) تذكر : الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى المثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٣ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، وطول المتوسط الخارج من أ يساوى ٤ سم
فإن : ب حـ = ... سم
(أ) ١٢ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٢

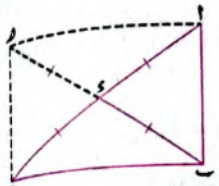
٤ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص ، إذا كان : س ص = ٦ سم ، ص ع = ٨ سم ،
هـ منتصف س ع فإن : ص هـ = ... سم
(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ٢٠

عكس نظرية ٣

إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رءوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة.

المعطيات أ ب حـ مثلث ، ب ء متوسط فيه ، ء أ = ء ب = ء حـ

المطلوب إثبات أن : ق (د أ ب حـ) = ٩٠°



العمل نرسم ← ب ء ونأخذ نقطة هـ ∈ ← ب ء ، بحيث ب ء = ء هـ

البرهان ∵ ب ء = ½ ب هـ = ½ أ حـ ∴ ب هـ = أ حـ

∴ الشكل أ ب حـ هـ فيه : أ حـ ، ب هـ متساويان فى الطول وينصف كل منهما الآخر.

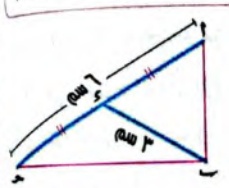
∴ الشكل أ ب حـ هـ مستطيل (*) ∴ ق (د أ ب حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

فمثلاً : فى الشكل المقابل :

إذا كان : ب ء متوسط فى Δ أ ب حـ

، ب ء = ٣ سم ، أ حـ = ٦ سم

فإن : ق (د أ ب حـ) = ٩٠° (لأن : ب ء = ½ أ حـ)

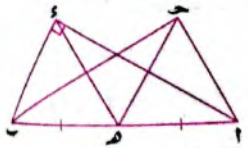


مثال ٢

فى الشكل المقابل :

أ ء ب مثلث قائم الزاوية فى ء ، هـ منتصف أ ب

، حـ هـ = ء هـ أثبت أن : ق (د أ حـ ب) = ٩٠°



(*) تذكر : الشكل الرباعى الذى فيه القطرين ينصف كل منهما الآخر يكون متوازى أضلاع وإذا كان القطران متساويان فى الطول كان هذا الشكل مستطيلاً.

الحل

المعطيات هـ منتصف أ ب ، ق (د أ ء ب) = ٩٠° ، حـ هـ = ء هـ

المطلوب إثبات أن : ق (د أ حـ ب) = ٩٠°

البرهان فى Δ أ ء ب : ∵ ق (د أ ء ب) = ٩٠° ، ء هـ متوسط ∴ ء هـ = ½ أ ب

ولكن حـ هـ = ء هـ

∴ حـ هـ = ½ أ ب

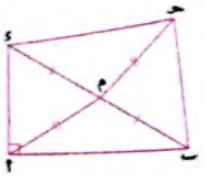
∴ فى Δ أ حـ ب : حـ هـ متوسط طوله يساوى نصف طول أ ب

∴ ق (د أ حـ ب) = ٩٠°

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (د ب أ ء) = ٩٠°

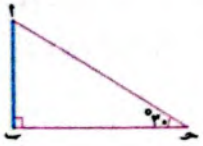
، م منتصف ب ء ، حـ م = أ م

أثبت أن : ق (د ب حـ ء) = ٩٠°

نتيجة

طول الضلع المقابل لزاوية قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر.

أى أنه فى الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ق (د حـ) = ٣٠°

فإن : أ ب = ½ أ حـ

فمثلاً : إذا كان : أ حـ = ٢٠ سم فإن : أ ب = ١٠ سم

ملاحظة

المثلث القائم الزاوية الذى قياس إحدى زواياه ٣٠° يكون قياس الزاوية الثالثة ٦٠°
ولذلك يُسمى مثلث ثلاثينى ستينى.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال 3

في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق (د حـ) = ٣٠°

أ حـ = ١٦ سم ، ل منتصف $\overline{أحـ}$

أوجد : (١) طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{بل}$ (٢) محيط Δ أ ب ل



الحل

المعطيات : ق (د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق (د حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٦ سم ، ل منتصف $\overline{أحـ}$

المطلوب : إيجاد (١) أ ب ، ب ل (٢) محيط Δ أ ب ل

البرهان : ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب ، ق (د حـ) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ = ٨ سم

∵ $\overline{بل}$ متوسط في Δ أ ب حـ

∴ ب ل = $\frac{1}{2}$ أ حـ = ٨ سم (المطلوب أولاً)

∵ ل = $\frac{1}{2}$ أ حـ = ٨ سم

∴ محيط Δ أ ب ل = ٨ + ٨ + ٨ = ٢٤ سم (المطلوب ثانياً)

حاول بنفسك ٣

في الشكل المقابل :

ق (د أ ب حـ) = ق (د ء ب د) = ٩٠°

ء منتصف $\overline{أحـ}$ ، ق (د د) = ٦٠°

اثبت أن : أ حـ = ٤ د



موقع التفوق
ALtFwoK.com

1 أكمل ما يأتي :

١ عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو

٢ طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوي

٣ إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رءوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون

٤ طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوي

٥ طول الوتر في المثلث الثلاثيني ستيني يساوي ..... طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠°

٦ طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي ..... طول المتوسط الخارج من رأس القائمة

2 باستخدام المعطيات الموجودة على كل شكل أوجد ما هو مطلوب أسفل كل شكل :

١



أ حـ = ... سم

٢



س ع = ... سم

٣



أ حـ = ... سم

٤



أ حـ = ... سم

ب ء = ... سم

ء ه = ... سم

ء ع = ... سم

٥



ء ب = ... سم

ء أ = ... سم

محيط Δ أ ب ء = ... سم

٦



ء د = ... سم

ء ف = ... سم

د ف = ... سم

محيط Δ ء ف د = ... سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥ فى الشكل المقابل :

ق(د س ص ع) = ٩٠°

، ء منتصف $\overline{س ل}$ ، هـ منتصف $\overline{ع ل}$

، م منتصف $\overline{س ع}$

أثبت أن : ء هـ = ص م



٦ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق(د ب) = ٩٠°

، هـ منتصف $\overline{أ ء}$ ، و منتصف $\overline{حـ ء}$

، ق(د أ حـ ب) = ٣٠° ، هـ و = ٤ سم

أوجد بالبرهان : طول $\overline{أ ب}$



٧ فى الشكل المقابل :

ق(د ب أ حـ) = ق(د حـ ب هـ) = ٩٠°

، ق(د ب هـ حـ) = ٣٠°

، ء ، و منتصفا $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ هـ}$ على الترتيب

، أ ء = ٣ سم

أوجد : طول $\overline{ب و}$



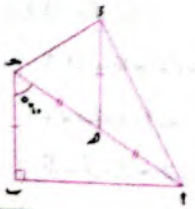
٨ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ق(د أ حـ ب) = ٦٠° ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

، ء هـ = ب حـ

أثبت أن : ق(د أ ء حـ) = ٩٠°



٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى المثلث القائم الزاوية النسبة بين طول المتوسط الخارج من رأس القائمة وطول الوتر تساوى .....

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٢ : ٣ (د) ٣ : ٢

٢ فى المثلث الثلاثينى ستينى النسبة بين طول الوتر وطول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° تساوى .....

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ١ (د) ١ : ٣

٣ فى المثلث الثلاثينى ستينى النسبة بين طول المتوسط الخارج من رأس القائمة وطول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° تساوى .....

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ١ (د) ٢ : ٣

٤ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$ فإن : ب ء = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ أ حـ (ب) أ حـ (جـ) $\frac{1}{2}$ ب حـ (د) أ ب

٥ أ ب حـ مثلث فيه : ق(د أ) = ٩٠° ، أ حـ = $\frac{1}{2}$ حـ ب فإن : ق(د حـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٦ أ ب حـ مثلث فيه : ق(د ب) = ٩٠° فإذا كان : ٢ أ ب − أ حـ = صفر

فإن : ق(د حـ) = ...

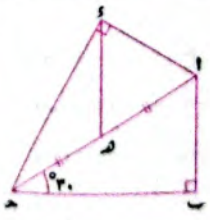
(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٤ فى الشكل المقابل :

ق(د أ ب حـ) = ق(د أ ء حـ) = ٩٠°

، ق(د أ حـ ب) = ٣٠° ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

أثبت أن : أ ب = ء هـ



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

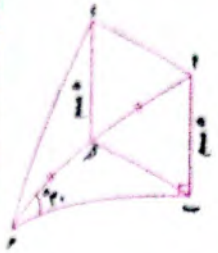
9 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ق (∠ أ حـ ب) = ٣٠° ، أ ب = ٥ سم

، د منتصف $\overline{أ حـ}$ ، إذا كان : ء د = ٥ سم

فأثبت أن : ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°



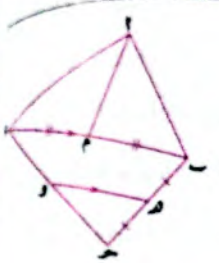
10 في الشكل المقابل :

أ ب ء مثلث ، م منتصف $\overline{ب ء}$

، د منتصف $\overline{ب حـ}$ ، و ∈ $\overline{حـ ء}$

، $\overline{د و}$ // $\overline{ب ء}$ ، أ م = د و

أثبت أن : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°



11 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٣٣°

، ق (∠ حـ) = ٩٠°

، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث : ء حـ = ٤ سم

، ق (∠ ب أ ء) = ٢٧°

أوجد : طول $\overline{أ ء}$



12 في الشكل المقابل :

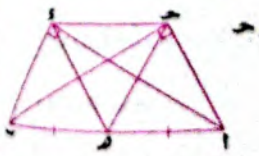
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، م نقطة تلاقي متوسطاته

، د ∈ $\overline{ء حـ}$ بحيث $\overline{م د} \perp \overline{ء حـ}$

، ء د = ٣ سم ، م د = ٤ سم

أوجد : طول $\overline{ب حـ}$



13 في الشكل المقابل :

ق (∠ ص ل ف) = ٩٠° ، ق (∠ ف) = ٣٠°

، ص ف = ١٠ سم ، ق (∠ س ص ع) = ٩٠°

، ل منتصف $\overline{س ع}$

أوجد : طول $\overline{س ع}$ بالبرهان.



14 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

، $\overline{ء د} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ٧ سم ، ق (∠ حـ) = ٣٠°

أوجد : طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ء د}$



15 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

، ق (∠ حـ) = ٣٠° ، س ، ص ، ع منتصفات $\overline{أ حـ}$

، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{س ص}$ على الترتيب ، أ حـ = ٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{س ص}$ ، $\overline{ب ع}$



16 في الشكل المقابل :

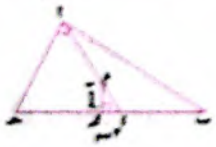
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، م نقطة تلاقي متوسطاته

، د ∈ $\overline{ء حـ}$ بحيث $\overline{م د} \perp \overline{ء حـ}$

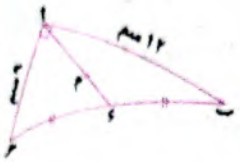
، ء د = ٣ سم ، م د = ٤ سم

أوجد : طول $\overline{ب حـ}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٧ في الشكل المقابل :



ق (د ب أ حـ) = ٩٠° ، أ ب = ١٢ سم ، أ حـ = ٩ سم

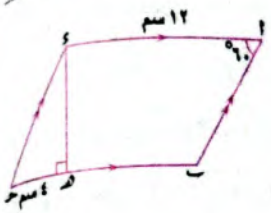
، $\overline{أء}$ متوسط في Δ أ ب حـ

، م نقطة تلاقي متوسطات Δ أ ب حـ

أوجد : طول $\overline{أم}$

٥٠ سم

١٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع

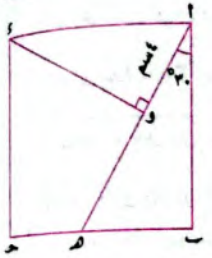
فيه : ق (د أ) = ٦٠° ، $\overline{ءهـ} \perp \overline{ب حـ}$

، أ ء = ١٢ سم ، هـ حـ = ٤ سم

أوجد : محيط متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

٤٠ سم

١٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مربع ، هـ ∈ $\overline{ب حـ}$

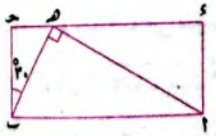
بحيث ق (د ب أ هـ) = ٣٠° ، $\overline{ءو} \perp \overline{أهـ}$

فإذا كان أ و = ٤ سم

احسب : مساحة المربع أ ب حـ ء

٦٤ سم²

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل ، هـ ∈ $\overline{ء حـ}$

بحيث ق (د حـ ب هـ) = ٣٠° ، ق (د أ هـ ب) = ٩٠°

أثبت أن : حـ هـ = $\frac{1}{4}$ أ ب

١١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق (د أ) = ٣٠°

، ء ∈ $\overline{أحـ}$ بحيث $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$ فإذا كان ب حـ = ٨ سم

فأوجد : طول $\overline{أء}$

١٢٠ سم²

١٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في حـ

فيه : ق (د ب) = ٣٠°

، هـ ، و ، س ، ص منتصفات $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أحـ}$ ، $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{ءو}$ على الترتيب

أثبت أن : س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ

٢٣ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، رسم $\overleftrightarrow{أء}$ عموديًا على $\overline{ب حـ}$ حيث $\overleftrightarrow{أء} \cap \overline{ب حـ} = \{ء\}$

فإذا كانت هـ ، و منتصفي $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب

أثبت أن : ء هـ + ء و = أ ب

٢٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، و ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث :

$\overline{هـو}$ // $\overline{أحـ}$

، ء ∈ $\overline{ب و}$ بحيث ب ء = ٤ سم ، ء حـ = ١٢ سم

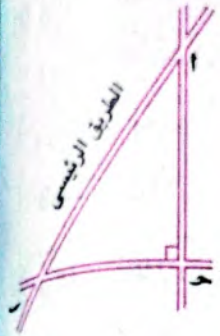
أوجد : طول $\overline{ءهـ}$

٤٠ سم

موقع التفوق
ALtFwoK.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تطبيق حياتي

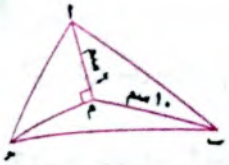
٥ الشكل المقابل هو شكل تخطيطي لثلاث مدن
أ ، ب ، حـ حيث البعد بين المدينتين أ ، حـ هو ٤٠ كم
، والبعد بين المدينتين ب ، حـ هو ٣٠ كم
فإذا أردنا إنشاء محطة خدمة تقع على الطريق الرئيسي
في منتصف المسافة بين المدينتين أ ، ب وإنشاء طريق
يصل هذه المحطة بالمدينة حـ فكم يبلغ طول هذا الطريق ؟



٢٥٠ كم

للمتفوقين

٦ في الشكل المقابل :
م نقطة تلاقي متوسطات Δ أ ب حـ
، أ م = ٦ سم ، ب م = ١٠ سم
، ق (∠ أ م حـ) = ٩٠°
أوجد مع البرهان : ١ طول $\overline{أحـ}$ ٢ طول $\overline{أم}$ حـ



١٠٠ سم ، ٨ سم

٧ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، س نقطة داخله بحيث $\overline{ءس}$ ينصف ∠ أ ء حـ
، $\overline{حـس}$ ينصف ∠ ء حـ ب فإذا كانت ص منتصف $\overline{ءحـ}$
فأثبت أن : س ص = ص حـ

احرص على اقتناء
كتاب EL-MOASSER
في اللغة الإنجليزية
للمرحلة الإعدادية
اسم يعلى الفوق





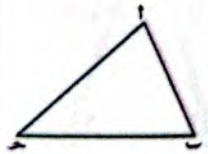
الدرس 3

المثلث المتساوى الساقين

تمهيد

تُصنف المثلثات حسب أطوال أضلاعها إلى ثلاثة أنواع هي :

١ مثلث مختلف الأضلاع



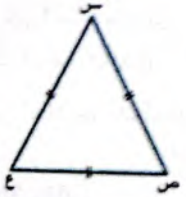
أ ب ≠ ب حـ ≠ حـ أ

٢ مثلث متساوى الساقين
« متطابق الضلعين »



ء د = ء هـ

٣ مثلث متساوى الأضلاع
« متطابق الأضلاع »



س ص = ص ع = ع س

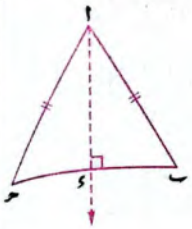
وفيما يلى سوف ندرس العلاقات بين الزوايا فى المثلث المتساوى الساقين والمتساوى الأضلاع.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نظرية المثلث المتساوى الساقين

نظرية ١

زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان.



المعطيات: $\triangle أ ب حـ$ مثلث فيه $\overline{أ ب} \equiv \overline{أ حـ}$

المطلوب: إثبات أن : $د ب \equiv د حـ$

العمل: نرسم $\overleftrightarrow{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ حيث $\overleftrightarrow{أ ء} \cap \overline{ب حـ} = \{ء\}$

البرهان: $\because \triangle أ ء ب$ ، $\triangle أ ء حـ$ فيهما :

$ق(د أ ء ب) = ق(د أ ء حـ) = ٩٠°$	(عملاً)
$\overline{أ ب} \equiv \overline{أ حـ}$	(معطى)
$\overline{أ ء}$	(ضلع مشترك)

$\therefore \triangle أ ء ب \equiv \triangle أ ء حـ$ (*)

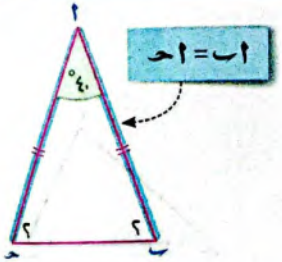
وينتج أن : $د ب \equiv د حـ$ (وهو المطلوب)

فمثلاً : فى الشكل المقابل :

إذا كان $\triangle أ ب حـ$ مثلث فيه :

$أ ب = أ حـ$ ، $ق(د أ) = ٤٠°$

فإن : $ق(د ب) = ق(د حـ) = \frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢} = ٧٠°$ (**)



ملاحظتان

١ كل من زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين حادة.

٢ زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين من الممكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة.

(*) تذكر : يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق الوتر وأحد ضلعى القائمة فى أحدهما مع نظيريهما فى الآخر.

(**) تذكر : مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوى ١٨٠°.

موقع التفوق
ALTFW0٧٢٠.com

مثال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\triangle أ ب حـ$ مثلث فيه : $أ ب = أ حـ$ ، $ق(د ب) = ٧٠°$ فإن : $ق(د أ) =$ .....

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٥٥° (د) ٧٠°

٢ $\triangle س ص ع$ مثلث فيه : $س ص = س ع$ ، $ق(د س) = ١٠٠°$

فإن : $ق(د ع) =$ .....

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

٣ $\triangle س ص ع$ قائم الزاوية فى ص ، إذا كان : $س ص = ص ع$

فإن : $ق(د ع) =$ .....

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٤ $\triangle ل م ن$ مثلث فيه : $ل م = م ن$ فإن : $د ن$ تكون .....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة

٥ $\triangle س ص ع$ مثلث متساوى الساقين فيه : $ق(د س) = ١١٠°$

فإن : $ق(د ص) =$ .....

(أ) ٣٠° (ب) ٣٥° (جـ) ٤٠° (د) ٤٥°

الحل

١ (أ) تفسير الحل : $\because أ ب = أ حـ$

$\therefore ق(د ب) = ق(د حـ) = ٧٠°$

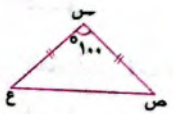
$\therefore ق(د أ) = ١٨٠° - (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°$



٢ (ب) تفسير الحل : $\because س ص = س ع$

$\therefore ق(د ع) = ق(د ص)$

$\therefore ق(د ع) = \frac{١٨٠° - ١٠٠°}{٢} = ٤٠°$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق



٣ (ب) تفسير الحل : ∵ س ص = ص ع

∴ ق (د س) = ق (د ع)

، ∵ ق (د ص) = ٩٠°

∴ ق (د ع) = $\frac{١٨٠^\circ - ٩٠^\circ}{٢}$ = ٤٥°



٤ (أ) تفسير الحل : ∵ Δ ل م ن متساوى الساقين

∴ كل من زاويتى القاعدة حادة

∴ د ن تكون حادة.



٥ (ب) تفسير الحل : ∵ Δ س ص ع متساوى الساقين

∴ كل من زاويتى القاعدة حادة

، ∵ د س منفرجة

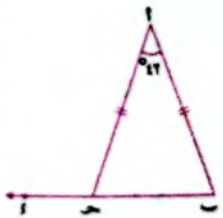
∴ د س هى زاوية رأس المثلث

∴ ق (د ص) = ق (د ع)

∴ ق (د ص) = $\frac{١٨٠^\circ - ١١٠^\circ}{٢}$ = ٣٥°

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ

، ق (د أ) = ٤٢° ، ء ∈ $\overline{ب حـ}$

أوجد : ق (د أ حـ ء)

الحل

المعطيات أ ب = أ حـ ، ق (د أ) = ٤٢°

المطلوب إيجاد : ق (د أ حـ ء)

البرهان ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث أ ب حـ الداخلة = ١٨٠° ، ق (د أ) = ٤٢°

∴ ق (د ب) + ق (د أ حـ ب) = ١٨٠° − ٤٢° = ١٣٨°

، ∵ أ ب = أ حـ (معطى)

∴ ق (د ب) = ق (د أ حـ ب) = $\frac{١٣٨^\circ}{٢}$ = ٦٩°

، ∵ د أ حـ ء خارجة عن Δ أ ب حـ

∴ ق (د أ حـ ء) = ق (د أ) + ق (د ب) = ٤٢° + ٦٩° = ١١١° (وهو المطلوب)

مثال ٣

فى الشكل المقابل :



ب ∈ $\overline{ء هـ}$ ، حـ ∈ $\overline{ء هـ}$ ، أ ب = أ حـ ، ب ء = حـ هـ

أثبت أن : أ ء = أ هـ

الحل

المعطيات أ ب = أ حـ ، ب ء = حـ هـ

المطلوب إثبات أن : أ ء = أ هـ

البرهان ∵ أ ب = أ حـ (معطى) ∴ ق (د أ ب حـ) = ق (د أ حـ ب)

، ∵ د أ ب ء تكمل د أ ب حـ ، د أ حـ هـ تكمل د أ حـ ب

∴ ق (د أ ب ء) = ق (د أ حـ هـ) (**)

∴ Δ أ ب ء ، أ حـ هـ فيهما :

أ ب = أ حـ (معطى)

ب ء = حـ هـ (معطى)

ق (د أ ب ء) = ق (د أ حـ هـ) (برهانًا)

∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ هـ (***) وينتج أن : أ ء = أ هـ (وهو المطلوب)

(*) تذكر : قياس أى زاوية خارجة للمثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها.

(**) تذكر : مكملات الزوايا المتساوية فى القياس متساوية فى القياس.

(***) تذكر : يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى أحدهما مع نظائرها فى الآخر.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٤



في الشكل المقابل :

ا ب = ا حـ ، ق (د ب ا حـ) = ٦ س

، ق (د حـ) = ٣ س ، $\overleftrightarrow{ب حـ} \parallel \overleftrightarrow{ء د}$

أوجد : ١ قيمة س

٢ ق (د د ء ا)

الحل

المعطيات ا ب = ا حـ ، ق (د ب ا حـ) = ٦ س

، ق (د حـ) = ٣ س ، $\overleftrightarrow{ب حـ} \parallel \overleftrightarrow{ء د}$

المطلوب إيجاد : ١ قيمة س

٢ ق (د د ء ا)

البرهان ∵ ا ب = ا حـ

∴ ق (د ب) = ق (د حـ) = ٣ س

، ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ٦ س + ٣ س + ٣ س = ١٨٠°

∴ ١٢ س = ١٨٠°

∴ س = $\frac{١٨٠°}{١٢}$ = ١٥° (المطلوب أولاً)

∴ ق (د حـ) = ٤٥°

، ∵ $\overleftrightarrow{ب حـ} \parallel \overleftrightarrow{ء د}$ ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ قاطع لهما

∴ ق (د د ء ا) + ق (د حـ) = ١٨٠° (داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)(*)

∴ ق (د د ء ا) = ١٨٠° - ٤٥° = ١٣٥° (المطلوب ثانيًا)

(*) تذكر إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان أي مجموع قياسيهما ١٨٠°

حاول بنفسك ١

في كل من الأشكال الآتية أوجد قيم الرموز المستخدمة في قياسات الزوايا :

١ 

س = ...° ، ص = ...°

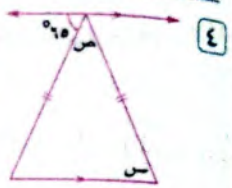
٢ 

س = ...° ، ص = ...°

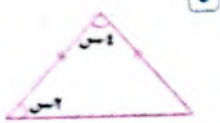
٣ 

س = ...° ، ص = ...°

ع = ...°

٤ 

س = ...° ، ص = ...°

٥ 

س = ...°

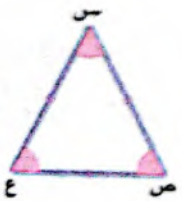
٦ 

س = ...°

نتيجة

إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإن زواياه الثلاث تكون متطابقة ويكون قياس كل منها ٦٠°

فمثلًا : في الشكل المقابل :



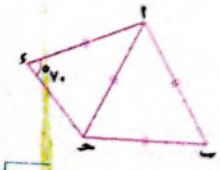
إذا كان : ∆ س ص ع مثلثًا فيه :

س ص = ص ع = س ع

فإن : ق (د س) = ق (د ص) = ق (د ع) = ٦٠°

مثال ٥

في الشكل المقابل :



ا ب = ب حـ = حـ ا = ا ء ، ق (د ء) = ٧٠°

أوجد : ١ ق (د ب حـ ء) ٢ ق (د ب ا ء)

AlgFwork.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحـــل

المعطيات $أ ب = ب حـ = حـ أ = أ ء$ ، $ق(د ء) = ٧٠°$

المطلوب إيجاد : ١ $ق(د ب حـ)$ ٢ $ق(د ب أ ء)$

البرهان ∵ $\Delta أ ب حـ$ متساوى الأضلاع.

$\therefore ق(د ب حـ أ) = ٦٠°$

، فى $\Delta أ حـ ء$: ∵ $أ حـ = أ ء$

$\therefore ق(د أ حـ ء) = ق(د ء) = ٧٠°$

$\therefore ق(د ب حـ ء) = ق(د ب حـ أ) + ق(د أ حـ ء)$

$= ٦٠° + ٧٠° = ١٣٠°$ (المطلوب أولًا)

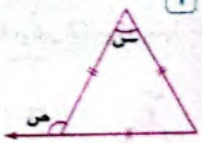
، ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى $أ ب حـ ء$ الداخلة $= ٣٦٠°$ (*)

، $ق(د ب) = ٦٠°$

$\therefore ق(د ب أ ء) = ٣٦٠° - (٦٠° + ١٣٠° + ٧٠°) = ١٠٠°$ (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٢

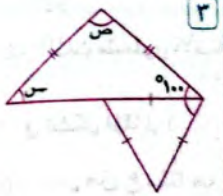
فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيم الرموز المستخدمة فى قياسات الزوايا :

١ 

س = ...° ، ص = ...°

٢ 

س = ...° ، ص = ...°

٣ 

س = ...° ، ص = ...°

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

(*) تذكر: مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن - ٢) × ١٨٠°

تذكر • فهم • تطبيق ∴ حل مشكلات أسئلة كتاب الواجب

١ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى قياس الزاوية :

١ 

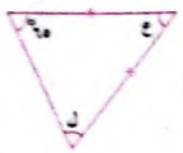
س = ...°

٢ 

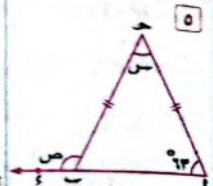
س = ...°

٣ 

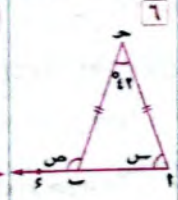
ص = ...°

٤ 

ل = ...° ، ع = ...°

٥ 

س = ...°
، ص = ...°

٦ 

س = ...°
، ص = ...°

٧ 

س = ...°

٨ 

س = ...°
، ص = ...°

٢ أكمل ما يأتى :

١ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين تكونان .....

٢ قياس كل زاوية فى المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....°

٣ إذا كان ء هـ و مثلث فيه : ء هـ = ء و فإن : $ق(د هـ) = ق(د$ .....)

٤ فى المثلث المتساوى الساقين إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة ٦٥° فإن قياس زاوية رأسه يساوى .....°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥ في المثلث المتساوى الساقين إذا كان قياس زاوية الرأس ٤٠° فإن قياس إحدى زاويتى القاعدة يساوى .....°

٦ مثلث متساوى الساقين قياس زاوية رأسه ٨٠° فإذا كان قياس إحدى زاويتى قاعدته (س + ٣٠°) فإن : س = ...

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى Δ س ص ع إذا كان : س ص = ص ع = س ع فإن : ق (∠ س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٨٠°

٢ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٣ ل م ن مثلث فيه : ل م = م ن ، ق (∠ م) = ٧٠° فإن : ق (∠ ن) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٣٥° (جـ) ٥٥° (د) ٧٠°

٤ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، ق (∠ حـ) = ٦٥° فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٥٥° (د) ١٣٠°

٥ Δ س ص ع فيه : ع ص = ع س ، ق (∠ ع) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٦ إذا كان : أ ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى أ ، أ ب = أ حـ فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٧ Δ س ص ع متساوى الساقين فيه : ق (∠ ص) = ١٠٠°

فإن : ق (∠ ع) = ...

(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٥٠° (د) ٤٠°

٨ إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ٣٠° كان المثلث .....

(أ) منفرج الزاوية. (ب) حاد الزوايا.

(جـ) قائم الزاوية. (د) متساوى الأضلاع.

٩ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، ق (∠ ب) = ٦ س° ، ق (∠ أ) = ٣ س°

فإن : س = ...

(أ) ٣٠° (ب) ١٢° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

١٠ فى Δ س ص ع إذا كان : س ص = س ع فإن الزاوية الخارجة عند الرأس ع تكون .....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

٤ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : أ ب = أ حـ

، ق (∠ أ) = ٤٠° ، ء ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$



١ أوجد : ق (∠ أ ب حـ)

٢ أثبت أن : Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ هـ

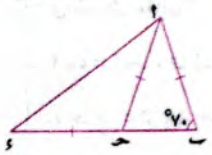
«٧٠°»

٥ فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ = حـ ء

، ق (∠ ب) = ٧٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب أ ء)



«٧٥°»

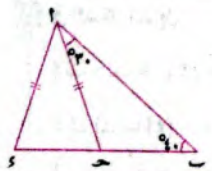
٦ فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ٤٠° ، ق (∠ ب أ حـ) = ٣٠°

، أ حـ = أ ء

أوجد بالبرهان :

١ ق (∠ ء) ٢ ق (∠ حـ أ ء)



«٧٠° ، ٤٠°»

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ في الشكل المقابل :



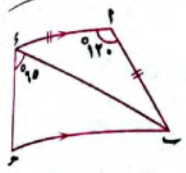
أ ء = ء حـ = أ حـ ، أ ب = ب حـ

، ق (د أ ب حـ) = ٤٠°

أوجد : ق (د ب أ ء)

°١٢٠

٨ في الشكل المقابل :



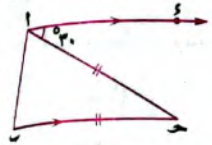
أ ب = أ ء ، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

، ق (د ب أ ء) = ١٢٠° ، ق (د ب ء حـ) = ٦٥°

أوجد : [١] ق (د أ ء ب) [٢] ق (د حـ)

°٣٠ ، °٨٥

٩ 📖 في الشكل المقابل :



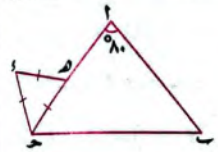
أ ب حـ مثلث فيه : أ حـ = ب حـ

، $\overleftarrow{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (د ء أ حـ) = ٣٠°

أوجد : قياسات زوايا Δ أ ب حـ

°٣٠ ، °٧٥ ، °٧٥

١٠ في الشكل المقابل :



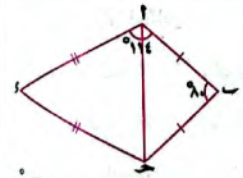
أ ب = أ حـ ، ق (د ب أ حـ) = ٨٠°

، حـ هـ = هـ ء = حـ ء

أوجد بالبرهان : ق (د ب حـ ء)

°١١٠

١١ في الشكل المقابل :



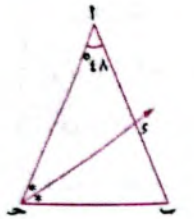
أ ب = ب حـ ، أ ء = حـ ء

، ق (د ب أ ء) = ١١٤° ، ق (د ب) = ٨٠°

أوجد : ق (د أ ء حـ)

°٥٢

١٢ 📖 في الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ ، ق (د ب أ حـ) = ٤٨°

، $\overleftarrow{حـ ء}$ ينصف د ب حـ أ ويقطع $\overline{أ ب}$ في ء

أوجد :

[١] ق (د ب) [٢] ق (د ب حـ ء)

°٦٦ ، °٣٣

١٣ في الشكل المقابل :



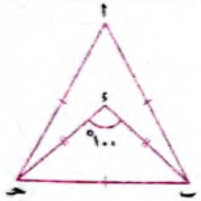
أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع

نصفت د ب ، د حـ بمنصفين تلاقيا في ء

أوجد : ق (د ب ء حـ)

°١٢٠

١٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع

، ء ب = ء حـ

، ق (د ب ء حـ) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان : ق (د أ ب ء)

°٢٠

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع

، ء ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ بحيث ب حـ = حـ ء

أثبت أن : $\overline{ب أ}$ ⊥ $\overline{أ ء}$

١٦ 📖 في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، $\overline{ب ء}$ ≡ $\overline{حـ هـ}$

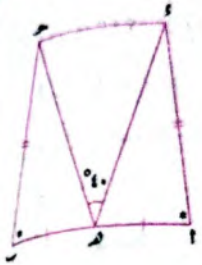
أثبت أن : [١] Δ أ ب هـ متساوى الساقين.

[٢] د أ هـ ء ≡ د أ ء هـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

١٧ في الشكل المقابل :



د منتصف $\overline{أب}$ ، أ ء = ب حـ

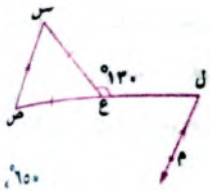
، ق (د أ) = ق (د ب)

، ق (د ء د حـ) = ٤٠°

أوجد : ق (د د ء حـ)

٧٠°

١٨ في الشكل المقابل :



ع ∈ $\overline{ل ص}$ ، س ع = ص ع

، ق (د ل ع س) = ١٣٠° ، $\overline{ل م}$ // $\overline{س ص}$

أوجد : ق (د م ل ص)

٦٥°

١٩ في الشكل المقابل :



أ ∈ $\overline{ب ء}$ ، أ ب = أ حـ

، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : $\overline{أ د}$ ينصف د ء أ حـ

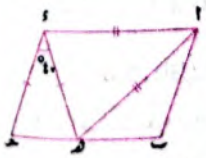
٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب = ب حـ ، $\overline{ب د}$ ينصف د حـ ب ء

أثبت أن : $\overline{ب د}$ // $\overline{أ حـ}$

٢١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، د ∈ $\overline{ب حـ}$

حيث أ د = أ ء ، ء د = ء حـ

، ق (د د ء حـ) = ٤٠°

أوجد : ١ ق (د أ د ء) ٢ ق (د ب أ د)

٧٠° ، ٢٠°

٢٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه :



ء ∈ $\overline{أ ب}$ ، د ∈ $\overline{أ حـ}$ بحيث

$\overline{ء د}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ء د = د حـ

، ء ب = ء حـ ، ق (د ب ء حـ) = ١٤٠°

أوجد : ق (د أ)

١٢٠°

٢٣ في الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ

، ق (د ب) = ٢ س + ١٣°

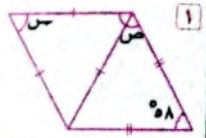
، ق (د حـ) = ٣ س − ١٧°

أوجد : قياسات زوايا Δ أ ب حـ

١٣٠ ، ٧٣ ، ٣٤°

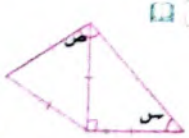
٢٤ في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى قياس الزاوية :

١



س = ...° ، ص = ...°

٢



س = ...° ، ص = ...°

٣



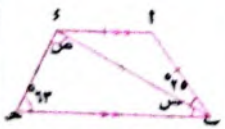
س = ...°

٤



س = ...° ، ص = ...°

٥ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$



س = ...° ، ص = ...°

٦



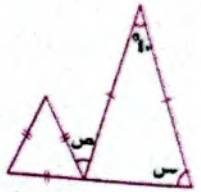
ص = ...° ، ل = ...°

، ع = ...°

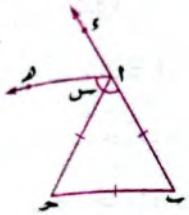
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

[٧] 

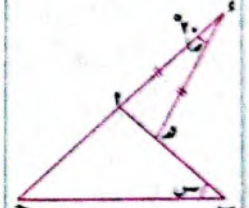
س = ...° ، ص = ...°

[٨] 

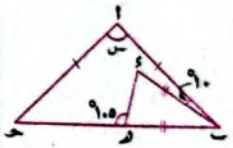
س = ...° ، ص = ...°

[٩] $\overleftrightarrow{أهـ}$ ينصف د حاء


س = ...°

[١٠] أ ب = أ حـ


س = ...°

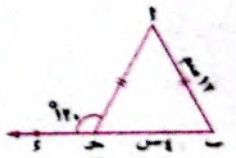
[١١] 

س = ...°

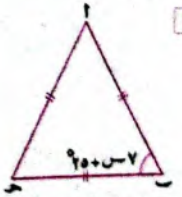
[١٢] 

س = ...°

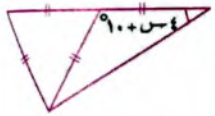
[١٣] أوجد قيمة س فى كل من الأشكال الآتية :

[١] 

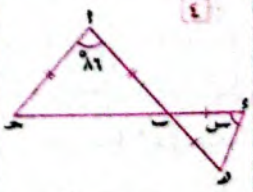
س = ... سم

[٢] 

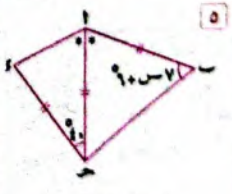
س = ...°

[٣] 

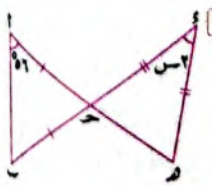
س = ...°

[٤] 

س = ...°

[٥] 

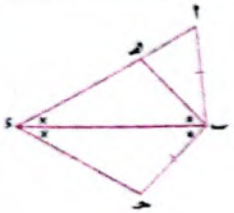
س = ...°

[٦] 

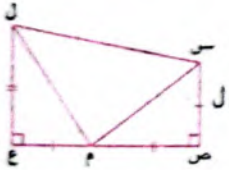
س = ...°

[٢٦] فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث فيه :
ء ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{بحـ}$ ، و ∈ $\overline{أحـ}$ بحيث :
ق (د ء هـ و) = ٩٠° ، ء ب = ء هـ ، و هـ = و حـ
أوجد : ق (د أ)

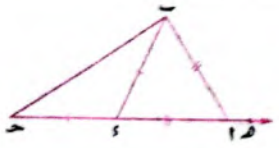

٩٠°

[٢٧] فى الشكل المقابل :
ب ا = ب حـ ، هـ ∈ $\overline{اء}$
، $\overleftrightarrow{بء}$ ينصف كلًا من د حـ ب هـ ، د حـ ء هـ
أثبت أن : ق (د أ) + ق (د حـ) = ١٨٠°


للمتفوقين

[٢٨] فى الشكل المقابل :
ق (د ص) = ق (د ع) = ٩٠° ، س ص = م ع ، ص م = ع ل
أوجد مع ذكر السبب : ق (د م س ل)


٤٥°

[٢٩] فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{أحـ}$
بحيث ب ء = ء حـ ، ا ء = ا ب ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{حـا}$
أثبت أن : ق (د ب ا هـ) = ٤ ق (د ب حـ ء)


[٣٠] فى الشكل المقابل :
ق (د أ) = س°
، أ ب = ب حـ = حـ ء = ء هـ
، ق (د ء هـ و) = ١٢٦°
أوجد : قيمة س


١٨٠°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



موقع التفوق
ALtFwoK

الدرس 4

عكس نظرية المثلث المتساوى الساقين

نظرية ٢

إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقين ويكون المثلث متساوى الساقين.



المعطيات : Δ أ ب حـ مثلث فيه : د ب ≡ د حـ

المطلوب إثبات أن : $\overline{أ ب} \equiv \overline{أ حـ}$

العمل تنصف د ب أ حـ بالمنصف $\overrightarrow{أ ء}$ فيقطع $\overline{ب حـ}$ فى ء

البرهان ∵ د ب ≡ د حـ

∴ ق (د ب) = ق (د حـ)

، ∵ $\overrightarrow{أ ء}$ ينصف د ب أ حـ ∴ ق (د ب أ ء) = ق (د حـ أ ء)

، ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

∴ ق (د أ ء ب) = ق (د أ ء حـ)

∴ $\Delta\Delta$ أ ب ء ، أ حـ ء فيهما :

$\overline{أ ء}$ (ضلع مشترك)

ق (د ب أ ء) = ق (د حـ أ ء) (عملاً)

ق (د أ ء ب) = ق (د أ ء حـ) (برهانًا)

∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ ء (*) وينتج من التطابق أن : $\overline{أ ب} \equiv \overline{أ حـ}$

ويكون Δ أ ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

(*) تذكر : يتطابق المثلثان إذا تطابق زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحدهما مع نظائرها فى الآخر.

مثال ١

Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ) = ٢ ق (د ب) = ٧٢° أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الساقين.



الحل

المعطيات ق (د أ) = ٢ ق (د ب) = ٧٢°

المطلوب إثبات أن : Δ أ ب حـ متساوى الساقين.

البرهان ∵ ٢ ق (د ب) = ٧٢° ∴ ق (د ب) = ٧٢° ÷ ٢ = ٣٦°

، ∵ ق (د أ) = ٧٢° ∴ ق (د حـ) = ١٨٠° − (٣٦° + ٧٢°) = ٧٢°

∴ ق (د أ) = ق (د حـ) ∴ ب حـ = ب أ

∴ Δ أ ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :

ء ∈ $\overline{أ ب}$ ، هـ ∈ $\overline{أ حـ}$ بحيث أ ء = أ هـ ، $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : ء ب = هـ حـ



الحل

المعطيات أ ء = أ هـ ، $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

المطلوب إثبات أن : ء ب = هـ حـ

البرهان فى Δ أ ء هـ : ∵ أ ء = أ هـ ∴ ق (د أ ء هـ) = ق (د أ هـ ء) (١)

، ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ هـ}$ قاطع لهما

∴ ق (د أ ء هـ) = ق (د ب) (بالتناظر)(*) (٢)

وبالمثل : ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ قاطع لهما

∴ ق (د أ هـ ء) = ق (د حـ) (بالتناظر)(*) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ق (د ب) = ق (د حـ)

∴ أ ب = أ حـ ، ∵ أ ء = أ هـ

وبالطرح ∴ أ ب − أ ء = أ حـ − أ هـ ∴ ء ب = هـ حـ (وهو المطلوب)

(*) تذكر : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

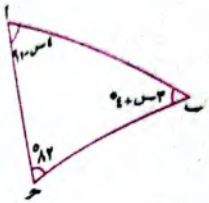
مثال ٣

في الشكل المقابل :

إذا كان : ق(د ا) = ٤ س − ١١°

، ق(د ب) = ٣ س + ٤° ، ق(د حـ) = ٨٢°

أثبت أن : Δ ا ب حـ متساوى الساقين.



الحل

المعطيات ق(د ا) = ٤ س − ١١° ، ق(د ب) = ٣ س + ٤° ، ق(د حـ) = ٨٢°

المطلوب إثبات أن : Δ ا ب حـ متساوى الساقين.

البرهان ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ٤ س − ١١° + ٣ س + ٤° + ٨٢° = ١٨٠°

∴ ٧ س + ٧٥° = ١٨٠° ∴ ٧ س = ١٠٥°

∴ س = ١٥° ∴ ق(د ا) = ٤ × ١٥° − ١١° = ٤٩°

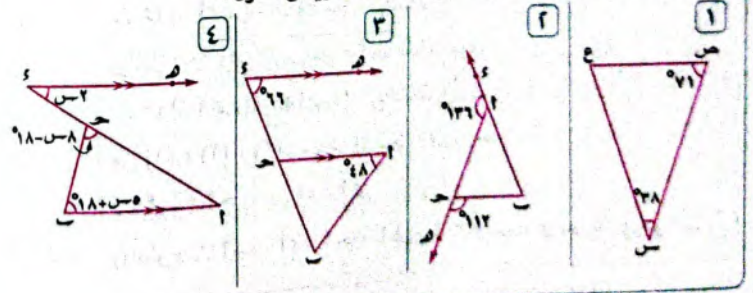
، ق(د ب) = ٣ × ١٥° + ٤° = ٤٩° ∴ ق(د ا) = ق(د ب)

∴ ب حـ = ا حـ

∴ Δ ا ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

في كل من الأشكال الآتية اكتب أضلاع المثلث المتساوية في الطول :



نتيجة

إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الأضلاع.

فمثلاً :

إذا كان ا ب حـ مثلثًا فيه :

د ا ≡ د ب ≡ د حـ فإن : ا ب = ب حـ = حـ ا

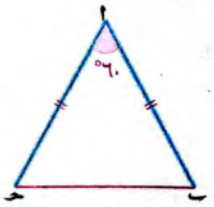
أى أن : Δ ا ب حـ متساوى الأضلاع.



ملاحظة

المثلث المتساوى الساقين الذى قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون متساوى الأضلاع.

• في الشكل التالى :



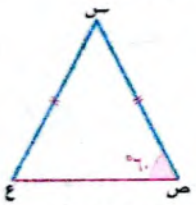
إذا كان : ا ب = ا حـ ، ق(د ا) = ٦٠°

فإن : ق(د ب) = ق(د حـ)

= (١٨٠° − ٦٠°) ÷ ٢ = ٦٠°

∴ Δ ا ب حـ متساوى الأضلاع.

• في الشكل التالى :



إذا كان : س ص = س ع

، ق(د ص) = ٦٠° فإن : ق(د ع) = ٦٠°

، ق(د س) = ١٨٠° − (٦٠° + ٦٠°) = ٦٠°

∴ Δ س ص ع متساوى الأضلاع.

مثال ٤

في الشكل المقابل :

ب م ينصف د ب ، حـ م ينصف د حـ

، م ب = م حـ ، ق(د ب م حـ) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ ا ب حـ متساوى الأضلاع.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

المعطيات $\overleftarrow{ب م}$ ينصف $\angle ب$ ، $\overleftarrow{حـ م}$ ينصف $\angle حـ$ ، $م ب = م حـ$ ، $ق(\angle ب م حـ) = 120°$

المطلوب إثبات أن : $\Delta ا ب حـ$ متساوى الأضلاع.

البرهان $\because \Delta م ب حـ$ فيه : $م ب = م حـ$ ، $\therefore ق(\angle م ب حـ) = ق(\angle م حـ ب) = \frac{180° - 120°}{2} = 30°$

$\because \overleftarrow{ب م}$ ينصف $\angle ب$ $\therefore ق(\angle ا ب حـ) = 2 ق(\angle م ب حـ) = 60°$

$\because \overleftarrow{حـ م}$ ينصف $\angle حـ$ $\therefore ق(\angle ا حـ ب) = 2 ق(\angle م حـ ب) = 60°$

$\therefore$ فى $\Delta ا ب حـ$ يكون : $ق(\angle ب ا حـ) = 180° - (60° + 60°) = 60°$

$\therefore ق(\angle ا ب حـ) = ق(\angle ا حـ ب) = ق(\angle ب ا حـ) = 60°$

$\therefore \Delta ا ب حـ$ متساوى الأضلاع. (وهو المطلوب)

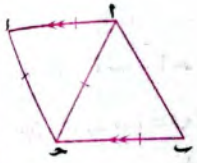
حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :

$ا ب حـ ء$ شكل رباعى فيه :

$ا ء = ء حـ = حـ ب = ب ا$ ، $\overline{ا ء} // \overline{ب حـ}$

أثبت أن : $\Delta ا ب حـ$ متساوى الأضلاع.

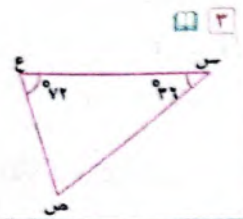


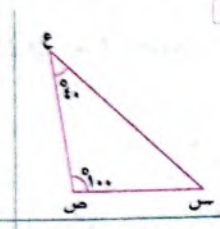
على عكس نظرية المثلث المتساوى الساقين

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

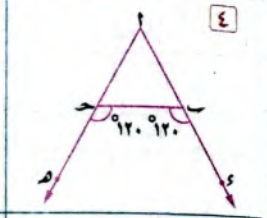
اختبار تفاعلى

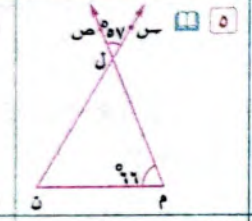
١ فى كل من الأشكال الآتية اكتب أضلاع المثلث المتساوية فى الطول :

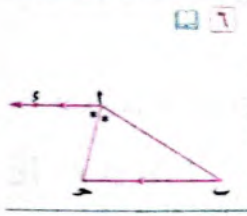
١ 

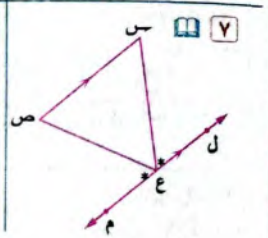
٢ 

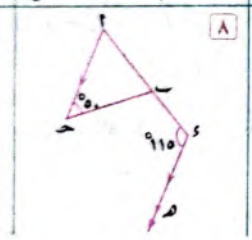
٣

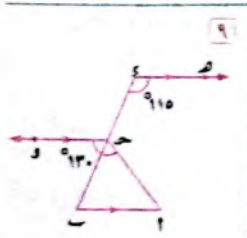
٤ 

٥ 

٦ 

٧ 

٨ 

٩ 

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان .....

ويكون المثلث .....

٢ إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون .....

٣ إذا كان $\Delta ا ب حـ$ مثلثًا فيه : $ق(\angle ا) = 50°$ ، $ق(\angle ب) = 80°$ كان المثلث .....

موقع التفوق
ALtFwoK
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية ٤٥° كان المثلث .....

٥ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين يساوى ٦٠° كان المثلث .....

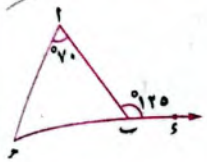
٦ مثلث أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (د أ) = ٦٠° فإذا كان محيطه = ١٨ سم

فإن : ب حـ = ... سم

٧ إذا كان أ ب حـ مثلثًا فيه : حـ أ = حـ ب ، ق (د حـ) = ق (د أ)

فإن : ق (د ب) = ...°

٣ فى الشكل المقابل :

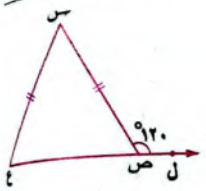


ء ∈ حـ ب ، ق (د أ ب ء) = ١٢٥°

، ق (د أ) = ٧٠°

أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الساقين.

٤ فى الشكل المقابل :



س ص = س ع ، ق (د س ص ل) = ١٢٠°

، ل ∈ ع ص

أثبت أن : Δ س ص ع متساوى الأضلاع.

٥ فى الشكل المقابل :

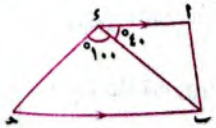


ء ∈ أ ب ، هـ ∈ ب حـ

، ق (د حـ ب ء) = ق (د أ حـ هـ) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع.

٦ فى الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ ، ق (د أ ء ب) = ٤٠°

، ق (د ب ء حـ) = ١٠٠°

أثبت أن : Δ ء ب حـ متساوى الساقين.

٧ فى الشكل المقابل :



ب ∈ س ص ، س ص // أ حـ

، ق (د أ ب س) = ٦٢° ، ق (د حـ) = ٥٦°

أثبت أن : أ حـ = ب حـ

٨ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، س ∈ أ ب

، ص ∈ أ حـ ، س ص // ب حـ

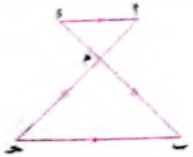
أثبت أن : [١] Δ أ س ص متساوى الساقين.

[٢] س ب = ص حـ

٩ أ ب حـ مثلث فيه : ء ∈ أ ب ، هـ ∈ ب حـ بحيث كان ب ء = ب هـ

، فإذا كان ء هـ // أ حـ أثبت أن : أ ب = ب حـ

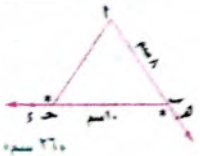
١٠ فى الشكل المقابل :



أ حـ ∩ ب ء = {م} ، م ب = م حـ ، أ ء // ب حـ

أثبت أن : م أ = م ء

١١ فى الشكل المقابل :



ب ∈ أ هـ ، حـ ∈ ب ء ، أ ب = ٨ سم

، ب حـ = ١٠ سم ، ق (د هـ ب حـ) = ق (د أ حـ ء)

أوجد : محيط المثلث أ ب حـ

٣٦ سم

١٢ فى الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ ، ء هـ // أ ب

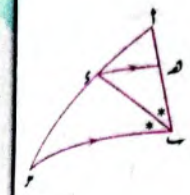
، ء و // أ حـ

أثبت أن :

[١] ء هـ = ء و [٢] ق (د ب أ حـ) = ق (د هـ ء و)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٣ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{ب ء}$ ينصف $\angle$ أ ب حـ ، ويقطع $\overline{أ حـ}$ في ء

، $\overline{هـ ء} \parallel \overline{ب حـ}$ حيث هـ $\in \overline{أ ب}$

أثبت أن : Δ هـ ب ء متساوى الساقين.

١٤ في الشكل المقابل :

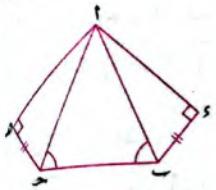


أ $\in \overleftarrow{ب ء}$ ، $\overline{أ هـ} \parallel \overline{ب حـ}$

، $\overline{أ هـ}$ ينصف $\angle$ حـ أ ء

أثبت أن : أ ب = أ حـ

١٥ في الشكل المقابل :

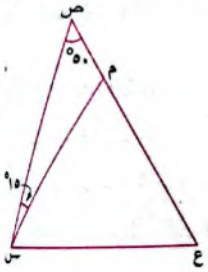


ب ء = حـ هـ ، ق ($\angle$ أ ب حـ) = ق ($\angle$ أ حـ ب)

، ق ($\angle$ ء) = ق ($\angle$ هـ) = ٩٠°

برهن أن : ق ($\angle$ ء أ ب) = ق ($\angle$ حـ أ هـ)

١٦ في الشكل المقابل :



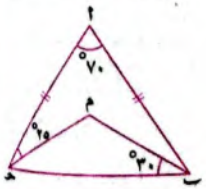
ص ع = ص س مثلث فيه : ص ع = ص س

، ق ($\angle$ ص) = ٥٠°

، ق ($\angle$ ص س م) = ١٥°

أثبت أن : Δ م ع س متساوى الساقين.

١٧ في الشكل المقابل :

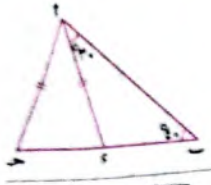


أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، ق ($\angle$ أ) = ٧٠°

، ق ($\angle$ م حـ أ) = ٢٥° ، ق ($\angle$ م ب حـ) = ٣٠°

أثبت أن : Δ م ب حـ متساوى الساقين.

١٨ في الشكل المقابل :



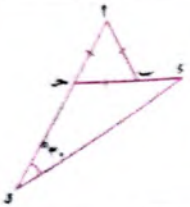
أ ء = أ حـ ، ق ($\angle$ ب) = ٤٠° ، ق ($\angle$ ب أ ء) = ٣٠°

أثبت أن : أ ب = حـ ب

١٩ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، $\overleftarrow{ب ء}$ ينصف $\angle$ أ ب حـ ، $\overleftarrow{حـ ء}$ ينصف $\angle$ أ حـ ب

أثبت أن : Δ ء ب حـ متساوى الساقين.

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع ، و $\in \overleftarrow{أ حـ}$

، ء $\in \overleftarrow{حـ ب}$ ، ق ($\angle$ ء و حـ) = ٣٠°

أثبت أن : Δ ء حـ و متساوى الساقين.

٢١ في الشكل المقابل :

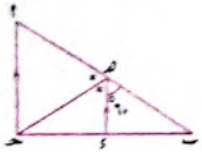


ء $\in \overline{ب حـ}$ بحيث ء أ = ء ب = ء حـ ، ق ($\angle$ حـ) = ٣٠°

أثبت أن :

١ Δ أ ب ء متساوى الأضلاع. ٢ Δ أ ب حـ قائم الزاوية.

٢٢ في الشكل المقابل :

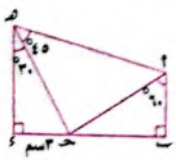


أ ب حـ مثلث ، هـ $\in \overline{أ ب}$ ، $\overline{هـ ء} \parallel \overline{أ حـ}$

، ق ($\angle$ ب هـ ء) = ٦٠° ، $\overleftarrow{هـ حـ}$ ينصف $\angle$ أ هـ ء

أثبت أن : Δ أ هـ حـ متساوى الأضلاع.

٢٣ في الشكل المقابل :



حـ $\in \overline{ب ء}$ ، ق ($\angle$ ب) = ق ($\angle$ ء) = ٩٠°

، ق ($\angle$ ب حـ هـ ء) = ٣٠° ، ق ($\angle$ أ هـ حـ) = ٤٥°

، ق ($\angle$ ب أ حـ) = ٦٠° ، حـ ء = ٣ سم

أوجد : طول $\overline{أ حـ}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٤ في الشكل المقابل :

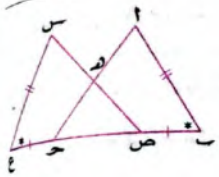


د أ ء ﻫ ≡ د أ ﻫ ء

أ ، ب ، ء ، ﻫ ، حـ على استقامة واحدة ، ب ء = حـ ﻫ

أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الساقين.

٢٥ في الشكل المقابل :

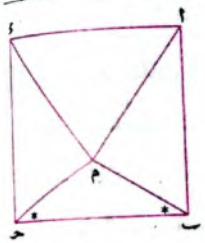


ص ∈ $\overline{ب ع}$ ، حـ ∈ $\overline{ب ع}$ ، أ ب = س ع ، ب ص = حـ ع

، $\overline{س ص}$ ∩ $\overline{أ حـ}$ = {ﻫ} ، ق (د ب) = ق (د ع)

برهن أن : Δ ﻫ ص حـ متساوى الساقين.

٢٦ في الشكل المقابل :

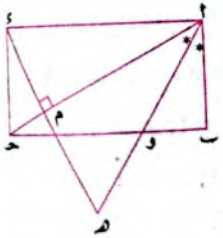


أ ب حـ ء مربع ، م نقطة داخله

بحيث ق (د م ب حـ) = ق (د م حـ ب)

أثبت أن : Δ أ م ء متساوى الساقين.

٢٧ في الشكل المقابل :

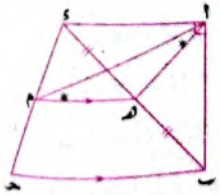


أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{أ حـ}$ قطر فيه ، $\overline{أ ﻫ}$ ينصف د ب أ حـ .

، $\overline{ء ﻫ}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$ حيث $\overline{أ ﻫ}$ ∩ $\overline{ء ﻫ}$ = {ﻫ} ، $\overline{أ حـ}$ ∩ $\overline{ء ﻫ}$ = {م}

برهن أن : ء أ = ء ﻫ

٢٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (د ب أ ء) = ٩٠°

، ﻫ منتصف $\overline{ب ء}$ ، م ∈ $\overline{ء حـ}$ بحيث $\overline{ﻫ م}$ // $\overline{ب حـ}$

فإذا كان : ق (د ﻫ أ م) = ق (د ﻫ م أ) أثبت أن : ب ء = ب حـ

١٨ في الشكل المقابل :



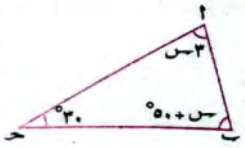
أ ب حـ مثلث فيه :

ق (د ب) = ق (د حـ)

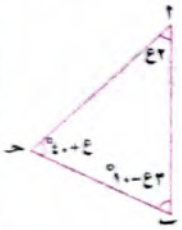
أوجد : محيط المثلث. ١٩٠ سم

٣٠ في كل من الأشكال الآتية اكتب أضلاع المثلث المتساوية فى الطول موضحًا خطوات الحل :

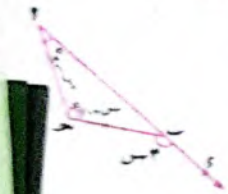
١



٢



٣



للمتفوقين

٣١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان مجموع قياسى زاويتين متطابقتين فى مثلث $\frac{٢}{٣}$ مجموع قياسات زواياه

كان المثلث .....

(أ) قائم الزاوية. (ب) متساوى الساقين.

(جـ) متساوى الأضلاع. (د) مختلف الأضلاع.

٢ أ ب حـ مثلث فيه : ق (د أ) = ٣٠° ، ق (د ب) : ق (د حـ) = ١ : ٤

فإن : Δ أ ب حـ يكون .....

(أ) قائم الزاوية. (ب) متساوى الساقين.

(جـ) متساوى الأضلاع. (د) مختلف الأضلاع.

موقع التفوق
ALTFW012.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 5

نتائج على نظريات المثلث المتساوى الساقين

نتيجة ١

متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس يُنصف زاوية الرأس ويكون عموديًا على القاعدة.

ففى الشكل المقابل :

إذا كان $\triangle$ أ ب حـ مثلثًا فيه : أ ب = أ حـ ، $\overline{أ ء}$ متوسط فإن :

١ $\overrightarrow{أ ء}$ ينصف $\angle$ ب أ حـ أى أن : ق ($\angle$ ب أ ء) = ق ($\angle$ حـ أ ء)

٢ $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$



نتيجة ٢

مُنصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين يُنصف القاعدة ويكون عموديًا عليها.

ففى الشكل المقابل :

إذا كان $\triangle$ أ ب حـ مثلثًا فيه :

أ ب = أ حـ ، $\overrightarrow{أ ء}$ يُنصف $\angle$ ب أ حـ فإن :

١ ء منتصف $\overline{ب حـ}$ (أى أن : ب ء = حـ ء)

٢ $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$



نتيجة ٣

المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عموديًا على القاعدة يُنصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس.

ففى الشكل المقابل :

إذا كان $\triangle$ أ ب حـ مثلثًا فيه : أ ب = أ حـ ، $\overrightarrow{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ فإن :

١ ء منتصف $\overline{ب حـ}$ (أى أن : ب ء = حـ ء)

٢ ق ($\angle$ ب أ ء) = ق ($\angle$ حـ أ ء)



* لاحظ أنه : يمكن برهنة النتائج الثلاث السابقة من خلال تطابق المثلثين أ ب ء ، أ حـ ء

مثال ١

فى الشكل المقابل :

$\triangle$ أ ب حـ مثلث متساوى الساقين حيث أ ب = أ حـ

، ء $\in \overline{ب حـ}$ بحيث $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

، ق ($\angle$ حـ أ ء) = ٢٨° ، ب ء = ٣ سم

أوجد : ١ ق ($\angle$ ب أ حـ) ٢ طول $\overline{ب حـ}$



الحل

المعطيات | أ ب = أ حـ ، ق ($\angle$ حـ أ ء) = ٢٨° ، ب ء = ٣ سم ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

المطلوب | إيجاد : ١ ق ($\angle$ ب أ حـ) ٢ طول $\overline{ب حـ}$

البرهان | فى $\triangle$ أ ب حـ :

∵ أ ب = أ حـ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

∴ $\overrightarrow{أ ء}$ ينصف كلاً من زاوية الرأس ب أ حـ ، القاعدة $\overline{ب حـ}$

∴ ق ($\angle$ ب أ حـ) = ٢ ق ($\angle$ حـ أ ء) = ٢ × ٢٨° = ٥٦° (المطلوب أولًا)

، ب حـ = ٢ ب ء = ٢ × ٣ = ٦ سم (المطلوب ثانيًا)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال 2

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = أ حـ ، أ ء متوسط ، ق (د ب أ حـ) = ١٠٠°

فإن : ق (د ب أ ء) = ...

(أ) ١٠٠° (ب) ٥٠° (ج) ٩٠° (د) ٤٠°

٢ في Δ س ص ع إذا كان : س ص = س ع ، س ء ينصف د ص س ع

فإن : Δ س ص ء .....

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(ج) منفرج الزاوية. (د) متساوى الساقين.

٣ في Δ ل م ن : ن م = ن ل ، ء ∈ ل م بحيث ن ء ⊥ ل م فإذا كان : ل م = ١٠ سم

فإن : ل ء = ... سم

(أ) ٢٠ (ب) ١٠ (ج) ٥ (د) ٢.٥

٤ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، أ س متوسط فإذا كان : ب س = ٥ سم

، ق (د ب أ س) = ٣٠° فإن : محيط Δ أ ب حـ = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٢٥ (د) ٣٠

الحل

١ (ب) تفسير الحل : ∵ أ ب = أ حـ ، أ ء متوسط فى Δ أ ب حـ

∴ ق (د ب أ ء) = ق (د حـ أ ء)

∴ ق (د ب أ ء) = $\frac{١٠٠^{\circ}}{٢}$ = ٥٠°



٢ (ب) تفسير الحل : ∵ س ص = س ع

، س ء ينصف د ص س ع

∴ س ء ⊥ ص ع

∴ Δ س ص ء قائم الزاوية



٣ (د) تفسير الحل : ∵ ن م = ن ل ، ن ء ⊥ ل م

∴ ء منتصف ل م

∴ ل ء = $\frac{١}{٢}$ ل م = ٥ سم



٤ (د) تفسير الحل : ∵ أ ب = أ حـ ، أ س متوسط

∴ أ س ينصف د ب أ حـ

∴ ق (د ب أ حـ) = ٢ ق (د ب أ س)

= ٢ × ٣٠° = ٦٠°



، ∵ Δ أ ب حـ متساوى الساقين

، ق (د ب أ حـ) = ٦٠°

∴ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع

، ∵ ب حـ = ٢ ب س = ١٠ سم

∴ محيط Δ أ ب حـ = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :

أ ب ء حـ شكل رباعى فيه : أ ب = أ حـ ، ب ء = حـ ء

، أ ء ⊥ ب حـ ، أ ء ∩ ب حـ = {هـ}

، ق (د ب أ ء) = ٣٠° ، ق (د ب ء حـ) = ٨٠°

، ب هـ = ٤ سم



أكمل ما يأتى :

١ ق (د ء أ حـ) = ... °

٢ ق (د ب ء هـ) = ... °

٣ ق (د أ حـ ب) = ... °

٤ هـ حـ = ... سم

٥ أ حـ = ... سم

٦ أ هـ = ... سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

محور تماثل القطعة المستقيمة

تعريف

يسمى المستقيم العمودى على قطعة مستقيمة من منتصفها محور تماثل لهذه القطعة المستقيمة واختصارًا محور القطعة المستقيمة.



ففى الشكل المقابل :

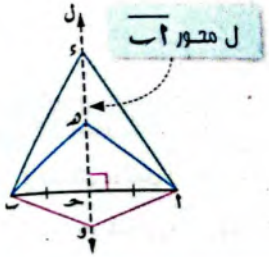
إذا كان المستقيم ل ⊥ $\overline{أب}$ ، حـ ∈ المستقيم ل

حيث حـ منتصف $\overline{أب}$

فإن : المستقيم ل محور $\overline{أب}$

خاصية

أى نقطة على محور تماثل قطعة مستقيمة تكون على بُعدين متساويين من طرفيها.



ففى الشكل المقابل :

إذا كان المستقيم ل محور $\overline{أب}$

، ء ∈ المستقيم ل ، هـ ∈ المستقيم ل ، و ∈ المستقيم ل

فإن : ء أ = ء ب ، هـ أ = هـ ب ، و أ = و ب

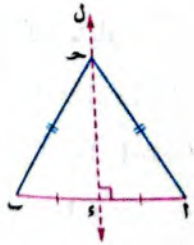
★ عكس الخاصية السابقة صحيح أى أنه :

إذا كانت هناك نقطة على بُعدين متساويين من طرفى قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع على محور هذه القطعة المستقيمة.

ففى الشكل المقابل :

إذا كانت حـ نقطة ما بحيث حـ أ = حـ ب

فإن : نقطة حـ تقع على محور $\overline{أب}$



مثال ٣

فى الشكل المقابل :

المستقيم ل محور $\overline{أب}$ فإذا كانت النقط حـ ، ء ، هـ

تنتمى إلى المستقيم ل ، ل ∩ $\overline{أب}$ = {م}

بحيث أ حـ = ١٣ سم ، ء ب = ٧ سم

، أ هـ = ٥ سم ، م ب = ٤ سم

فأوجد : طول كل من $\overline{حـ ب}$ ، $\overline{ء أ}$ ، $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{م أ}$



الحل

المعطيات المستقيم ل محور $\overline{أب}$ ، حـ ، ء ، هـ تنتمى إلى المستقيم ل ، ل ∩ $\overline{أب}$ = {م}

، أ حـ = ١٣ سم ، ء ب = ٧ سم ، أ هـ = ٥ سم ، م ب = ٤ سم

المطلوب إيجاد : طول كل من $\overline{حـ ب}$ ، $\overline{ء أ}$ ، $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{م أ}$

البرهان ∵ حـ ، ء ، هـ تنتمى إلى المستقيم ل محور $\overline{أب}$

∴ حـ ب = حـ أ = ١٣ سم ، ء أ = ء ب = ٧ سم

، هـ ب = هـ أ = ٥ سم ، م أ = م ب = ٤ سم (وهو المطلوب)

مثال ٤

أ ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : أ ب = أ حـ ، $\overleftrightarrow{ب س}$ ينصف ∠ أ ب حـ ويقطع $\overline{أ حـ}$ فى س

، $\overleftrightarrow{حـ ص}$ ينصف ∠ أ حـ ب ويقطع $\overline{أ ب}$ فى ص فإذا كان : $\overleftrightarrow{ب س}$ ∩ $\overleftrightarrow{حـ ص}$ = {م}

فأثبت أن : $\overleftrightarrow{أ م}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

المعطيات: $\overline{أ ب} = \overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب س}$ ينصف $د(\angle أ ب حـ)$ ، $\overline{حـ ص}$ ينصف $د(\angle أ حـ ب)$

المطلوب: إثبات أن: $\overleftrightarrow{أ م} \perp \overline{ب حـ}$

البرهان: $\because \overline{أ ب} = \overline{أ حـ}$

$\therefore ق(\angle أ ب حـ) = ق(\angle أ حـ ب)$ (١)

$\because \overline{ب س}$ ينصف $\angle أ ب حـ$

$\therefore ق(\angle م ب حـ) = \frac{1}{2} ق(\angle أ ب حـ)$ (٢)

وبالمثل: $\because \overline{حـ ص}$ ينصف $\angle أ حـ ب$

$\therefore ق(\angle م حـ ب) = \frac{1}{2} ق(\angle أ حـ ب)$ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن: $ق(\angle م ب حـ) = ق(\angle م حـ ب)$

$\therefore م ب = م حـ$ أى أن: م على بعدين متساويين من $ب$ ، $حـ$

$\therefore م \in$ محور $\overline{ب حـ}$ (٤)

$\because \overline{أ ب} = \overline{أ حـ}$ أى أن: أ على بعدين متساويين من $ب$ ، $حـ$

$\therefore أ \in$ محور $\overline{ب حـ}$ (٥)

من (٤) ، (٥) : $\therefore \overleftrightarrow{أ م}$ محور $\overline{ب حـ}$

$\therefore \overleftrightarrow{أ م} \perp \overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل:

$\overline{ب ء} \cap \overline{أ حـ} = \{م\}$

، $أ ب = أ ء$ ، $ب حـ = ء حـ$

اثبت أن: م منتصف $\overline{ب ء}$

محور تماثل المثلث المتساوى الساقين

المثلث المتساوى الساقين له محور تماثل واحد هو المستقيم المرسوم من رأسه عموديًا على قاعدته.

فمثلًا: إذا كان $\triangle أ ب حـ$ مثلثًا متساوى الساقين

حيث $\overline{أ ب} = \overline{أ حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

فإن: $\overleftrightarrow{أ ء}$ يسمى محور تماثل للمثلث

$\triangle أ ب حـ$ المتساوى الساقين.



ملاحظتان

١ المثلث المتساوى الأضلاع له ثلاثة محاور تماثل وهى الأعمدة المرسومة من رؤوسه الثلاثة على الأضلاع المقابلة لها.

ففى الشكل المقابل: المستقيمات $ل_1$ ، $ل_2$ ، $ل_3$

محاور تماثل للمثلث $أ ب حـ$ المتساوى الأضلاع.



٢ المثلث المختلف الأضلاع ليس له محاور تماثل.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 5

على نتائج على نظريات المثلث المتساوى الساقين

حل مشكلات • تذكر • تطبيق • تفكير

أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين عموديًا على القاعدة يُسمى .....

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

٣ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى .....

٤ عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوى .....

٥ متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس .....

٦ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين .....

٧ المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عموديًا على القاعدة .....

٨ محور القطعة المستقيمة هو .....

٩ أى نقطة تنتمى لمحور القطعة المستقيمة تكون على بعدين ..... من طرفيها.

١٠ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق(د أ) = ق(د ب) = ٦٠°

فإن : عدد محاور تماثل Δ أ ب حـ هو .....

١١ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق(د أ) = ق(د ب) ≠ ٦٠°

فإن : عدد محاور تماثل Δ أ ب حـ هو .....

١٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = أ حـ ، ق(د أ) = ٦٠°

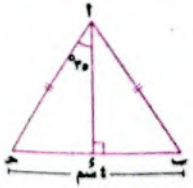
فإن : عدد محاور تماثل Δ أ ب حـ هو .....

٢ فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب = أ حـ ، أ ء ⊥ ب حـ

، ب حـ = ٤ سم ، ق(د أ حـ) = ٢٥°

فأكمل ما يأتى :



١ ق(د ب أ ء) = ...°

٢ ق(د ب أ حـ) = ...°

٣ ق(د ب) = ...°

٤ ب ء = ... سم

٥ محور تماثل المثلث أ ب حـ هو .....

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل أ ب فإن أ حـ - ب حـ =

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

٢ س ص ع مثلث فيه : س ص = س ع ، س م متوسط

إذا كانت : ق(د ص س م) = ٣٠° فإن : ق(د ص س ع) = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٣ ل م ن مثلث فيه : ل م = ل ن ، هـ ∈ م ن بحيث ل هـ ⊥ م ن

فإذا كان : م هـ = ٤ سم فإن : م ن = ... سم

(أ) ١٢ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٢

٤ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية هو ٤٥° فإن عدد محاور تماثله هو .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٥ أ ب حـ مثلث فيه : ق(د أ) = ٤٠° ، ق(د حـ) = ١٠٠°

فإن عدد محاور تماثله هو .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى.

٦ المثلث الذى قياسا زاويتين فيه ٤٥° ، ٦٥° يكون عدد محاور تماثله .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٧ مثلث متساوى الساقين قياس إحدى زواياه الداخلة ٦٠° فإن عدد محاور تماثل هذا المثلث هو .....

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٨ إذا كان Δ أ ب حـ له محور تماثل واحد وفيه : ق(د أ ب حـ) = ١٢٠°

فإن : ق(د أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

موقع التفوق
ALTFW01.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

5 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ومتساوى الساقين

، ب ء ⊥ أ حـ ، أ ء = ٢٠ سم

أوجد : طول أ حـ ، ق (د ء ب حـ)

ثم استنتج أن : Δ ب ء حـ متساوى الساقين.



٤٠٠ سم ، ٤٥°

6 في الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ء ، هـ منتصفا أ ب ، أ حـ على الترتيب

، ب هـ ∩ حـ ء = {م}

أثبت أن : ١ ء م ⊥ ب حـ ٢ أ م ينصف د ب أ حـ



7 في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ

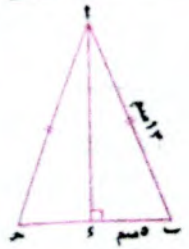
، أ ء ⊥ ب حـ ، أ ب = ١٣ سم

، ب ء = ٥ سم

أوجد :

١ طول ب حـ

٢ مساحة Δ أ ب حـ



١٠٠ سم

٦٠٠ سم²

8 في الشكل المقابل :

أ ب حـ شكل رباعى فيه : أ ء // ب حـ

، ب ء ينصف د أ ب حـ ، أ م ينصف د ب أ ء

أثبت أن : ١ أ ب = أ ء ٢ أ م ⊥ ب ء

٣ ب م = م ء



9 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، أ م ينصف د ب أ حـ

، أ م ∩ ب حـ = {م} ، ء ∈ أ م

برهن أن : ١ ب م = $\frac{1}{2}$ ب حـ ٢ ب ء = حـ ء



10 في الشكل المقابل :

س ، ب ، حـ ، ص على استقامة واحدة

، أ ء متوسط فى Δ أ ب حـ

، ق (د أ ب س) = ق (د أ حـ ص)

أثبت أن : أ ء ⊥ ب حـ



11 في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ء // ب حـ

، ب ء ينصف د أ ب حـ ، أ م ينصف د ب أ ء

أثبت أن : ١ أ ب = أ ء ٢ أ م ⊥ ب ء

٣ ب م = م ء

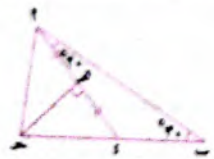
12 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (د ب) = ٣٠°

، ء ∈ ب حـ بحيث : ق (د ب أ ء) = ٢٠°

، م منتصف أ ء ، حـ م ⊥ أ ء

أوجد : ق (د أ حـ م)



٤٠°

5 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، أ م ينصف د ب أ حـ

، أ م ∩ ب حـ = {م} ، ء ∈ أ م

برهن أن : ١ ب م = $\frac{1}{2}$ ب حـ ٢ ب ء = حـ ء

6 في الشكل المقابل :

حـ ∈ ب ء ، ق (د أ حـ ء) = ١٢٠°

، ق (د ب أ م) = ق (د حـ أ م) = ٤٠°

أثبت أن : ١ أ م ⊥ ب حـ ٢ م منتصف ب حـ



7 في الشكل المقابل :

س ، ب ، حـ ، ص على استقامة واحدة

، أ ء متوسط فى Δ أ ب حـ

، ق (د أ ب س) = ق (د أ حـ ص)

أثبت أن : أ ء ⊥ ب حـ

8 في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ء // ب حـ

، ب ء ينصف د أ ب حـ ، أ م ينصف د ب أ ء

أثبت أن : ١ أ ب = أ ء ٢ أ م ⊥ ب ء

٣ ب م = م ء

9 في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (د ب) = ٣٠°

، ء ∈ ب حـ بحيث : ق (د ب أ ء) = ٢٠°

، م منتصف أ ء ، حـ م ⊥ أ ء

أوجد : ق (د أ حـ م)

٤٠°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

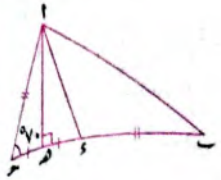
١٣ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (د حـ) = ٧٠°

، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث : ب ء = أ حـ

، هـ منتصف $\overline{ء حـ}$ ، $\overline{أ هـ} \perp \overline{ء حـ}$

أوجد : ق (د ب)



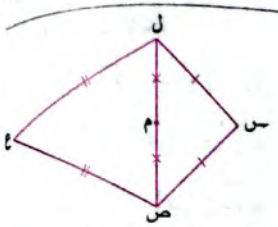
«٢٥°»

١٤ في الشكل المقابل :

س ص = س ل ، ع ص = ع ل

، ل م = ص م

أثبت أن : س ، م ، ع على استقامة واحدة.

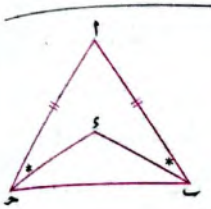


١٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء نقطة داخله

بحيث ق (د أ ب ء) = ق (د أ حـ ء) ، أ ب = أ حـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أ ء}$ هو محور $\overline{ب حـ}$

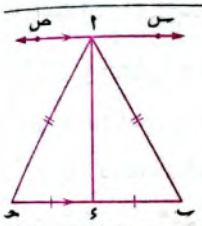


١٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

، $\overleftrightarrow{س ص}$ يمر بالرأس أ بحيث $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : $\overline{أ ء} \perp \overleftrightarrow{س ص}$



١٧ في الشكل المقابل :

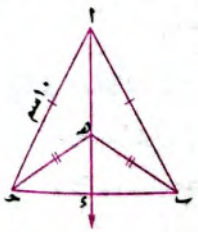
أ ب = أ حـ = ١٠ سم ، هـ ب = هـ حـ

، $\overleftrightarrow{أ هـ} \cap \overline{ب حـ} = \{ء\}$

أثبت أن : ب ء = ء حـ

وإذا كان : ب حـ = ٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{أ ء}$



«٣ سم ، $\sqrt{91}$ سم»

موقع التفوق

١٨ في الشكل المقابل :

$\overline{أ حـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$ ، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، م ب = م حـ

أثبت أن : [١] Δ أ م ء متساوى الساقين.

[٢] محور تماثل Δ أ م ء هو نفسه محور تماثل Δ ب م حـ



١٩ في الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ء ∈ $\overleftarrow{أ ب}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{أ حـ}$

، $\overleftarrow{ب و}$ ينصف د ء ب حـ ، $\overleftarrow{حـ و}$ ينصف د ب حـ هـ

أثبت أن : [١] Δ ب و حـ متساوى الساقين.

[٢] $\overleftrightarrow{أ و}$ محور تماثل $\overline{ب حـ}$

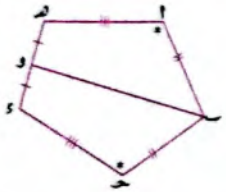


٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب = ب حـ ، أ هـ = حـ ء

، ق (د ب أ هـ) = ق (د ب حـ ء) ، و منتصف $\overline{ء هـ}$

برهن أن : $\overline{ب و} \perp \overline{ء هـ}$



٢١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء ، ب حـ = ء حـ فإن : $\overleftrightarrow{أ حـ}$ ..... $\overline{ب ء}$

(أ) يوازى (ب) يساوى (جـ) محور تماثل (د) يطابق

[٢] المثلث الذى أطوال أضلاعه ٢ سم ، (س + ٣) سم ، ٥ سم يكون متساوى الساقين

عندما س = ... سم

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

[٣] إذا كان طول أى ضلع فى مثلث = $\frac{١}{٣}$ محيط المثلث ، فإن عدد محاور التماثل للمثلث

يساوى .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ إذا كان : $\overleftrightarrow{س ص}$ هو محور تماثل $\overline{أ ب}$ فإن : .....

(أ) أ س = ب ص (ب) أ س = ب س

(جـ) ب ص = س ص (د) أ ص = ب س

٥ فى المعين أ ب حـ ء يكون محور تماثل $\overline{أ حـ}$ هو .....

(أ) $\overleftrightarrow{ب ء}$ (ب) $\overleftrightarrow{أ ب}$ (جـ) $\overleftrightarrow{أ ء}$ (د) $\overleftrightarrow{حـ ء}$

٦ فى المربع أ ب حـ ء يكون $\overleftrightarrow{ب ء}$ هو محور تماثل .....

(أ) $\overline{أ ب}$ (ب) $\overline{أ حـ}$ (جـ) $\overline{أ ء}$ (د) $\overline{حـ ء}$

للمتفوقين

٢٢ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

ق (د أ ب حـ) = ١٣٠°

، هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ، و منتصف $\overline{ب حـ}$

، $\overline{ء هـ} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ء و} \perp \overline{ب حـ}$

أوجد : ق (د أ ء حـ)



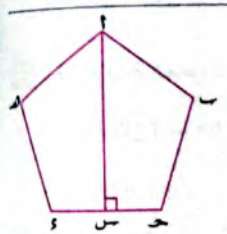
١٠٠°

٢٣ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء هـ شكل خماسى منتظم

، $\overline{أ س} \perp \overline{حـ ء}$

أوجد : ق (د ء أ س)



١٨٠°



عجائب الأرقام

. اختر أى عدد موجب مكون من رقمين.
. بدّل مكان الرقمين لتحصل على عدد جديد.
. اطرح العدد الأصغر من العدد الأكبر
. هل باقى الطرح يقبل القسمة على ٩ ؟

كرر مع أعداد أخرى

موقع التفوق
ALtfwok

الوحدة 5

التباين

الدرس الأول : التباين.

الدرس الثانى: المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث.

الدرس الثالث: المقارنة بين أطوال الأضلاع فى المثلث.

الدرس الرابع: متباينة المثلث.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم التباين.
- يتعرف مسلمات علاقة التباين.
- يقارن بين قياسات الزوايا فى المثلث.
- يستنتج العلاقة بين قياسى زاويتين فى مثلث عندما يكون الضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين غير متساويين فى الطول.
- يقارن بين أطوال الأضلاع فى المثلث.
- يستنتج العلاقة بين طولى ضلعين فى مثلث عندما تكون الزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين غير متساويتين فى القياس.
- يتعرف متباينة المثلث.
- يستخدم مسلمات علاقة التباين ومتباينة المثلث فى حل المشكلات فى الهندسة.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 1

التباين

مفهوم التباين

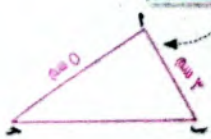
• تعرضنا خلال دراستنا لمجموعات الأعداد إلى علاقة التباين وهى العلاقة التى تستخدم للمقارنة بين عددين مختلفين ونعبر عنها بإحدى العلامتين الآتيتين :

العلامة $>$ وتقرأ ← « أكبر من » (أو) العلامة $<$ وتقرأ ← « أصغر من »

ولما كانت أطوال القطع المستقيمة وكذلك قياسات الزوايا هى عبارة عن أعداد فإننا نستخدم علاقة التباين للمقارنة بين طولى قطعتين مستقيمتين أو قياسى زاويتين.

• فمثلاً فى Δ أ ب حـ :

أ ب < أ حـ



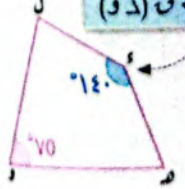
إذا كان : أ حـ = ٥ سم ، أ ب = ٣ سم فإننا نستنتج أن :

طول $\overline{أحـ}$ أكبر من طول $\overline{أب}$ ونكتب أ حـ > أ ب

أ، طول $\overline{أب}$ أصغر من طول $\overline{أحـ}$ ونكتب أ ب < أ حـ

• وبالمثل فى الشكل ء ل و :

ق (د ء) > ق (د و)



إذا كان : ق (د ء) = ١٤٠° ، ق (د و) = ٧٥° فإننا نستنتج أن :

ق (د ء) أكبر من ق (د و) ونكتب ق (د ء) > ق (د و)

أ، ق (د و) أصغر من ق (د ء) ونكتب ق (د و) < ق (د ء)

• وفيما يلى نذكر الطالب بمسلمات علاقة التباين والتى سبق له دراستها.

مسلمات علاقة التباين

لأى أربعة أعداد أ ، ب ، حـ ، ء :

١ إذا كان : أ > ب	فإن : أ + حـ > ب + حـ
٢ إذا كان : أ > ب	فإن : أ - حـ > ب - حـ
٣ إذا كان : أ > ب ، حـ > ٠	فإن : أ حـ > ب حـ
٤ إذا كان : أ > ب ، ب > حـ	فإن : أ > حـ
٥ إذا كان : أ > ب ، حـ > ء	فإن : أ + حـ > ب + ء

مثال ١

فى الشكل المقابل :



إذا كانت : ب ، حـ تنتميان إلى $\overline{أء}$ بحيث أ ب > حـ ء

فأثبت أن : أ حـ > ب ء

الحل

المعطيات : ب ، حـ تنتميان إلى $\overline{أء}$ ، أ ب > حـ ء

المطلوب : إثبات أن : أ حـ > ب ء

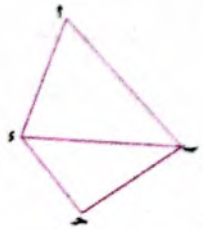
البرهان : ∵ أ ب > حـ ء (معطى)

∴ أ ب + ب حـ > حـ ء + ب حـ (وبإضافة ب حـ للطرفين)

∴ أ حـ > ب ء (وهو المطلوب)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (د أ ء ب) > ق (د أ ب ء)

، ق (د حـ ب ء) > ق (د حـ ء ب)

فأثبت أن : ق (د أ ء حـ) > ق (د أ ب حـ)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

المعطيات: ق(د أوب) > ق(د أسء) ، ق(د حسء) < ق(د حوب)

المطلوب: إثبات أن: ق(د أوحـ) > ق(د أسحـ)

البرهان: ∵ ق(د حسء) < ق(د حوب) (معطى)

∴ ق(د حوب) > ق(د حسء) (١)

، ∵ ق(د أوب) > ق(د أسء) (معطى) (٢)

بجمع (١) ، (٢):

∴ ق(د حوب) + ق(د أوب) > ق(د حسء) + ق(د أسء)

∴ ق(د أوحـ) > ق(د أسحـ) (وهو المطلوب)

مثال ٣

في الشكل المقابل:

إذا كان: ق(د أسحـ) > ق(د أحسـ)

، سء = وحـ

فأثبت أن: ق(د أسء) > ق(د أحء)

الحل

المعطيات: ق(د أسحـ) > ق(د أحسـ) ، سء = وحـ

المطلوب: إثبات أن: ق(د أسء) > ق(د أحء)

البرهان: ∵ سء = وحـ

∴ ق(د سأحـ) = ق(د حسـ) (١)

، ∵ ق(د أسحـ) > ق(د أحسـ) (معطى) (٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ ق(د أسحـ) - ق(د سأحـ) > ق(د أحسـ) - ق(د حسـ)

∴ ق(د أسء) > ق(د أحء)

(وهو المطلوب)

تذكر أن

قياس أي زاوية خارجة للمثلث أكبر من قياس أي زاوية داخلة ما عدا المجاورة لها.

حاول بنفسك

في الشكل المقابل:

أسحـ متوازي أضلاع ، هـ ∈ حـسـ

أثبت أن: ق(د أسهـ) > ق(د أحء)



عجائب الأرقام



اختر عددًا صحيحًا من ١ إلى ٩، اضربه في ٩ ثم اضرب الناتج في ١٢٣٤٥٦٧٩

لاحظ الناتج!

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

على التباين

1 أكمل كلاً مما يأتي بوضع علامة > أو < مكان النقط :



في الشكل المقابل :

إذا كانت حـ ، ب تنتميان إلى $\overrightarrow{أ ء}$

بحيث ء حـ < ء ب

فإن أ حـ ..... ء ب



في الشكل المقابل :

إذا كانت ب ، حـ تنتميان إلى $\overrightarrow{أ ء}$

بحيث أ ب > حـ ء

فإن أ حـ ..... ب ء

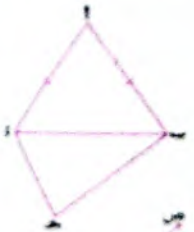


في الشكل المقابل :

إذا كانت حـ ∈ $\overrightarrow{س ص}$ ، ق (د أ حـ س) = ٢٥°

، ق (د ب حـ ص) = ٤٥°

فإن ق (د س حـ ب) ..... ق (د أ حـ ص)

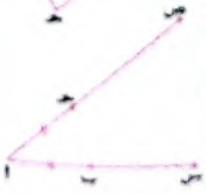


في الشكل المقابل :

أ ب = أ ء

، ق (د ء ب حـ) < ق (د حـ ء ب)

فإن ق (د أ ب حـ) ..... ق (د أ ء حـ)



في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب = أ حـ

، أ ص > أ س

فإن ب س ..... حـ ص



في الشكل المقابل :

ق (د أ) > ق (د ٢) ، ق (د ٢) > ق (د ١)

فإن : ق (د أ ب حـ) ..... ق (د أ حـ ب)



في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب حـ مثلث

، حـ ∈ $\overline{ب ء}$ ، ص ∈ $\overline{حـ ء}$

فإن : ق (د أ ء ص) ..... ق (د ء أ حـ)

، ق (د أ ب حـ) ..... ق (د أ ء ص)

2 استعن بالشكل المقابل في ترتيب القياسات المعطاة تصاعدياً



حيث ب ، حـ ، ء ، ص

على استقامة واحدة في ترتيب.

١ ق (د ١) ، ق (د ٣)

٢ ق (د ٤) ، ق (د ٢)

٣ ق (د ٥) ، ق (د ٣)

٤ ق (د ٣) ، ق (د ٦)

٥ ق (د ٣) ، ق (د ١) ، ق (د ٥)

٦ ق (د ٣) ، ق (د ٥) ، ق (د ٧)

٧ ق (د ٣) ، ق (د ١) ، ق (د ٧) ، ق (د ٥)

3 في الشكل المقابل :



ص ∈ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

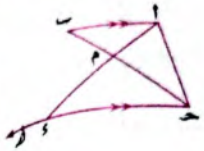
، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

اثبت أن : أ حـ > أ ص

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ في الشكل المقابل :



$\overline{أب} \parallel \overleftrightarrow{حء}$ ، $\overleftrightarrow{أء} \cap \overline{حب} = \{م\}$

، $هـ \in \overleftrightarrow{حء}$ ، $هـ \notin \overline{حء}$

أثبت أن : ١ $ق(د أحء) > ق(د أبحـ)$

٢ $ق(د أء هـ) > ق(د أبحـ)$

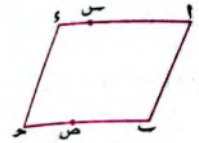
٥ في الشكل المقابل :



$هـ \in \overleftrightarrow{حب}$ ، م منتصف كل من : $\overline{أحـ}$ ، $\overline{بء}$

أثبت أن : $ق(د أبهـ) > ق(د أحء)$

٦ في الشكل المقابل :

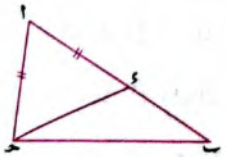


أبحء متوازى أضلاع ، $س \in \overline{أء}$

، $ص \in \overline{بحـ}$ بحيث $ء س < بـ ص$

أثبت أن : $أ س + أبـ > حـ ص + حء$

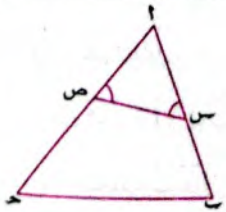
٧ في الشكل المقابل :



$ء \in \overline{أب}$ حيث $أء = أحـ$

أثبت أن : $ق(د أحبـ) > ق(د ب)$

٨ في الشكل المقابل :



أبحـ مثلث فيه : $أحـ > أبـ$

، $س \in \overline{أب}$ ، $ص \in \overline{أحـ}$

بحيث $ق(د أس ص) = ق(د أص س)$

أثبت أن : $ص حـ > س بـ$

٩ في الشكل المقابل :

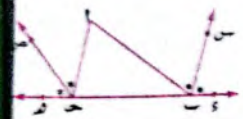


أبحـ مثلث فيه :

$\overline{أب} \equiv \overline{أحـ}$ ، $ء \in \overline{أب}$

أثبت أن : $ق(د أء حـ) > ق(د أحبـ)$

١٠ في الشكل المقابل :



$ب \in \overleftrightarrow{هـ ء}$ ، $حـ \in \overleftrightarrow{هـ ء}$ بحيث :

$ق(د أحبـ) > ق(د أبـحـ)$

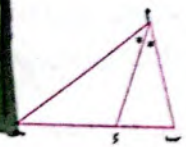
، $\overleftrightarrow{بس}$ ينصف $د أبـ ء$ ، $\overleftrightarrow{حـ ص}$ ينصف $د أحـ هـ$

أثبت أن : $ق(د أبـ س) > ق(د أحـ ص)$

١١ م نقطة داخل المثلث أبحـ أثبت أن : $ق(د أم بـ) > ق(د حـ)$

للمتفوقين

١٢ في الشكل المقابل :

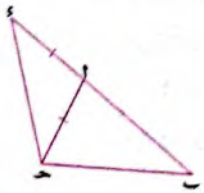


أبحـ مثلث فيه : $ق(د ب) > ق(د حـ)$

، $ء \in \overline{بحـ}$ بحيث $\overleftrightarrow{أء}$ ينصف $د بـ أحـ$

أثبت أن : $د أء حـ$ منفرجة.

١٣ في الشكل المقابل :



أبحـ مثلث فيه : $ق(د أحبـ) > ق(د أبـحـ)$

، $أ \in \overline{بء}$ بحيث $أحـ = أء$

أثبت أن : $د بـ حـ ء$ منفرجة.

موقع المتفوق
ALTFW0١٢.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



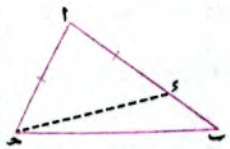
الدرس 2

المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث

- من دراستنا للوحدة السابقة تعلمنا أنه إذا تطابق ضلعان فى مثلث فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين تكونان متساويتين فى القياس.
- وفيما يلى سوف ندرس العلاقة بين قياسى زاويتين فى مثلث عندما يكون الضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين غير متساويين فى الطول.

نظرية

إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.



المعطيات : $\triangle$ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب > أ حـ

المطلوب : إثبات أن : ق(د أ حـ ب) > ق(د أ ب حـ)

العمل : نأخذ نقطة ء $\in \overline{أ ب}$ بحيث أ ء = أ حـ

البرهان : فى المثلث أ حـ ء :

∵ أ ء = أ حـ

∴ ق(د أ ء حـ) = ق(د أ حـ ء)

(١)

، ∵ د أ ء حـ خارجة عن المثلث ء ب حـ

∴ ق(د أ ء حـ) > ق(د ب) (*) (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ق(د أ حـ ء) > ق(د ب)

، ∵ ق(د أ حـ ب) > ق(د أ حـ ء)

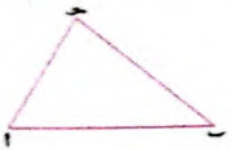
∴ ق(د أ حـ ب) > ق(د أ ب حـ) (وهو المطلوب)

ملاحظة

أكبر زوايا المثلث فى القياس تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً وقياسها أكبر من ٦٠°

وأصغر زوايا المثلث فى القياس تقابل أصغر أضلاع المثلث طولاً وقياسها أقل من ٦٠°

أى أنه : فى المثلث أ ب حـ



إذا كان : أ ب > ب حـ > أ حـ

فإن : ق(د حـ) > ق(د أ) > ق(د ب)

، ق(د حـ) > ٦٠° ، ق(د ب) < ٦٠°

مثال ١

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٢ سم ، حـ ء = ٣ سم ، ء أ = ٤ سم

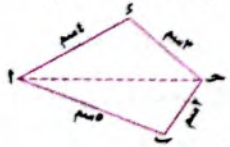
أثبت أن : ق(د ء حـ ب) > ق(د ء أ ب)

الحل

المعطيات : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٢ سم ، حـ ء = ٣ سم ، ء أ = ٤ سم

المطلوب : إثبات أن : ق(د ء حـ ب) > ق(د ء أ ب)

العمل : نرسم $\overline{أ حـ}$



البرهان : فى $\triangle$ أ حـ ء : ∵ أ ء = ٤ سم ، حـ ء = ٣ سم

∴ أ ء > حـ ء

∴ ق(د أ حـ ء) > ق(د حـ أ ء) (١)

(*) تذكر : قياس أى زاوية خارجة للمثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة ما عدا المجاورة لها.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

فى Δ ا ب حـ : ∵ ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ٢ سم

∴ ا ب > ب حـ

∴ ق (د ا حـ ب) > ق (د ب ا حـ) (١)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د ا حـ ء) + ق (د ا حـ ب) > ق (د ب حـ ا) + ق (د ب ا حـ)

∴ ق (د ء حـ ب) > ق (د ء ا ب) (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان Δ س ص ع فيه : س ع > س ص

فإن : ق (د ع) ..... ق (د ص)

(أ) <　　(ب) >

(جـ) =　　(د) ≤

٢ مثلث ا ب حـ فيه : ا ب = ٨ سم ، ا حـ = ١٠ سم فإن : .....

(أ) ق (د ا) > ق (د ب)　　(ب) ق (د ب) > ق (د حـ)

(جـ) ق (د ب) < ق (د حـ)　　(د) ق (د ب) > ق (د ا)

٣ مثلث س ص ع فيه : س ص = ٤ سم ، ص ع = ٨ سم ، س ع = ٦ سم

فإن : .....

(أ) ق (د ع) > ق (د ص)　　(ب) ق (د ع) > ق (د س)

(جـ) ق (د س) < ق (د ص)　　(د) ق (د ع) > ق (د ص)

٤ فى Δ ا ب حـ : ا ب = ٣ سم ، ب حـ = ٥ سم ، ا حـ = ٤ سم

فإن الترتيب التصاعدى لقياسات زوايا المثلث ا ب حـ هو .....

(أ) د حـ ، د ب ، د ا　　(ب) د حـ ، د ا ، د ب

(جـ) د ا ، د ب ، د حـ　　(د) د ب ، د ا ، د حـ

مثال ٢

ا ب حـ مثلث فيه : ا ب > ا حـ ، نُصفت زاوية ب ا حـ بالمنصف $\overline{ا ء}$ فقطع $\overline{ب حـ}$ فى ء

اثبت أن : المثلث ا ب ء منفرج الزاوية.

الحل



المعطيات ا ب حـ مثلث فيه : ا ب > ا حـ ، $\overline{ا ء}$ ينصف د ب ا حـ

المطلوب إثبات أن : Δ ا ب ء منفرج الزاوية.

البرهان

فى Δ ا ب حـ : ∵ ا ب > ا حـ ∴ ق (د ١) > ق (د ٢)

، ∵ $\overline{ا ء}$ ينصف د ب ا حـ ∴ ق (د ٣) = ق (د ٤)

∴ ق (د ١) + ق (د ٤) > ق (د ٢) + ق (د ٣)

ولكن ق (د ١) + ق (د ٤) = ق (د ٥) (*)

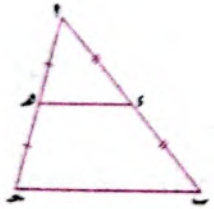
(لأن د ٥ خارجة عن Δ ا ء حـ)

∴ ق (د ٥) > ق (د ٢) + ق (د ٣) (**)

∴ Δ ا ب ء منفرج الزاوية. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

فى الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث فيه : ا ب > ا حـ

ء ، هـ منتصفا $\overline{ا ب}$ ، $\overline{ا حـ}$ على الترتيب.

أثبت أن : ق (د ا هـ ء) > ق (د ا ء هـ)

(*) تذكر : قياس أى زاوية خارجة للمثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا قياس المجاورة لها.

(**) تذكر : إذا كان قياس زاوية فى مثلث أكبر من مجموع قياسى الزاويتين الأخريين فإن هذه الزاوية منفرجة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 7

على المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث

٢ حل مشكلات

١ أكمل ما يأتي :

- (١) إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية .....
- (٢) في Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٦ سم
فإن أصغر زواياه في القياس هي .....
- (٣) في Δ ء هـ و إذا كان : ء هـ > هـ و فإن : ق (∠ د و) > .....
- (٤) في أي مثلث أ ب حـ إذا كان : أ ب > أ حـ > ب حـ
فإن : ق (∠ .....) < ق (∠ .....) < ق (∠ .....)

٢ في كل من الأشكال التالية أكمل باستخدام < أو > :

(١) ق (∠ أ) ..... ق (∠ ب)
ق (∠ أ) ..... ق (∠ حـ)
ق (∠ ب) ..... ق (∠ حـ)

(٢) ق (∠ ب) ..... ق (∠ ح)
ق (∠ ص) ..... ق (∠ س)
ق (∠ ص) ..... ق (∠ ع)

(٣) ق (∠ ب أ حـ) ..... ق (∠ ب حـ أ)
ق (∠ ء أ حـ) ..... ق (∠ ء حـ أ)
ق (∠ ب حـ ء) ..... ق (∠ ب أ ء)

٣ رتب قياسات زوايا المثلث أ ب حـ في كل من الحالتين الآتيتين ترتيبًا تصاعديًا :

(١) إذا كان : أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ١٠ سم

(٢) إذا كان : أ ب = ٧,٤ سم ، ب حـ = ٨,٥ سم ، أ حـ = ٦ سم

٤ في الشكل المقابل :

أ حـ > أ ب

، ء ب = ء حـ

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) > ق (∠ أ حـ ء)

٥ في الشكل المقابل :

س ص > س ل

، ص ع > ع ل

برهن أن : ق (∠ س ل ع) > ق (∠ س ص ع)

٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : أ ء = ء حـ ، ب حـ > أ ب

برهن أن : ق (∠ د أ) > ق (∠ د حـ)

٧ أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : $\overline{أب}$ أكبر الأضلاع طولاً ، $\overline{حء}$ أصغر الأضلاع طولاً

أثبت أن : ق (∠ ب حـ ء) > ق (∠ ب أ ء)

٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، $\overline{بم}$ ينصف ∠ أ ب حـ

، $\overline{حم}$ ينصف ∠ أ حـ ب فإذا كان : م حـ > م ب

برهن أن : ق (∠ أ ب حـ) > ق (∠ أ حـ ب)

٩ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ

، ء ب > ء حـ

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) > ق (∠ أ حـ ء)

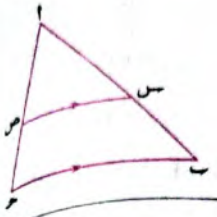
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب > أ حـ

، س ص // ب حـ

برهن أن : ق (د أ ص س) > ق (د أ س ص)

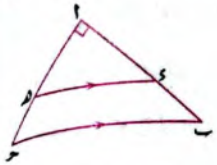


١١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (د أ) = ٩٠° ، أ ب > أ حـ

، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ ، ء هـ // ب حـ

أثبت أن : ق (د أ هـ ء) > ٤٥°

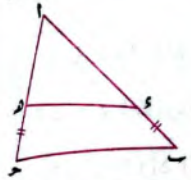


١٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب > أ حـ ، ء ∈ أ ب

، هـ ∈ أ حـ بحيث ب ء = حـ هـ

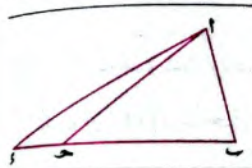
أثبت أن : ق (د أ هـ ء) > ق (د أ ء هـ)



١٣ في الشكل المقابل :

حـ ∈ ب ء بحيث أ حـ > أ ب

أثبت أن : ق (د أ ب ء) > ق (د ء)



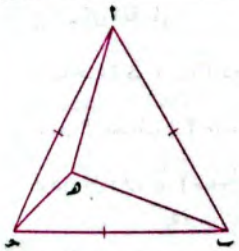
١٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع ، هـ نقطة داخله

، ق (د هـ حـ ب) > ق (د هـ ب حـ) .

برهن أن : ١ ق (د أ ب هـ) > ق (د أ حـ هـ)

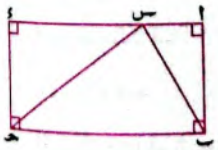
٢ ق (د أ) > ق (د أ ب هـ) > ق (د أ حـ هـ)



١٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل ، س ∈ أ ء بحيث س حـ > س ب

أثبت أن : ق (د أ ب س) < ق (د س حـ ء)



١٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ٧ سم

، ء ∈ أ ب بحيث أ ء = ٥ سم ، هـ ∈ أ حـ بحيث حـ هـ = ٤ سم

أثبت أن : ق (د أ هـ ء) > ٦٠°



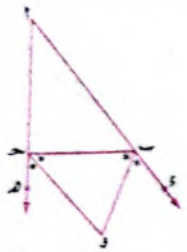
١٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب > أ حـ

، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ ، ب و ينصف د ء ب حـ

، حـ و ينصف د ب حـ هـ

أثبت أن : ق (د و ب حـ) > ق (د ب حـ و)



١٨ أ ب حـ مثلث ، ء نقطة داخل المثلث فإذا كان : ء أ > ء ب > ء حـ

فأثبت أن : ق (د أ ب حـ) > ق (د ء أ حـ) + ق (د ء ب حـ)

١٩ أ ب حـ مثلث ، أ ء ، حـ هـ متوسطان فيه تقاطعا فى م فإذا كان : م ء > م هـ

فبرهن أن : ق (د حـ أ م) > ق (د م حـ أ)

٢٠ Δ أ ب حـ فيه : أ ب > أ حـ ، ء منتصف أ ب ، رسم ء هـ // أ حـ ويقطع ب حـ فى هـ

برهن أن : ق (د حـ أ هـ) > ق (د ء أ هـ)

٢١ في الشكل المقابل :

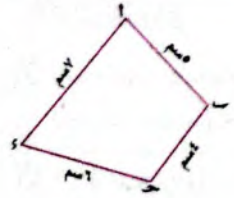
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٥ سم

، ب حـ = ٤ سم ، حـ ء = ٦ سم ، ء أ = ٧ سم

أثبت أن : ١ ق (د أ ب حـ) > ق (د أ ء حـ)

٢ ق (د ب حـ ء) > ق (د ب أ ء)

٣ ق (د ب) + ق (د حـ) > ١٨٠°

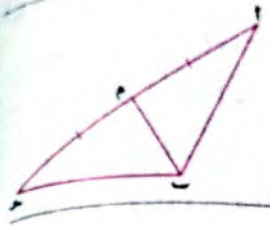


موقع التفوق

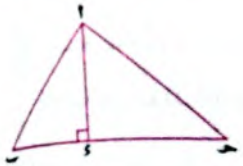
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



[١٦] في الشكل المقابل :
أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (د أ) = ٩٠°
، أ م متوسط في المثلث أ ب ء ، م س // ء حـ
، م س ∩ ب حـ = {س} فإذا كان أ م > م س
فأثبت أن : ق (د حـ) > ق (د ء ب حـ)



[١٧] في الشكل المقابل :
ب م متوسط في Δ أ ب حـ
، ب م < أ م
برهن أن : د أ ب حـ منفرجة.



[١٨] في الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث فيه : أ حـ > أ ب
، أ ء ⊥ ب حـ قطعها في ء
برهن أن : ق (د ب أ ء) > ق (د حـ أ ء)

[١٩] أ ب حـ مثلث ، أ ء ينصف زاوية أ ويقطع ب حـ في ء فإذا كان أ حـ > أ ب
فبرهن أن : د أ ء حـ منفرجة.

[٢٠] أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه : أ حـ > ب ء برهن أن : د ء منفرجة.

للمتفوقين

[٢١] أ ب حـ مثلث ، ء منتصف ب حـ فإذا كان محيط Δ أ حـ ء > محيط Δ أ ب ء
فأثبت أن : ق (د ب) > ق (د حـ)

[٢٢] في الشكل المقابل :
أ ب > أ حـ ، ء ب = ء حـ
برهن أن : ق (د ب أ ء) > ق (د حـ أ ء)





الدرس 3

المقارنة بين أطوال الأضلاع في المثلث

موقع التفوق
ALtFwoK

• من دراستنا للوحدة السابقة تعلمنا أنه إذا تساوت زاويتان في القياس في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متساويين في الطول.

• وفيما يلي سوف ندرس العلاقة بين طولي ضلعين في مثلث عندما تكون الزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين غير متساويتين في القياس.

نظرية

إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول من الذي يقابل الأخرى.



المعطيات | Δ أ ب حـ فيه : ق (د حـ) > ق (د ب)

المطلوب | إثبات أن : أ ب > أ حـ

البرهان | ∵ أ ب ، أ حـ قطعتان مستقيمتان.

∴ يجب أن تتحقق إحدى الحالات الآتية :

١ أ ب > أ حـ ٢ أ ب = أ حـ ٣ أ ب < أ حـ

إذا لم يكن أ ب > أ حـ

فإما أ ب = أ حـ أ، أ ب < أ حـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

• إذا كان : أب = أحـ

فإن : ق (د حـ) = ق (د ب)

وهذا يخالف المعطى حيث : ق (د حـ) > ق (د ب)

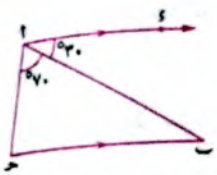
• وإذا كان : أب < أحـ

فإن : ق (د حـ) < ق (د ب) حسب النظرية السابقة

وهذا أيضًا يخالف المعطى حيث : ق (د حـ) > ق (د ب)

∴ يجب أن يكون : أب < أحـ (وهو المطلوب)

مثال ١



في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (د ب أ حـ) = ٧٠°

، أ ء // ب حـ ، ق (د ء أ ب) = ٣٠°

أثبت أن : أب < أحـ

الحل

المعطيات : أ ء // ب حـ ، ق (د ب أ حـ) = ٧٠° ، ق (د ء أ ب) = ٣٠°

المطلوب : إثبات أن : أب < أحـ

البرهان : ∵ أ ء // ب حـ ، أ ب قاطع لهما

∴ ق (د ب) = ق (د ء أ ب) = ٣٠° (بالتبادل)(*)

∴ في Δ أ ب حـ :

ق (د حـ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٧٠°) = ٨٠°

∴ ق (د حـ) > ق (د ب)

∴ أب < أحـ (وهو المطلوب)

(*) تذكر : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس.

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

نتيجة ١

في المثلث القائم الزاوية يكون الوتر هو أطول أضلاع المثلث.



ففي الشكل المقابل :

إذا كان أ ب حـ مثلثًا قائم الزاوية في ب

فإن : ق (د ب) > ق (د أ) ، ق (د ب) > ق (د حـ)

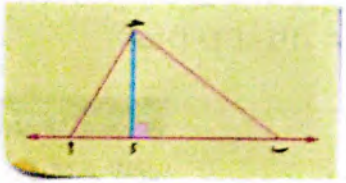
لأن : د ب قائمة ، وكل من : د أ ، د حـ حادة

وبالتالي يكون : أ حـ > ب حـ ، أ حـ > أ ب (حسب النظرية السابقة)

• لاحظ أنه : في المثلث المنفرج الزاوية الضلع المقابل للزاوية المنفرجة هو أطول أضلاع المثلث.

نتيجة ٢

طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أي قطعة مستقيمة مرسومة من هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم.



ففي الشكل المقابل :

إذا كانت : حـ ∉ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، ء ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$

بحيث $\overline{حـ ء}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أ ب}$

فإن : $\overline{حـ ب}$ وتر في Δ حـ ء ب القائم الزاوية في ء

، $\overline{حـ أ}$ وتر في Δ حـ ء أ القائم الزاوية في ء ، وهكذا ...

وحسب نتيجة ① يكون : حـ ب > حـ ء ، حـ أ > حـ ء ، وهكذا ...

أي أن : حـ ء < حـ ب ، حـ ء < حـ أ

تعريف

بُعد أي نقطة عن مستقيم معلوم هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم المعلوم.

ففي الشكل السابق : بُعد النقطة حـ عن $\overleftrightarrow{أ ب}$ هو طول $\overline{حـ ء}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال 2

في الشكل المقابل :

أ ب جـ د شكل رباعي فيه : س ، ص ، ع منتصفات $\overline{أب}$ ، $\overline{أء}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب ، ق (∠ ب ء جـ) = ٩٠°

أثبت أن : ء ع > س ص



الحل

المعطيات : س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أء}$ ، ع منتصف $\overline{ب جـ}$ ، ق (∠ ب ء جـ) = ٩٠°

المطلوب : إثبات أن : ء ع > س ص

البرهان : في Δ أ ب ء : ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أء}$

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ ب ء (١)

، في Δ ب ء جـ : ∵ ق (∠ ب ء جـ) = ٩٠° ، ع منتصف $\overline{ب جـ}$

∴ ء ع = $\frac{1}{2}$ ب جـ (٢)

، ∵ $\overline{ب جـ}$ وتر المثلث ب ء جـ ∴ ب جـ > ب ء

∴ $\frac{1}{2}$ ب جـ > $\frac{1}{2}$ ب ء (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ء ع > س ص (وهو المطلوب)

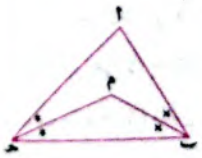
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث فيه : أ جـ > أ ب

، $\overline{ب م}$ ينصف ∠ أ ب جـ ، $\overline{جـ م}$ ينصف ∠ أ جـ ب

أثبت أن : م جـ > م ب



(*) تذكر القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصف طوله.

على المقارنة بين أطوال الأضلاع في المثلث

تذكر • تفكير • تحدي • حل مشكلات

موقع التفوق
ALTFW0K.COM

١ أكمل ما يأتي :

١ إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع .....
وإذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية .....

٢ أصغر زوايا المثلث قياسًا يقابلها .....

٣ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو .....

٤ أقصر بُعد بين نقطة معلومة ومستقيم معلوم هو .....

٥ أ ب جـ مثلث فيه : ق (∠ جـ) = ١١٠° يكون أكبر أضلاعه طولاً هو .....

٦ إذا كان أ ب جـ مثلثًا فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٣٠°
فإن أصغر أضلاع المثلث طولاً هو .....

٧ إذا كان أ ب جـ مثلثًا فيه : ق (∠ أ) = ق (∠ ب) + ق (∠ جـ)
فإن أكبر الأضلاع طولاً هو .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في Δ أ ب جـ إذا كان : ق (∠ ب) > ق (∠ جـ) فإن : .....
(أ) أ ب > أ جـ (ب) ب جـ > أ جـ (جـ) أ جـ > أ ب (د) أ ب > ب جـ

٢ إذا كان أ ب جـ مثلثًا فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° فإن : .....
(أ) أ جـ > جـ ب (ب) أ ب > أ جـ (جـ) ب جـ > أ جـ (د) أ ب = أ جـ

٣ إذا كان أ ب جـ مثلثًا فيه : ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (∠ ب) = ٧٠° فإن : .....
(أ) أ ب > أ جـ (ب) أ ب > أ جـ (جـ) $\overline{أب} \perp \overline{أجـ}$ (د) أ ب = أ جـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

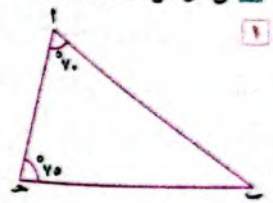
٤ في Δ س ص ع إذا كان : ق(د س) = ١١٠° ، ق(د ص) = ٤٠°

فإن : س ص ..... س ع

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) //

٣ في كل من الأشكال التالية أكمل باستخدام < أو > :

١

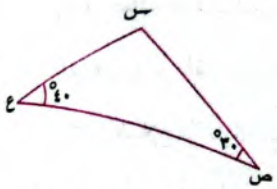


أ ب ..... أ حـ

أ ب ..... ب حـ

أ حـ ..... ب حـ

٢

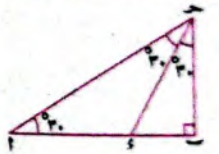


س ص ..... س ع

ص ع ..... س ص

ص ع ..... س ع

٣



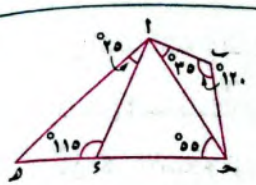
أ حـ ..... ب حـ

ب حـ ..... ء ب

أ حـ ..... ب ء

حـ أ ..... ء حـ

٤



ب حـ ..... أ ب

حـ ء ..... حـ أ

أ ء ..... أ د

حـ ء ..... أ ء

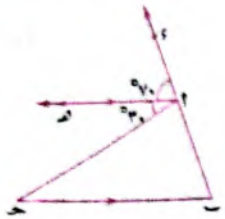
٤ Δ س ص ع فيه : ق(د س) = ٤٥° ، ق(د ص) = ٨٥° ، ق(د ع) = ٥٠°

رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعديًا.

٥ Δ أ ب حـ فيه : ق(د أ) = ٤٠° ، ق(د ب) = ٧٥°

رتب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا.

٦ في الشكل المقابل :



أ د // ب حـ ، ق(د ء أ د) = ٧٠°

، ق(د د أ حـ) = ٣٠°

أثبت أن : أ حـ > أ ب

٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، ء ∈ حـ ب ، د ∈ أ حـ

، ق(د أ ب ء) = ١١٠° ، ق(د ب حـ د) = ١٢٠°

برهن أن : أ ب > ب حـ

٨ في الشكل المقابل :



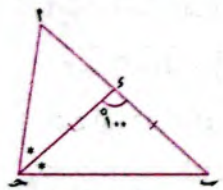
أ ب = أ حـ

، ق(د أ ب حـ) = ٦٥° ، ق(د أ حـ ء) = ٢٠°

، أ ∈ ب ء

برهن أن : أ ب > أ ء

٩ في الشكل المقابل :

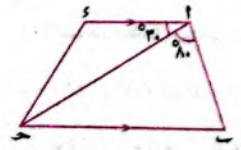


أ ب حـ مثلث ، حـ ء ينصف د حـ ويقطع أ ب في ء

، ق(د ب ء حـ) = ١٠٠° ، ء ب = ء حـ

برهن أن : أ حـ > ء ب

١٠ في الشكل المقابل :



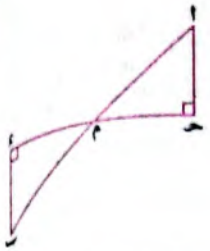
أ ء // ب حـ ، ق(د ب أ حـ) = ٨٠°

، ق(د ء أ حـ) = ٣٠°

برهن أن : ب حـ > أ ب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١١ في الشكل المقابل :

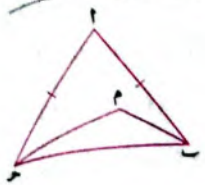


$\overline{أب} \cap \overline{حء} = \{م\}$

، $\overline{أحـ} \perp \overline{حء}$ ، $\overline{بء} \perp \overline{حء}$

برهن أن : $أب > حء$

١٢ في الشكل المقابل :

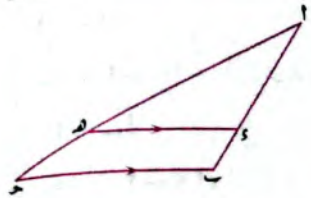


$أبحـ$ مثلث فيه : $أب = أحـ$ ، م نقطة داخله

بحيث $ق(\angle أبم) < ق(\angle أحـم)$

أثبت أن : $محـ > مب$

١٣ في الشكل المقابل :

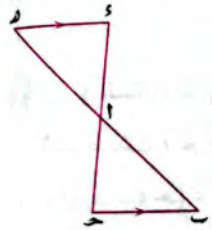


$أبحـ$ مثلث منفرج الزاوية في ب

، $\overline{ءهـ} // \overline{بحـ}$

برهن أن : $أهـ > أء$

١٤ في الشكل المقابل :



$أب > أحـ$ ، $\overline{ءهـ} // \overline{بحـ}$

، $\overline{ءحـ} \cap \overline{بهـ} = \{أ\}$

أثبت أن : $أهـ > أء$

١٥ في الشكل المقابل :



$أبحـء$ شكل رباعي ، $أب = أء$

، $ق(\angle ء) > ق(\angle ب)$

برهن أن : $بحـ > حء$

١٦ في الشكل المقابل :



$\Delta أبحـ$ فيه : $أب > أحـ$ ، $ء \in \overline{أب}$ ، $م \in \overline{أحـ}$

، $\overleftrightarrow{بو}$ ينصف $\angle ء بحـ$ ، $\overleftrightarrow{حو}$ ينصف $\angle بحـم$

، $\overleftrightarrow{بو} \cap \overleftrightarrow{حو} = \{و\}$

برهن أن : ١ $ق(\angle ءوبحـ) > ق(\angle بحـو)$

٢ $حو > بو$

١٧ في الشكل المقابل :



$أبحـ$ مثلث ، $ء \in \overline{بحـ}$ حيث $بء = أء$

برهن أن : $بحـ > أحـ$

١٨ في الشكل المقابل :

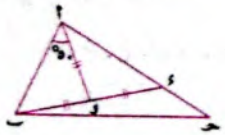


ء منتصف $\overline{أب}$ ، $ق(\angle ب) = ٧٠°$ ، $ق(\angle ءحـب) = ٥٠°$

أثبت أن :

١ $ق(\angle أ) > ق(\angle أحـء)$ ٢ $\angle أحـب$ حادة.

١٩ في الشكل المقابل :

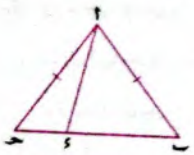


$أو = بو = ءو$ ، $ق(\angle ءوأ) = ٥٠°$

أثبت أن :

١ $أء > أب$ ٢ $بحـ > أحـ$

٢٠ في الشكل المقابل :



$أبحـ$ مثلث فيه :

$أب = أحـ$ ، $ء \in \overline{بحـ}$

أثبت أن : $أب > أء$

موقع التفوق
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢١ في الشكل المقابل :

ق(د ب) = ٩٠° ، $\overline{ء هـ} \perp \overline{أ حـ}$ ، $\overrightarrow{أ ء}$ ينصف د ب أ هـ

أثبت أن :

(١) ب ء = ء هـ

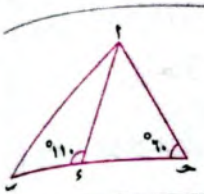
(٢) ء حـ > ء ب



٢٢ في الشكل المقابل :

ق(د أ ء ب) = ١١٠° ، ق(د حـ) = ٦٠°

أثبت أن : أ ب + أ حـ > ٢ أ ء



٢٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

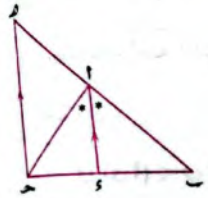
أثبت أن : أ ب + ب حـ < ٢ أ حـ

٢٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، $\overrightarrow{أ ء}$ ينصف د ب أ حـ

، $\overline{حـ هـ} // \overline{ء أ}$ ويقطع $\overleftarrow{ب أ}$ في هـ

أثبت أن : ب هـ > ب حـ

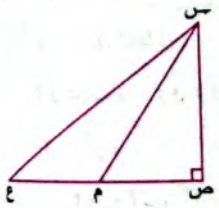


٢٥ في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص

، م ∈ $\overline{ص ع}$

أثبت أن : س ع > س م

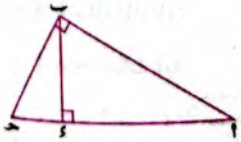


٢٦ في الشكل المقابل :

ق(د أ ب حـ) = ٩٠° ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

، أ ب > ب حـ

أثبت أن : أ ء > ب ء



٢٧ أ ب حـ مثلث ، $\overrightarrow{حـ ء}$ ينصف د حـ ، $\overline{حـ ء} \cap \overline{أ ب} = \{ء\}$

برهن أن : ب حـ > ب ء

٢٨ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء ∈ $\overline{أ حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث أ ء = ب هـ

أثبت أن : ق(د حـ هـ ء) > ق(د حـ ء هـ)

٢٩ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ ، س ∈ $\overline{أ حـ}$ ، رسم $\overleftrightarrow{س ص}$ يقطع $\overline{أ ب}$ في ص

ويقطع $\overleftarrow{حـ ب}$ في ع برهن أن : أ ص > أ س

٣٠ Δ أ ب حـ فيه : ق(د أ) = (٥ س + ٢)° ، ق(د ب) = (٦ س − ١٠)°

، ق(د حـ) = (س + ٢٠)° رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعديًا.

للمتفوقين

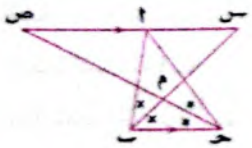
٣١ في الشكل المقابل :

أ ب > أ حـ ، ونُصفت الزاويتان ب ، حـ بمنصفين

تقاطعا في م ، وقطع $\overleftarrow{ب م}$ ، $\overleftarrow{حـ م}$ المستقيم المرسوم

من أ موازيًا $\overline{ب حـ}$ في س ، ص على الترتيب.

أثبت أن : ب س > حـ ص



موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الدرس 4

متباينة المثلث

نعلم أن أصغر مسافة بين نقطتين هى طول القطعة المستقيمة المرسومة بين هاتين النقطتين.

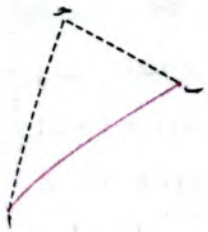
فمثلًا فى الشكل المقابل :

أصغر مسافة بين نقطة أ ، ونقطة ب هى طول

القطعة المستقيمة $\overline{أب}$

فإذا كانت نقطة حـ $\notin \overleftrightarrow{أب}$

فإن : أ ب < أ حـ + حـ ب



وبصفة عامة

فى أى مثلث يكون مجموع طولى أى ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث.



- أى أنه : فى أى مثلث أ ب حـ

يكون : أ ب + ب حـ > أ حـ

، ب حـ + حـ أ > أ ب

، حـ أ + أ ب > حـ ب

نتيجة

طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما.

ويمكن إثبات ذلك كما يلى :

فى الشكل المقابل أ ب حـ مثلث

ومن متباينة المثلث يكون :

أ حـ + أ ب > ب حـ (١)

، ∵ أ ب + ب حـ > أ حـ

أى أن : ب حـ > أ حـ - أ ب (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : | أ حـ - أ ب < ب حـ < أ حـ + أ ب |



ملاحظة

لتحديد ما إذا كانت ثلاثة أطوال تصلح لأن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث نتبع الآتى :

نقارن بين الطول الأكبر ، ومجموع الطولين الآخرين :

- إذا كان الطول الأكبر أكبر من أو يساوى مجموع الطولين الآخرين

فإن هذه الأطوال الثلاثة لا تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث.

وفى هذه الحالة لا يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه هى الأطوال الثلاثة المعطاة.

- إذا كان الطول الأكبر أصغر من مجموع الطولين الآخرين

فإن هذه الأطوال الثلاثة تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث.

وفى هذه الحالة يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه هى الأطوال الثلاثة المعطاة.

مثال ١

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يلى مع ذكر السبب ؟

١ ٥ سم ، ٧ سم ، ١٢ سم

٢ ٤ سم ، ٦ سم ، ١١ سم

٣ ١٤ سم ، ٩ سم ، ٧ سم

٤ ٨ سم ، ١٨ سم ، ٨ سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

١ ∵ ٥ + ٧ = ١٢ ∴ لا يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٧ سم ، ١٢ سم

٢ ∵ ٤ + ٦ > ١١ ∴ لا يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ٤ سم ، ٦ سم ، ١١ سم

٣ ∵ ٩ + ٧ < ١٤ ∴ يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ١٤ سم ، ٩ سم ، ٧ سم

٤ ∵ ٨ + ٨ > ١٨ ∴ لا يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ٨ سم ، ١٨ سم ، ٨ سم

مثال ٢

أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع الثالث لكل من المثلثات التالية إذا كان طولا الضلعين الآخرين هما :

١ ٤ سم ، ٣ سم

٢ ٤,٥ سم ، ٧,٥ سم

٣ $٢\sqrt{٥}$ سم ، $٣\sqrt{٥}$ سم

الحل

∵ طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما

ويفرض أن طول الضلع الثالث = ل سم فإن :

١ ٤ − ٣ < ل < ٤ + ٣ ∴ ١ < ل < ٧ ∴ ل ∈]١ ، ٧[

٢ ٧,٥ − ٤,٥ < ل < ٧,٥ + ٤,٥ ∴ ٣ < ل < ١٢ ∴ ل ∈]٣ ، ١٢[

٣ $٣\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٥} < ل < ٣\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥}$ ∴ صفر < ل < $٥\sqrt{٤}$

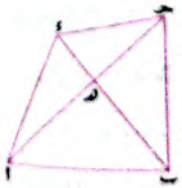
∴ ل ∈]صفر ، $٥\sqrt{٤}$[

مثال ٣

فى الشكل المقابل :

أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ

أثبت أن : أ ح + ب ء > ب ح + أ ء



الحل

المعطيات : أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ

المطلوب : إثبات أن : أ ح + ب ء > ب ح + أ ء

البرهان : فى Δ هـ ب ح : هـ ح + هـ ب > ب ح (متباينة المثلث) (١)

، فى Δ هـ أ ء : هـ أ + هـ ء > أ ء (متباينة المثلث) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ هـ ح + هـ أ + هـ ب + هـ ء > ب ح + أ ء

، ∵ هـ ح + هـ أ = أ ح ، ∵ هـ ب + هـ ء = ب ء

∴ أ ح + ب ء > ب ح + أ ء (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

١ ضع علامة (✓) فى المكان الخالى أمام كل مجموعة أطوال تصلح لأن تكون أطوال أضلاع مثلث :

١ ٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم ☐

٢ ٣ سم ، ٦ سم ، ٢ سم ☐

٣ ١٠ سم ، ٣ سم ، ٧ سم ☐

٤ ١٢ سم ، ٥ سم ، ٧,٥ سم ☐

٢ أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع الثالث فى كل من المثلثين الآتيين إذا كان طولا الضلعين الآخرين هما :

١ ٦ سم ، ٥ سم

٢ ٧,٥ سم ، ٧,٥ سم

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين 9 على متباينة المثلث

تذكر • تعلم • تذكرة • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

لتختبر نفسك تفاعليا

١ هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يلى مع ذكر السبب :

١ ٣ سم ، ٤ سم ، ٩ سم
٢ ٥ سم ، ٧ سم ، ٨ سم
٣ ١٠ سم ، ٦ سم ، ٤ سم
٤ ١٣ سم ، ٨ سم ، ٦ سم
٥ ٥ سم ، ٣ سم ، ٤ سم
٦ ٩ سم ، ٩ سم ، ١٩ سم

٢ أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع الثالث لكل من المثلثات التالية إذا كان طولا الضلعين الآخرين هما :

١ ٦ سم ، ٩ سم
٢ ٣ سم ، ٣ سم
٣ ٢,٩ سم ، ٣,٢ سم
٤ ٥,٧ سم ، ٧,٣ سم

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

(أ) أصغر من (ب) أكبر من (جـ) يساوى (د) نصف

٢ طول أى ضلع فى مثلث ..... مجموع طولى الضلعين الآخرين.

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ضعف

٣ أى من الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ؟

(أ) ٧ ، ٧ ، ٥ (ب) ٩ ، ٩ ، ٩
(جـ) ٣ ، ٦ ، ١٢ (د) ٣ ، ٤ ، ٥

٤ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٧ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يكون .....

(أ) ١ سم (ب) ٢ سم (جـ) ٣ سم (د) ٤ سم

٥ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث يساوى .....

(أ) ٧ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٤ سم (د) ١٠ سم

٦ مثلث له محور تماثل واحد ، طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٨ سم فإن محيطه = ...

(أ) ١٦ سم (ب) ٢٠ سم (جـ) ٢٤ سم (د) ٣٠ سم

٧ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = س سم

فإن : س ∈ .....

(أ)]٣ ، ٥[(ب)]٢ ، ٥[(جـ)]٥ ، ٨[(د)]٢ ، ٨[

٨ إذا كان ٥ سم ، ١٠ سم طولى ضلعين فى مثلث فإن طول الضلع الثالث ∈ .....

(أ)]٥ ، ١٥[(ب)]٥ ، ١٥[(جـ)]٥ ، ١٥] (د) [٥ ، ١٥]

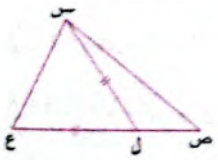
٩ فى Δ أ ب حـ يكون : أ ب + ب حـ − أ حـ .....

(أ) > صفر (ب) < صفر (جـ) = صفر (د) = محيط Δ أ ب حـ

١٠ فى Δ أ ب حـ يكون : $\frac{\text{أ ب + ب حـ}}{\text{أ حـ}}$ ١

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

٤ فى الشكل المقابل :



س ص ع مثلث فيه : ل ∈ ص ع بحيث س ل = ل ع

أثبت أن : ص ع > س ص

٥ أ ب حـ مثلث فيه ب حـ أكبر الأضلاع طولاً ، ء ∈ ب حـ بحيث حـ ء = حـ أ

أثبت أن : أ ب > ب ء

٦ أ ب حـ مثلث ، رسم أ ء يقطع ب حـ فى ء أثبت أن : ب ء + ء حـ + ٢ أ ء > أ ب + أ حـ

٧ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، م نقطة داخله

أثبت أن : م أ + م ب + م حـ > $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب حـ

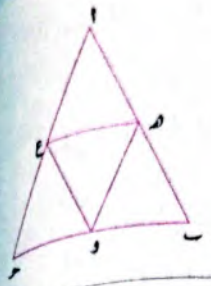
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه :

د ∈ $\overline{أب}$ ، و ∈ $\overline{ب حـ}$ ، ع ∈ $\overline{أحـ}$

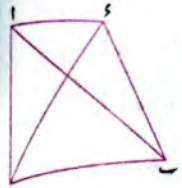
أثبت أن : محيط Δ أ ب حـ > محيط Δ د و ع



٩ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء نقطة خارجه

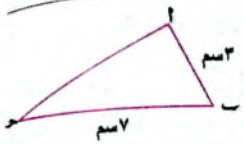
أثبت أن : محيط Δ أ ب حـ < ٢ (ء أ + ء ب + ء حـ)



١٠ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٧ سم

أثبت أن : ق (د حـ) < ق (د ب)



١١ برهن أن : طول أى ضلع فى مثلث أصغر من نصف محيط المثلث.

١٢ أ ب حـ ء شكل رباعى برهن أن : أ ب + ب حـ + حـ ء > أ ء

١٣ برهن أن : مجموع طولى قطرى أى شكل رباعى محدب أصغر من محيط الشكل.

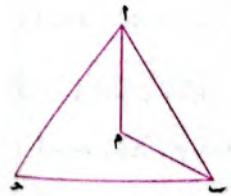
١٤ أثبت أن : محيط أى شكل رباعى > ضعف مجموع طولى قطريه.

للمتفوقين

١٥ فى الشكل المقابل :

م نقطة داخل المثلث أ ب حـ

أثبت أن : ١ أ م + م ب < أ حـ + ب حـ



١٦ أ ب حـ مثلث ، و منتصف $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : ١ أ ب + أ حـ > ٢ أ و ٢ أ ب + أ حـ > أ و + ب و



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ أكمل ما يأتى :

١ عمود إنارة ارتفاعه ٤,٥ متر يبعد مسافة ٢ متر عن مبنى ارتفاعه ١٠,٥ متر

فإن بعد رأس العمود عن أعلى نقطة بالمبنى يساوى ..... م

٢ النسبة بين المساحة الجانبية والكلية للمكعب تساوى .....

٣ متوازى مستطيلات مساحته الجانبية ٢٠٠ سم^{٢} وبعدا قاعدته ٨ سم ، ١٢ سم

فإن ارتفاعه يساوى ..... سم

٤ قياس الزاوية بالدرجات بين عقربى الساعة عند الساعة السابعة يساوى ..... °

٥ فى الشكل المقابل :

مربع كبير مقسم إلى ٧ مربعات صغيرة متطابقة ومثلثين متطابقين. إذا كانت مساحة المربع المظلل = ٤ سم^{٢} فإن مساحة المثلث المظلل تساوى ..... سم^{٢}



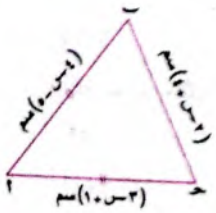
٦ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = (٤ س − ٥) سم

، ب حـ = (٢ س + ٤) سم ، أ حـ = (٣ س + ١) سم

، أ ب = أ حـ

فإن محيط Δ أ ب حـ = ... سم



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ مستطيل طوله س سم وعرضه ص سم ومحيطه ح سم فإن العلاقة الرياضية التي تربط بين س ، ص ، ح هي س = ...

٨ إذا كان طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع = ١٠ سم فإن ارتفاعه يساوي ..... سم

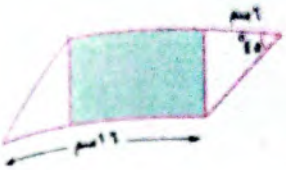
٩ قياس زاوية الخماسي المنتظم يساوي .....

١٠ الشكل المقابل يشير إلى مستطيل

مظلل داخل متوازي أضلاع.

فإن مساحة المستطيل المظلل

تساوي سم٢

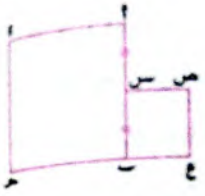


١١ في الشكل المقابل :

إذا كان محيط المربع أ ب جـ د = ٢٤ سم

فإن مساحة المربع س ص ع ب

تساوي سم٢



١٢ متوازي مستطيلات مساحته الكلية ١٤٨ سم٢ ومساحته الجانبية = ١١٠ سم٢

فإن مساحة قاعدته تساوي سم٢

أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية الحادة تكملها زاوية .....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

٢ عدد أقطار الشكل السداسي يساوي .....

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

٣ عدد محاور تماثل الشكل المقابل

هو .....



(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٤ سلك على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٤ سم أعيد تشكيله ليصبح مربعًا

فإن طول ضلع المربع يساوي ..... سم

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (جـ) ٤ (د) ٣

٥ في الشكل المقابل :

دائرة طول نصف قطرها ٢ سم تمس ضلعين من أضلاع مربع

فإن مساحة الجزء المظلل من الشكل تساوي سم٢



(أ) ٤ − π (ب) ٢ − π (جـ) $\frac{\pi}{٢}$ (د) ٢ π

٦ نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل سم إلى مساحة منطقة مربعة أخرى طول ضلعها ٢ ل سم كنسبة .....

(أ) ١ : ٢ (ب) ل : ٤ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٧ على خريطة مرسومة كل ١ سم يمثل ٥ كم ، فإذا كان البعد بين موقعين $\frac{١}{٢}$ كم

فإن البعد بينهما على هذه الخريطة يساوي .....

(أ) ٠,١ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ٢,٥ سم (د) ٠,٤ سم

٨ إذا كانت مساحة قاعدة متوازي مستطيلات ١٢ سم٢ ومساحتا وجهين جانبين فيه ٦ سم٢ ، ٨ سم٢ فإن حجمه يساوي سم٢

(أ) ٩ (ب) ٥٧٦ (جـ) ٢٤ (د) ٣٢

٩ سيُدار هذا المجسم إلى وضع مختلف أي من الآتي يمكن أن يكون وضع المجسم بعد إدارته ؟



(أ) 

(ب) 

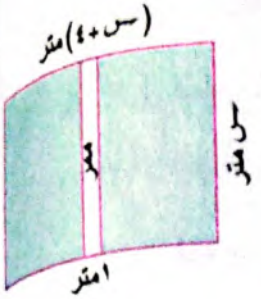
(جـ) 

(د) 

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALtFwoK.com

١٠ في الشكل المقابل :



حديقة مستطيلة الشكل بها ممر مستطيل عرضه متر

أى صيغة تبين مساحة الجزء المظلل

من الحديقة بالمتر المربع ؟

(أ) $س^{٢} + ٣ س$ (ب) $س^{٢} + ٤ س$

(جـ) $س^{٢} + ٤ س - ١$ (د) $س^{٢} + ٣ س - ١$

١١ الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها ٢ سم



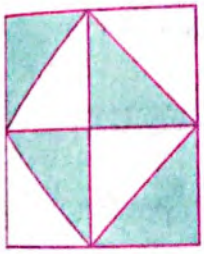
فإن محيط الشكل بالسنتيمترات يساوى .....

(أ) ٢π (ب) ٥π (جـ) $\pi + ٤$ (د) $\pi ٤ + ٤$

١٢ مساحة مربع طول ضلعه عدد صحيح يمكن أن تكون ..... سم^{٢}

(أ) ٦٠٠ (ب) ٩٠٠ (جـ) ٨٠٠ (د) ٧٠٠

١٣ في الشكل المقابل :



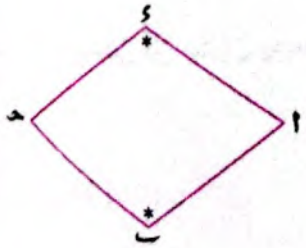
مربع محيطه ٣٢ سم مقسم إلى ٨ مثلثات متطابقة

فإن مساحة المنطقة المظللة تساوى ..... سم^{٢}

(أ) ٤ (ب) ٨

(جـ) ١٦ (د) ٣٢

١٤ في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (د ا) + ق (د حـ) = ١٤٠°

، ق (د ب) = ق (د ء)

فإن : ق (د ب) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٥٥°

(جـ) ١١٠° (د) ٢٢٠°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2024

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الجزء الخاص بالتقويم المستمر

- اختبارات تراكمية
- اختبارات شهرية
- الأسئلة الهامة
- امتحانات نهائية

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديـــم

فى إطار خطتنا الطموحة لتطوير مؤلفاتنا فى مادة الرياضيات للمرحلة الإعدادية - فى ضوء ما يرد إلينا من آراء ومقترحات - تحقيقًا للمستوى الأمثل الذى نرجوه جميعًا ، وانطلاقًا من إيماننا الكامل بأهمية التقويم المستمر فى نجاح العملية التعليمية للوقوف على مستوى التلاميذ أولاً بأول وصولاً للهدف المنشود ؛ نضع بين أيديكم :

«الجزء الخاص بالتقويم المستمر»

والذى يحتوى على :

- اختبارات تراكمية على كل درس من امتحانات الإدارات التعليمية.
- اختبارات شهرية على كل شهر.
- الأسئلة الهامة الواردة بامتحانات الإدارات التعليمية فى سنوات مختلفة.
- امتحانات نهائية تشمل نماذج امتحانات الكتاب المدرسى

ومجموعة مختارة من امتحانات مدارس المحافظات.

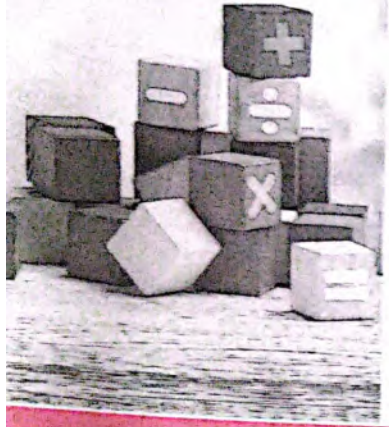
وكلنا أمل فى أن تحظى مؤلفاتنا بثقتكم الغا

والله لا يضيع أجر من أ

موقع التفوق
ALtFwoK

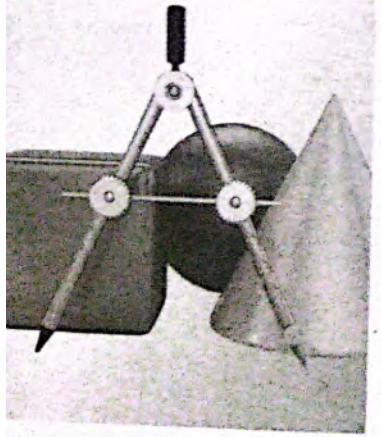
محتويات الكتاب

أولاً الجبر والإحصاء



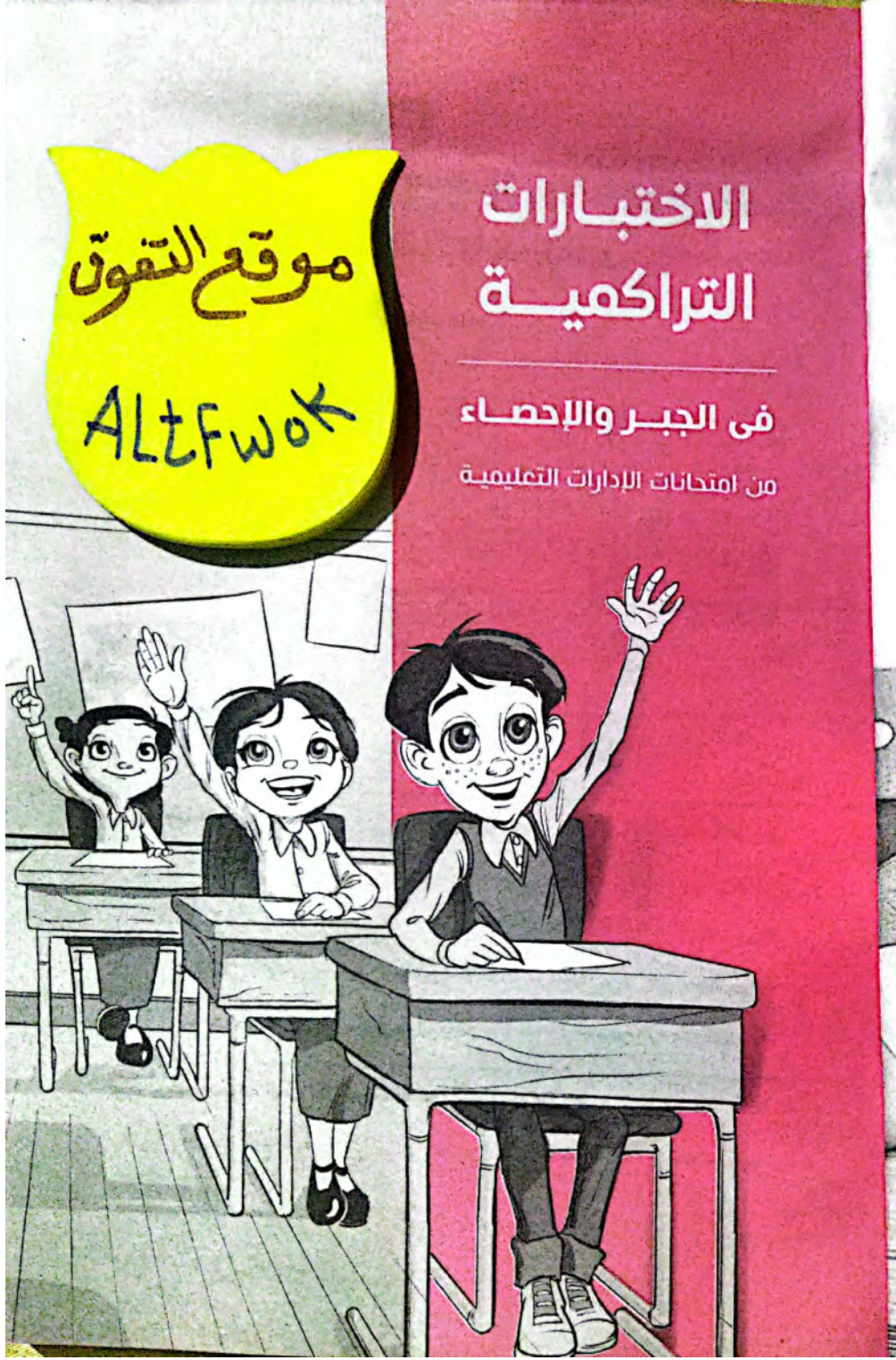
- الاختبارات التراكمية (عدد ١٨ اختبارًا).
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر).
- الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات (عدد ١٢ امتحانًا)

ثانيًا الهندســة



- الاختبارات التراكمية (عدد ٩ اختبارات).
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر).
- الأسئلة الهامة فى الهندسة.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات (عدد ١٢ امتحانًا)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



موقع التفوق
ALtFwoK

الاختبارات التراكمية

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية



أولاً | الجبر والإحصاء

- الاختبارات التراكمية (عدد ١٨ اختبارًا) ——— ٥
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر) ——— ٢٥
- الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء ——— ٣٠
- الامتحانات النهائية: ——— ٤٥
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات (عدد ١٢ امتحانًا)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبارات تراكمية

في الجبر والاحصاء

اختبار تراكمي ١ على الدرس الأول الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} \times 3 =$ ..... (أم الخيمة - القليوبية - ١٩)

(أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{5}{3}$ (د) $\frac{20}{27}$

٢ ..... $= \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64}$ (عائلة - سوهاج - ١٧)

(أ) ٢٥ (ب) -125 (جـ) 125 (د) ٥

٣ إذا كان : $\sqrt[3]{س} = \frac{1}{4}$ فإن : س = ... (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{12}$ (جـ) $\frac{1}{64}$ (د) $\frac{1}{12}$

٤ $\sqrt[4]{س^{12}} =$ ..... (كفر شكر - القليوبية - ١٧)

(أ) س (ب) $س^2$ (جـ) $س^3$ (د) $س^4$

٢ أكمل ما يأتى :

١ $\sqrt[3]{.....} = -\sqrt[3]{4}$ (غرب القاهرة - القاهرة - ٢٣)

٢ $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{25} =$ ..... (البوكيز - الشرقية - ٢٣)

٣ إذا كان : $\sqrt[3]{س} = 3$ فإن : $\sqrt[3]{س - 2} =$ ..... (الدلنجات - البحيرة - ٢٣)

٤ مكعب حجمه ٨ سم^3 يكون طول حرفه = ... سم (باب الشعرية - القاهرة - ٢٣)

٣ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين فى ح :

١ $س^2 + 1 =$ صفر (سوهاج - سوهاج - ١٩)

٢ $8 س^2 + 7 = 8$ (ديدى سام - كفر الشيخ - ١٩)

اختبار تراكمي ٢ على الدرس الثانى الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt[3]{6} \in$ ..... (شبرا - مستقبل - مجمع ٢)

(أ) ط (ب) ش (جـ) ن (د) ص

٢ العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو ..... (ابو كبير - شرقية - مجمع ٢)

(أ) $\sqrt{7}$ (ب) $\sqrt{10}$ (جـ) ٢,٥ (د) $\sqrt{3}$

٣ أقرب عدد صحيح للعدد : $-\sqrt[3]{28}$ هو ..... (أبو تيج - أسيوط - ١٩)

(أ) -4 (ب) -3 (جـ) -3 (د) ٣

٤ إذا كانت : س = $\sqrt{2}$ ، ص = ٢ فأى مما يلى لا يمثل عددًا نسبيًا ؟ (بدر - قنا - القاهرة - ٢٠)

(أ) $س^2 + ص$ (ب) $س + ص^2$ (جـ) $\sqrt[3]{س^2 ص}$ (د) $\sqrt[3]{2} س ص$

٢ أكمل ما يأتى :

١ $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{-8} =$ ..... (بنى أحمد - الدقهلية - ٢٣)

٢ إذا كان : س < $\sqrt{7}$ < س + ١ ، س ∈ ص

فإن : س = ... (مسرى - المنوفية - ٢٣)

٣ مكعب حجمه ١٢٥ سم^3 تكون مساحة أحد أوجهه ..... (البرج - القاهرة - ٢٣)

٤ مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $\frac{25}{121}$ يساوى ..... (غرب الزقازيق - الشرقية - ٢٣)

٣ (أ) أثبت أن : $\sqrt{5}$ ينحصر بين ٢,٢ ، ٢,٣ (السنطة الغربية - ١٧)

(ب) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : $\sqrt{15}$ ينحصر بين ٢,٤ ، ٢,٥

(البرج الغرب - الإسكندرية - ١٧)

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار تراكمي ٣ على الدرس الثالث الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) ح ∪ ح' = ...

أ) ح ب) ح ج) ح' د) ∅

٢) العدد غير النسبي الذي يقع بين العددين ٤ ، ٥ هو .....

أ) $\sqrt{٨}$ ب) $\sqrt{١٤}$ ج) $\sqrt{٢٣}$ د) $\sqrt{١٠}$

٣) $\sqrt{٢}$ ..... $\sqrt{٤}$

أ) < ب) > ج) = د) ≥

٤) أي من الأعداد النسبية الآتية يقع بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ؟

أ) $\frac{٣}{١٠}$ ب) $\frac{١}{١٠}$ ج) ٠,٣ د) -٠,٣

٥) إذا كان $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{ب}{٢٥}$ عددين حقيقيين يقعان بين صفر ، ١

فإن : ب يمكن أن تساوي .....

أ) -٣ ب) ١ ج) $\sqrt{٥}$ د) ٢

٢ أكمل ما يأتي :

١) ب ∩ ن = ...

٢) مجموعة الحل في ح للمعادلة س^{٢} + ٤ = صفر هي .....

٣) $\sqrt{٤٩} - \sqrt{٦٤}$ = ...

٤) ح ∩ ح' = ...

٥) مجموعة حل المعادلة س^{٢} - ٨ = صفر في ح هي .....

موقع التفوق
ALTFWOK.com

اختبار تراكمي ٤ على الدرس الرابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) {المحايد الضربي ٢٠} ..... [-٠ ، ٢٠]

أ) ∃ ب) ∉ ج) ⊂ د) ∋

٢) ح = ...

أ) ح ∪ ح' ب)]-∞ ، ٠[ج)]-∞ ، ٠] د) [٠ ، ∞[

٣) إذا كان $\sqrt{٤}$ - $\sqrt{س}$ = ٥ فإن : س = ...

أ) ١٢٥ ب) ٢٧ ج) -٢٧ د) ٣

٤) إذا كانت : س عددًا سالبًا فأي من الآتي عدد موجب ؟

أ) س^{٢} ب) ٢ س ج) س^{٣} د) $\frac{س}{٢}$

٢ أكمل ما يأتي :

١) [٢ ، ٥] -]٠ ، ٥[= .....

٢)]١ ، ∞[∪]-∞ ، ١٠[= .....

٣) مجموعة الأعداد الحقيقية داخل الفترة]-٤ ، ٤] يساوي .....

٤) ن ∪ ن = ...

٣ إذا كانت : س = [٢ ، ٥] ، ص = [-٠ ، ٣]

١) اكتب س بطريقة الصفة المميزة.

٢) مثل س ، ص على خط الأعداد.

٣) أوجد س − ص في صورة فترة على خط الأعداد. ثم $\sqrt{٢٩} \in$ س − ص ؟

٤ إذا كانت : س = [-١ ، ٤] ، ص = [٢ ، ∞[

أوجد مستعينًا بخط الأعداد كلًا من : س ∪ ص ، س ∩ ص' ، ص − س

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

اختبار تراكمي ٥ على الدرس الخامس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ = ...

(ب) $\sqrt{2}$ (ج) ٢ (د) $2\sqrt{2}$ (هـ) $2\sqrt{6}$

(أ) عدد أولي .....

(ب) صفر (ج) ص (د) ح (هـ) $\varnothing$

(أ) المستطيل الذي بعداه $(\sqrt{2}-1)$ سم ، $(\sqrt{2}+1)$ سم مساحته = ... سم^2

(ب) ١ (ج) ٧ (د) ٦ (هـ) $7\sqrt{2}$

(أ) إذا كان س = $\sqrt{2}+3$ ، ص = $\sqrt{2}-3$ فإن س^2 − ص^2 = ...

(ب) $3\sqrt{2}$ (ج) $12\sqrt{2}$ (د) $6\sqrt{2}$ (هـ) $6\sqrt{2}$

٢ أكمل ما يأتي :

(أ) $]-\infty ، 6[- \{6\} =$ .....

(ب) مكعب حجمه ٦٤ سم^3 فإن مساحته الكلية = ... سم^2

(ج) المقلوب الضربي للعدد $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ يساوي .....

(د) إذا كانت س = $2\sqrt{3}+1$ ، ص = $2\sqrt{3}-1$

فإن (س + ص)^2 = ...

٣ إذا كانت س = $\frac{1}{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$ فأوجد قيمة : س^2 − $2\sqrt{3}$ س + ١

٤ إذا كان أ = ٥ − $3\sqrt{2}$ ، ب = ٥ + $3\sqrt{2}$ أوجد في أبسط صورة موضحًا خطوات الحل :

(أ) أ ب (ب) أ^2 + ب^2

اختبار تراكمي ٦ على الدرس السادس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) المقلوب الضربي للعدد $\frac{2}{\sqrt{2}}$ هو .....

(ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ج) $2\sqrt{2}$ (د) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (هـ) $2\sqrt{2}$

(أ) العدد التالي في النمط : $\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{2}$ ، $4\sqrt{2}$ ، $8\sqrt{2}$ هو .....

(ب) $16\sqrt{2}$ (ج) $12\sqrt{2}$ (د) $9\sqrt{2}$ (هـ) $7\sqrt{2}$

(أ) $\frac{1}{2}\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2}$ = ...

(ب) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (ج) $\sqrt{2}$ (د) ١ (هـ) $2\sqrt{2}$

(أ) إذا كانت : س = $2\sqrt{2}-\sqrt{2}$ ، ص = $2\sqrt{2}+\sqrt{2}$ فإن س ص − ١ = ...

(ب) ٧ (ج) −٤ (د) صفر (هـ) ٥

٢ أكمل ما يأتي :

(أ) $[1 ، 2] \cup [0 ، 5] =$ .....

(ب) مجموعة حل المعادلة س^2 + ٢٥ = ٠ في ح هي .....

(ج) المعكوس الجمعي للعدد ٣ − $\sqrt{2}$ هو .....

(د) $\sqrt{18}-\sqrt{50} = \sqrt{2}$ .....

٣ إذا كانت : أ = $]-\infty ، 2[$ ، ب = $[-2 ، 5]$ أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

(أ) أ ∩ ب (ب) س − أ

٤ اختصر لأبسط صورة :

(أ) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-2\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{32}$

(ب) $\sqrt{128}-\frac{14}{\sqrt{7}}+6\sqrt{\frac{1}{2}}-(\sqrt{2})^0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار تراكمى ٧ على الدرس السابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المعكوس الضربى للعدد ٢ - $\sqrt[3]{٣}$ هو .....

(أ) $\sqrt[3]{٣}$ - ٢ (ب) ٢ - $\sqrt[3]{٣}$ (جـ) $\sqrt[3]{٣}$ - ٢ (د) ٢ + $\sqrt[3]{٣}$

(٢) إذا كانت : س = ٢ + $\sqrt[3]{٥}$ ، ص = ٢ - $\sqrt[3]{٥}$ فإن (س - ص)^{٣} = ...

(أ) $\sqrt[3]{٨}$ ٢ (ب) ٣٠ (جـ) $\sqrt[3]{٤}$ ٥ (د) ١٠-

(٣) $\sqrt[3]{١٢٨}$ - $\sqrt[3]{٦٤-}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٢٤ (جـ) ٨ (د) ٨-

(٤) العدد غير النسبى المحصور بين العددين ٣ ، ٦ هو .....

(أ) $\sqrt[3]{٥}$ (ب) $\sqrt[3]{٢٠}$ (جـ) $\sqrt[3]{٢٥}$ (د) $\sqrt[3]{٢٧}$

٢ أكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت : س ∈ ح ، س^{٣} = ٥ فإن (س ٠ $\sqrt[3]{٥}$)^{٣} = ...

(٢) المعكوس الضربى للعدد $\frac{٣}{\sqrt[3]{٥}}$ هو .....

(٣) $\sqrt[3]{٣}^{٣}$ = ... (٤) ($\sqrt[3]{٧}$ - $\sqrt[3]{٥}$)($\sqrt[3]{٧}$ + $\sqrt[3]{٥}$) = ...

٣ (١) إذا كانت : س ص = ١ ، ص = ٢ + $\sqrt[3]{٣}$

فأوجد فى أبسط صورة القيمة العددية للمقدار : س^{٣} + $\sqrt[3]{٤٨}$

(ب) اختصر لأبسط صورة بدون استخدام حاسبة الجيب :

$\frac{١}{\sqrt[3]{٢}}$ ١٠ - $\sqrt[3]{٢٠}$ + ٢ $\sqrt[3]{٥}$ ($\sqrt[3]{٥}$ - ٢)

٤ إذا كانت : س = $\sqrt[3]{٥}$ + ٢ ، ص = المعكوس الضربى لـ س

أثبت أن : س ، ص سالبان ثم أوجد قيمة : $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}}\right)^{٣}$

اختبار تراكمى ٨ على الدرس الثامن الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{١٢٨}$ + $\sqrt[3]{١٦}$ - ٢ $\sqrt[3]{٥٤}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٩- (د) ٩

(٢) مجموعة حل المعادلة : س^{٣} = ٢٧ فى ح هى .....

(أ) ∅ (ب) {٣} (جـ) {٣-} (د) {صفر}

(٣) س = ٣ $\sqrt[3]{٢}$ + ١ ، ص = ٣ $\sqrt[3]{٢}$ - ١ فإن س + ص = ...

(أ) ٣ $\sqrt[3]{٦}$ (ب) ٢ $\sqrt[3]{٣}$ (جـ) ٢ (د) صفر

(٤) $\frac{٣}{٤}$ $\sqrt[3]{٥}$ + $\frac{٣}{٤}$ $\sqrt[3]{٥}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ٢٠ $\sqrt[3]{٥}$ (جـ) $\sqrt[3]{٥}$ (د) ٤٠ $\sqrt[3]{٥}$

٢ أكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت : س = [٠ ، ∞[فإن : س^{٣} = ...

(٢) $\sqrt[3]{٨}$ + $\sqrt[3]{٢}$ = ...

(٣) أبسط صورة للمقدار $\sqrt[3]{١٦}$ + $\sqrt[3]{٢}$ = ...

(٤) $\sqrt[3]{٢٧}$ - $\sqrt[3]{٢٧-}$ = ...

٣ اختصر لأبسط صورة :

(١) $\sqrt[3]{٥٤}$ + ٤ $\sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$ - $\sqrt[3]{٢-}$

(٢) $\sqrt[3]{٣٢}$ + ٤ $\sqrt[3]{\frac{١}{٢}}$ - (٢ $\sqrt[3]{٢-}$)^{٣} + $(\sqrt[3]{٢})^{-٣}$ - $(\frac{٢}{٣\sqrt{٢}})^{٠}$

٤ (أ) إذا كان : س = [-٢ ، ٣] ، ص =]-∞ ، ١] فأوجد مستعينًا بخط الأعداد كلًا من :

(١) س ∩ ص (٢) س - ص

(ب) إذا كانت : س = $\frac{١}{\sqrt[3]{٢}}$ ، ص = $\frac{١}{١ - \sqrt[3]{٢}}$ أوجد قيمة : (ص - $\frac{١}{٢}$ س)^{٣}

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار تراكمى ٩ على الدرس التاسع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) كرة حجمها $\frac{4}{3}\pi$ سم^3 يكون طول نصف قطرها = ... سم

(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (جـ) $\left(\frac{4}{3}\right)^{\text{صفر}}$ (د) π

(الشرق الإقليمى الشرقية ٢٠١٠)

(٢) مكعب حجمه ٥١٢ سم^3 فإن محيط أحد أوجهه = ... سم

(أ) ٨ (ب) ٦٤ (جـ) ٣٢ (د) ١٦

(الوقف قنا ٢٠١٠)

(٣) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} =$ .....

(أ) $\sqrt[3]{16}$ (ب) $\sqrt[3]{8}$ (جـ) $\sqrt[3]{4}$ (د) $\sqrt[3]{2}$

(المنيل الكوم الشوقة ٢٠١٠)

(٤) كرة وأسطوانة متساويتان فى الحجم ومتساويتان فى طول نصف القطر فإن ارتفاع الأسطوانة = ... طول نصف قطر الكرة.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{4}{3}$

(الباجور الشوقة ٢٠١٠)

٢ أكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت : س = $\sqrt[3]{5} - 3$ ، ص = $\sqrt[3]{5} + 3$ فإن : س ص = ...

(البتوانى الفيوم ٢٠١٠)

(٢) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^3 وارتفاعها ١٠ سم فإن طول نصف قطر قاعدتها = ...

(الزيتون القاهرة ٢٠١٠)

(٣) $]-3 ، 2[\cap$ ط = ...

(الباجور الشوقة ٢٠١٠)

(٤) متوازى المستطيلات أبعاده $\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt[3]{5}$ سم فإن حجمه = ... سم^3

(الزهاة القاهرة ٢٠١٠)

٣ (أ) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها يساوى طول نصف قطر قاعدتها وحجمها ٦٤ π سم^3 أوجد ارتفاع الأسطوانة.

(أسيوط أسيوط ٢٠١٠)

(ب) إذا كانت : س = $\frac{4}{3\sqrt{2} - \sqrt{7}}$ ، ص = $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$

أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان ثم أوجد قيمة : س ص

(فيوم الجبرة ٢٠١٠)

٤ (أ) كرة حجمها ٣٦ π سم^3 ، احسب مساحة سطحها بدلالة π

(البحيرة القاهرة ٢٠١٠)

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{250} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2}$

(الغربية المحلة الكبرى القليوبية ٢٠١٠)

اختبار تراكمى ١٠ على الدرس العاشر الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : س + ٥ = |−٥| فى ط هى

(أ) $\varnothing$ (ب) {٠} (جـ) {١٠} (د) {١٠٠}

(بنى سويف الواسطى ٢٠١٠)

(٢) مجموعة حل المعادلة : $\sqrt[3]{3}$ س − ١ = ٢ فى ح هى

(أ) $\{2\sqrt[3]{3}\}$ (ب) $\{\sqrt[3]{3}\}$ (جـ) {٢} (د) $\{2\sqrt[3]{2}\}$

(كفر الدوار البحيرة ٢٠١٠)

(٣) إذا كان ثلاثة أرباع حجم كرة يساوى ٨ π سم^3 فإن طول نصف قطرها يساوى ..... سم

(أ) ٦٤ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٢

(العجول كفر الشيخ ٢٠١٠)

(٤) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو .....

(أ) $2\frac{1}{2}$ (ب) $\sqrt[3]{10}$ (جـ) $\sqrt[3]{7}$ (د) $\sqrt[3]{3}$

(الشرق القاهرة ٢٠١٠)

٢ أكمل ما يأتى :

(١) مجموعة حل المتباينة : − س ≥ ٢ فى ح هى .....

(العياط الجيزة ٢٠١٠)

(٢) مجموعة حل المتباينة : ٣ س − ٢ > ١ فى ح هى .....

(العمرانية الشيخ زايد ٢٠١٠)

(٣) مجموعة حل المعادلة (س^2 + ٣) (س^2 + ١) = ٠ فى ح هى .....

(غرب المحلة الكبرى الغربية ٢٠١٠)

(٤) إذا كانت [٣ ، ٨] هى مجموعة حل المتباينة أ ≥ س + ٢ ≥ ب

فإن : أ + ب = ...

(العريش الشيخ زويد ٢٠١٠)

٣ (أ) كرة حجمها $\frac{99000}{7}$ سم^3 احسب طول نصف قطرها $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(الدقهلية المنصورة ٢٠١٠)

(ب) أوجد على صورة فترة مجموعة حل المتباينة : −٣ ≤ ٢ س + ١ < ٧ فى ح ، ومثل الحل على خط الأعداد.

(إسنا أسوان ٢٠١٠)

٤ (أ) إذا كانت : س = [−١ ، ٤[، ص = [٢ ، ٦] فأوجد باستخدام خط الأعداد :

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص

(بنى سويف الشوقة ٢٠١٠)

(ب) أوجد فى ح على صورة فترة مجموعة حل المتباينة :

س − ١ > ٣ − س ≥ س + ٥ ومثل الحل على خط الأعداد.

(٦ أكتوبر الجيزة ٢٠١٠)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار تراكمى ١١ حتى الدرس الأول الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العلاقة : ٢ س + ص = ٦ تقطع محور الصادات فى النقطة ..... (الهرم - الجيزة - ١٦)

(أ) (٠ ، -٦) (ب) (٠ ، ٦) (جـ) (٦ ، ٠) (د) (٣ ، ٠)

٢ العلاقة : ٢ س = ٣ ص يمثلها مستقيم يمر بالنقطة ..... (المنيا - المنيا - ١٨)

(أ) (٣ ، ٢) (ب) $(\frac{٣}{٢} ، ٠)$ (جـ) (٠ ، ٠) (د) $(٠ ، \frac{٢}{٣})$

٣ مجموعة حل المعادلة : س + ٩ = | -٥ | فى ح هى ..... (السويس - السويس - ١٩)

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {-٤} (د) {٤}

٤ إذا كانت النقطة (٣ ك ، ٢ ك) تقع على المستقيم : س - ٣ ص = ٩

فإن : ك = ... (المعصرة - القاهرة - ١٩)

(أ) -٣ (ب) ١ (جـ) ٠ (د) ٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ $(\sqrt{٨} + \sqrt{٢})(\sqrt{٨} - \sqrt{٢})$ = ... (أبوقرقاص - المنيا - ٢٣)

٢ إذا كان : (٣ ، ٦) يحقق العلاقة ٢ س + ص = أ فإن : أ = ... (بنى سويف - ٢٣)

٣ س = ٤ يمثلها بيانيًا مستقيم يوازى محور ..... (أوسيم - الجيزة - ٢٣)

٤ إذا كان حجم كرة = $\frac{٩}{٢}\pi$ سم^٣ فإن طول قطرها = ... سم. (طلخا - الدقهلية - ٢٣)

٣ (أ) أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص + ٢ س = ٥ (قليوب - كفر الشيخ - ٢٠)

(ب) بدون استخدام الآلة الحاسبة اختصر لأبسط صورة موضحًا خطوات الحل :

$\sqrt{١٢} + \sqrt{٥٤} + ٣ - ٦\sqrt{\frac{١}{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٤}}$ (الباجور - المنوفية - ١٨)

٤ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : -٢ س + ٥ ≥ س - ٤

ومثل الحل على خط الأعداد. (ديرب نجم - الشرقية - ١٧)

(ب) مثل بيانيًا العلاقة : س - ٤ ص = ٤ وإذا كان المستقيم يقطع محور السينات فى أ

ومحور الصادات فى ب أوجد : مساحة Δ أ ب و حيث و نقطة الأصل.

(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

ALtFwoK.Com

اختبار تراكمى ١٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى من الأزواج المرتبة الآتية يحقق العلاقة : ص = - س - ٣ ؟ (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) (١ ، -٤) (ب) (-٢ ، -٥) (جـ) (١ ، -٢) (د) (٣ ، ٠)

٢ $\sqrt{١٦} - \sqrt[٣]{-٦٤}$ = ... (شواخين - البحيرة - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١٢ (جـ) ٨ (د) -٨

٣ ميل المستقيم الرأسى هو ..... (طما - سوهاج - مجمع ٢١)

(أ) صفر. (ب) ١ (جـ) -١ (د) غير معرف.

٤ إذا كان ميل المستقيم الذى يمثل العلاقة : س + م ص = ٥ غير معرف

فإن : م = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٧)

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٥ (د) صفر

٢ أكمل ما يأتى :

١ مكعب حجمه ٢٧ سم^٣ فإن مساحته الجانبية = ... سم^٢ (سوهاج - سوهاج - ٢٣)

٢ ميل المستقيم العمودى على محور الصادات = ... (أبوقرقاص - المنيا - ٢٣)

٣ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ك) ، (٤ ، ٥) يوازى محور السينات

فإن : ك = ... (دمنهور - البحيرة - ٢٣)

٤ الخط المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، -٥) ، (٥ ، ٥) يوازى محور ..... (الدلنجات - البحيرة - ٢٣)

٣ (أ) مثل العلاقة الآتية بيانيًا ثم أوجد ميل الخط المستقيم الممثل للعلاقة : س + ص = ٧

(الخطرية - القاهرة - ١٨)

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : ٢ س + ٣ ≥ ٥ س + ٣ ≥ ٢ س + ٩ ومثل الحل

على خط الأعداد. (شرق - الإسكندرية - ١٩)

٤ (أ) أثبت أن النقط : أ (٢ ، -٣) ، ب (٤ ، -٥) ، حـ (٠ ، -١) تقع على استقامة واحدة.

(الدلنجات - البحيرة - ١٧)

(ب) اختصر لأبسط صورة : $٥\sqrt{٨} + ٤\sqrt{\frac{١}{٤}} - ٢\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٦}$ (العريش - شمال سيناء - ١٦)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار تراكمى ١٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان فى ١٠٠ جرام من الأطعمة يوجد ٣٠٠ سعر حرارى فإن عدد السعرات الحرارية الموجودة فى ٣٠ جرامًا من الطعام نفسه يساوى ..... سعر حرارى.
(المعصرة - القاهرة - ١٩)

(أ) ٩٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٩٠٠ (د) ٩٠٠٠

(٢) $\sqrt{٩}$ ..... $]-٣ ، \infty[$ (كفر الدوار - البحيرة - ٢٠)

(أ) $\subset$ (ب) $\not\subset$ (جـ) $\in$ (د) $\notin$

٢ أكمل ما يأتى :

(١) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى ..... (أبشواى - الفيوم - ٢٣)

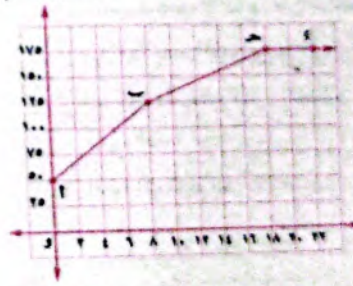
(٢) نقطة تقاطع المستقيمين س = ٢ ، ص = ٣ هى ..... (البرلس - الدقهلية - ٢٣)

(٣) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ك) ، (٣ ، -١) هو ٢ فإن : ك = ...
(النحرير - البحيرة - ٢٣)

٣ الشكل المقابل يوضح العلاقة بين طول شخص (بالسنتيمتر) وعمره بالسنوات

(١) أوجد ميل كل من : $\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$ ، $\overline{حء}$

(٢) احسب الفرق بين طول الشخص عندما كان عمره ٨ سنوات وطوله عندما كان عمره ٢٠ سنة.



(كفر شكر - القليوبية - ١٨)

٤ (أ) أسطوانة دائرية قائمة طول قطرها ١٤ سم وارتفاعها ١٠ سم أوجد مساحتها الجانبية وحجمها $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$
(الخصوص - القليوبية - ٢٠)

(ب) مثل بيانيًا العلاقة الآتية : ص - ٢ س = ١ ثم أوجد بالرسم نقطتى تقاطع المستقيم مع محورى الإحداثيات.
(قاقون - الشرقية - ١٩)

٥ إذا كانت : $\mathbb{ح}$ هى مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ، ى = $]-٢ ، ٣]$ أوجد :

(١) $\mathbb{ح} \cap$ ى (٢) $\mathbb{ح} \cup$ ى (٣) $\mathbb{ح}'$ (الوقف - قنا - ١٧)

موقع التفوق
ALTFWOK.com

اختبار تراكمى ١٤ حتى الدرس الأول الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) العدد غير النسبى الذى ينحصر بين ٣ ، ٤ هو ..... (العامرية - الإسكندرية - ١٩)

(أ) ١,٥ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{١١}$ (د) ٣,٥

(٢) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{٨} =$ ..... (المعلمين - غربية - مجمع ٢١)

(أ) $\sqrt{٤٢}$ (ب) $٢\sqrt{٣}$ (جـ) $٣\sqrt{٢}$ (د) $\sqrt{٥٨}$

٢ أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان : (٣ ، ك) تحقق المعادلة ٢ س + ص = ١٠
فإن : ك = ... (البحيرة - البحيرة - ٢٣)

(٢) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٦) يساوى ..... (الخصوص - القليوبية - ٢٣)

٣ فيما يلى بيان بالدرجات التى حصل عليها ٣٠ طالبًا فى أحد الاختبارات :

٥	١٢	٧	١٠	٢	١٢	٨	٧	١٦	٩	٩	٤	١١	٩	٥
٧	١٣	١٢	٣	١٤	١١	٣	١٩	١٤	٧	٩	١٣	١٣	١٥	٨

كون الجدول التكرارى ذى المجموعات لهذه البيانات.

٤ (أ) أوجد فى $\mathbb{ح}$ مجموعة حل المتباينة الآتية على صورة فترة : ١ < ٣ س - ٢ < ١٣
(شبرا الخيمة - القاهرة - ١٧)

(ب) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص = س + ٢ ومثلها بيانيًا.
(شرق الإسكندرية - ١٩)

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $٤\sqrt{\frac{١}{٢}} + \sqrt{٣٢} - \sqrt{٧٢}$
(إسنا - الأقصر - ٢٠)

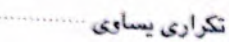
(ب) إذا كانت : س = $\sqrt{٥} + ٢$ ، س ص = ١
أوجد : ص ثم أثبت أن : س ، ص مترافقان.
(إسنا - إسنا - ١٩)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

اختبار تراكمى ١٥ حتى الدرس الثانى الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الشكل  يمثل الفترة ..... (الشرق - القاهرة - مجمع ٢١)

(أ) [٣ ، ٧[(ب)]٣ ، ٧] (جـ)]٣ ، ٧[(د) [٣ ، ٧]

٢ إذا كانت النقطة (٣ ، أ) تقع على المستقيم : ص + ٢ س = ٥ فإن : أ = ... (دبروط - أسيوط - ١٨)

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ١١ (د) صفر

٢ أكمل ما يأتى :

١ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٨) ، (-١ ، ٤) هو ..... (المرج - القاهرة - ٢٢)

٢ إذا كان : س + ص = س ص = $\sqrt{٥}$ فإن : $س^{٢}$ ص + ص ^{٢} س = ... (بنى عبيد - الدقهلية - ٢٣)

٣ الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لأجور ١٠٠ عامل بأحد المصانع أسبوعيًا :

المجموعات	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	-٩٠	المجموع
التكرار	٥	١٥	٣٠	٤٠	١٠	١٠٠

١ أوجد عدد العمال الذين تقل أجورهم عن ٧٠ جنيهًا أسبوعيًا.

٢ أرسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد.

٤ أوجد فى ح مجموعة حل كل من :

١ $٢\sqrt{٢}$ س - ١ = ٣

٢ -٥ ≤ ٢ س - ٣ < ٧ مع تمثيل فترة الحل على خط الأعداد الحقيقية. (الوقف - قنا - ١٧)

٥ (أ) أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ إذا كان : أ (-١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥)
، هل النقطة حـ (٨ ، ١٠) تقع على $\overleftrightarrow{أب}$ (أبوالنمرس - الجيزة - ١٨)

(ب) مستعينًا بخط الأعداد إذا كانت : س = [٢ ، ∞[، ص =]-٢ ، ٣[فاوجد :

١ س ∩ ص ٢ س ∪ ص ٣ س - ص (سوهاج - سوهاج - ١٩)

اختبار تراكمى ١٦ حتى الدرس الثالث الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى يساوى ..... (السويس - السويس - ١٩)

(أ) $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع ك}}$ (ب) $\frac{\text{مجموع (ك + م)}}{\text{مجموع ك}}$

(جـ) $\frac{\text{مجموع ك × مجموع م}}{\text{مجموع ك}}$ (د) $\frac{٢}{\text{مجموع ك}} \times$ مجموع (ك × م)

٢ إذا كان الوسط الحسابى للأعداد : ١٨ ، ٢٣ ، ٢ ك - ١ ، ٢٩ ، ك هو ١٨
فإن : ك = ... (السنطة - الغربية - ٢٠)

(أ) ١ (ب) ٧ (جـ) ٢٩ (د) ٩٠

٣ $٢\sqrt{أ}$ + $\sqrt{١٨}$ = ٤ $\sqrt{٢}$ إذا كانت : أ = ... (المرج - القاهرة - ٢٠)

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٣

٤ إذا كان الوسط الحسابى لأطوال أضلاع مثلث يساوى ١٢ سم فيكون محيط المثلث
= ..... سم. (الوقف - قنا - ٢٠)

(أ) ٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ أكمل ما يأتى :

١ ميل الخط المستقيم الموازى لمحور السينات = ... (سوهاج - سوهاج - ٢٣)

٢ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ ومركزها هو ١٥ فإن الحد الأعلى هو .....
(القرين - كفر الشيخ - ٢٣)

٣ مرافق العدد ($٢\sqrt{٢}$ + ١) هو ..... (إسنا - الأقصر - ٢٢)

٤ الوسط الحسابى للقيمتين : $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٤٥}$ هو ..... (إبشواى - الفيوم - ٢٣)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣ الجدول الآتى يوضح التوزيع التكرارى للحافز الأسبوعى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع :

الحوافز بالجنيه	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	ن-	-٧٠
عدد العمال	١٠	ك	٢٢	٣٦	٢٠	٨

أوجد : (١) قيمة : ك ، ن (٢) الوسط الحسابى لهذا التوزيع.

(الوادى - ق ١٧)

٤ (أ) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٢٤ سم^{٣} وارتفاعها ٦ سم

احسب طول قطر قاعدتها. $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$ (القطرية - القاهرة ١٨)

(ب) إذا كانت : س = $\frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٣}-\sqrt{٧}}$ ، ص = $\frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٣}+\sqrt{٧}}$ فضع س ، ص فى أبسط صورة

ثم أوجد قيمة : س^{٢} ص^{٢} (إدفو - القرية ١٠)

اختبار تراكمى ١٧ حتى الدرس الرابع الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ترتيب الوسيط للقيم : ٥ ، ٧ ، ٦ ، ٤ ، ٨ هو ..... (٢ أكتوبر - الجيزة ١٨)

(أ) الثالث. (ب) الرابع. (جـ) الخامس. (د) السادس.

(٢) الوسط الحسابى لخمسة أعداد هو ٧ فإن مجموع الأعداد هو .....

(أكتوبر الجديدة - القرية - محضر ٢١)

(أ) ١٢ (ب) ٣٥ (جـ) ٢١ (د) ١٨

(٣) (٣ ، ٢) لا يحقق العلاقة .....

(أبها - القنوبية ١٦)

(أ) ص + س = ٥ (ب) ٣ ص - س = ٢

(جـ) ص + س = ٧ (د) ٢ ص - س = ١

(٤) إذا كانت نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل هى (٣٠ ، ٥٠)

فإن مجموع التكرارات = ...

(السنبلاوين - الدقهلية ٢٠)

(أ) ٣٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٦٠

٢ أكمل ما يأتى :

(١) الوسيط لمجموعة القيم ٧ ، ٢ ، ٩ ، ١ ، ٥ هو ..... (أبو النمرس ٢٠)

(٢) متوازى مستطيلات أبعاده ٢$\frac{١}{٢}$ سم ، ٢ سم ، ٦$\frac{١}{٢}$ سم فيكون حجمه ..... سم^{٣}

(بنى سويف ١٩)

(٣) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد القيم = ...

(بنى سويف الجديدة ٢٠)

(٤) الوسيط لمجموعة القيم ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ يساوى .....

(بنى سويف ٢٠)

٣ (أ) مثل العلاقة الخطية : ص = ٢ - س بيانيًا. (كفر الزيات - القرية ١٨)

(ب) الجدول الآتى يبين أحد التوزيعات التكرارية :

المجموعات	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	المجموع
التكرار	١٠	ك	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

أوجد : (١) قيمة ك

(٢) الوسيط باستخدام المنحنى التكرارى المتجمع الهابط. (كفر الزيات - القرية ١٨)

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : -٣ ≤ ٢ - ٥ س ≤ ١٢ حيث س ∈ ℤ

(بنى سويف - بنى سويف ٢٠)

(ب) إذا كانت : س =]٣ ، ٧] ، ص = [٤ ، ∞[

مستعينًا بخط الأعداد أوجد كلًا مما يأتى :

(١) س ∩ ص (٢) س ∪ ص (٣) س - ص

(بنى سويف - بنى سويف ١٦)

اختبار تراكمى ١٨ حتى الدرس الخامس الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) القيمة الأكثر شيوعًا أو تكرارًا لمجموعة قيم هى ..... (الإسماعيلية - الإسماعيلية ١٨)

(أ) الوسط الحسابى. (ب) الوسيط.

(جـ) المنوال. (د) المدى.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



٢ الوسط الحسابى للقيم : ل ، - ل ، ٣ ل يساوى ..... (منقلوط - أسيوط - ٢٠)

(أ) ٣ ل (ب) ٢ ل (جـ) - ل (د) ل

٣ $\sqrt{٤٨} - \sqrt{٤٢}$ = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(أ) ٤ (ب) -٢ (جـ) صفر (د) -٤

٤ المنوال للقيم : ٨ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $٢\sqrt{٢}$ هو ..... (المنشأة - سوهاج - مجمع ٢١)

(أ) ٨ (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) ٢ (د) $٢\sqrt{٢}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ المنوال للقيم : ٣ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٣ ، ٦ ، ٥ هو ..... (الإسماعيلية - ٢٣)

٢ إذا كان : (أ ، ٣ أ) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ١٥

فإن : أ = ... (سمنود - الغربية - ٢٣)

٣ كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣} فإن طول نصف قطرها ..... سم. (بورسعيد - بورسعيد - ٢٢)

٤ إذا كان المنوال للأعداد : س + ١ ، ٤ ، ٥ ، ٧ هو ٤ . فإن : س = ...

(قوص - قنا - ٢٣)

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{٧}$ س + ١ = ٨ فى ح (المنيا - المنيا - ١٩)

(ب) اختصر لأبسط صورة : $(\sqrt{٥} - \sqrt{٢})^{٢} + \sqrt{٤٠}$ (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٤ (أ) أوجد قيمة ص بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (٢ ، ص) موازيًا لمحور السينات. (المعصرة - القاهرة - ١٩)

(ب) الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى للأجور الأسبوعية لعدد ١٠٠ عامل بأحد المصانع :

مجموعات الأجر بالجنيه	-٧٠	-٨٠	-٩٠	-١٠٠	س -	-١٢٠	-١٣٠	المجموع
عدد العمال	١٠	١٣	م - ٤	٢٠	١٦	١٤	١١	١٠٠

أوجد : ١ قيمة كل من س ، م

٢ الأجر المنوالى بالجنيه باستخدام المدرج التكرارى. (المعصرة - القاهرة - ١٩)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار ١

الدرجة ١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٢ درجات)

١ إذا كان : $-\sqrt[3]{٢٥} = \sqrt[3]{ص}$ فإن : ص = ...

(أ) ٥ (ب) -٥ (جـ) ١٢٥ (د) -١٢٥

٢ العدد غير النسبى المحصور بين -٢ ، -١ هو .....

(أ) -٣ (ب) $-١\frac{١}{٢}$ (جـ) $-\sqrt{٣}$ (د) $\sqrt{٢}$

٣ إذا كان س عددًا حقيقيًا سالبًا فأى من الأعداد الآتية يمثل عددًا موجبًا ؟

(أ) $س^{٢}$ (ب) $س^{٣}$ (جـ) ٣ س (د) $\frac{س}{٣}$

٢ أكمل ما يأتى : (٢ درجات)

١ $ح \cup ح' =$ .....

٢ مجموعة حل المعادلة $(س - \sqrt{٥})(س + \sqrt{٣}) =$ صفر فى نَ هى .....

٣ مربع مساحته ٧ سم^{٢} فإن طول ضلعه = ... سم

٣ أثبت أن : $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥ (درجتان)

٤ مكعب سعته ٢٧ لترًا أوجد طول حرفه الداخلى. (درجتان)

اختبار ٢

الدرجة ١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ $ح \cap ح' =$ .....

(أ) $ح'$ (ب) ح (جـ) ص (د) $\varnothing$

٢ $\sqrt[٣]{٠,٠٠١ \times \frac{١}{٨}} =$ .....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢٠}$ (د) ٢٠

٣ المربع الذى طول ضلعه $\sqrt{٣}$ سم تكون مساحته ..... سم^{٢}

(أ) $٤\sqrt{٣}$ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) ٦

٢ أكمل ما يأتى : (٣ درجات)

١ إذا كان : $س^{٣} = ٢٧$ فإن : س = ...

٢ ن $\cup$ نَ = ...

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٤ = ٠$ فى ح هى .....

٣ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $٢ + س^{٣} = ١$ (درجتان)

٤ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى : (درجتان)

١ $\sqrt[٣]{س} = \frac{١}{٢}$

٢ $س^{٢} + ٥ = ٣٢$

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار ١

الدرجة ١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١) ح = ...

(أ) ح ∩ ح (ب) ح ∪ ح (جـ)]-∞ ، ∞[(د) ن ∩ ن

٢) مرافق العدد $\frac{١}{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}}$ هو .....

(أ) $\sqrt{٣}+\sqrt{٢}$ (ب) $\sqrt{٣}-\sqrt{٢}$ (جـ) $\sqrt{٣}\times\sqrt{٢}$ (د) $-\sqrt{٣}-\sqrt{٢}$

٣) حجم كرة طول قطرها ٦ سم = ... سم٣.

(أ) ٢٨٨ (ب) ١٢ π (جـ) ٣٦ π (د) ٢٨٨ π

٢ أكمل ما يأتى : (٣ درجات)

١) مكعب طول حرفه ٤ سم فإن مساحته الكلية = ... سم٢.

٢) المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو .....

٣) إذا كانت : س٣ = $\frac{٨}{٢٧}$ فإن : س فى أبسط صورة = ...

٣ اختصر لأبسط صورة : $٢\sqrt{١٨}+\sqrt{٥٠}+\frac{١}{٢}\sqrt{١٦٢}$ (٣ درجات)

٤ إذا كانت : س = [-١ ، ٤] ، ص = [٢ ، ∞[(٣ درجات)

أوجد مستعينًا بخط الأعداد كلًا من : س ∪ ص ، ص - س

اختبار ٢

الدرجة ١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١) متوازى مستطيلات أبعاده $\sqrt{٢}$ سم ، $\sqrt{٣}$ سم ، $\sqrt{٦}$ سم

فإن حجمه = ... سم٣.

(أ) $٣٠\sqrt{٢}$ (ب) $٦\sqrt{٢}$ (جـ) ٦ (د) $١٨\sqrt{٢}$

٢)]٨ ، ١٠[- {٨ ، ٩ ، ١٠} = ...

(أ) ∅ (ب) {٨ ، ١٠} (جـ) {٩} (د) ط

٣) المعكوس الجمعى للعدد ($\sqrt{٢}-\sqrt{٥}$) هو .....

(أ) $\sqrt{٥}+\sqrt{٢}$ (ب) $\sqrt{٥}-\sqrt{٢}$

(جـ) $\sqrt{٥}-\sqrt{٢}$ (د) $-\sqrt{٥}-\sqrt{٢}$

٢ أكمل ما يأتى : (٣ درجات)

١) المحايد الضربى فى ح هو ..... والمحايد الجمعى فى ح هو .....

٢) $\sqrt{٥}$ ، $٢٠\sqrt{٢}$ ، $٤٥\sqrt{٢}$ ، $٨٠\sqrt{٢}$ ، ..... (بنفس التسلسل)

٣) $\sqrt{٢}+٢\sqrt{٢}$ = ...

٣ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٢٤ سم٣ ، وارتفاعها ٦ سم

أوجد مساحتها الجانبية. ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$) (٣ درجات)

٤ إذا كانت : أ = $٣\sqrt{٢}+\sqrt{٢}$ ، ب = $\frac{١}{٣\sqrt{٢}+\sqrt{٢}}$ أوجد فى أبسط صورة قيمة : أ٢ - ب٢ (٣ درجات)

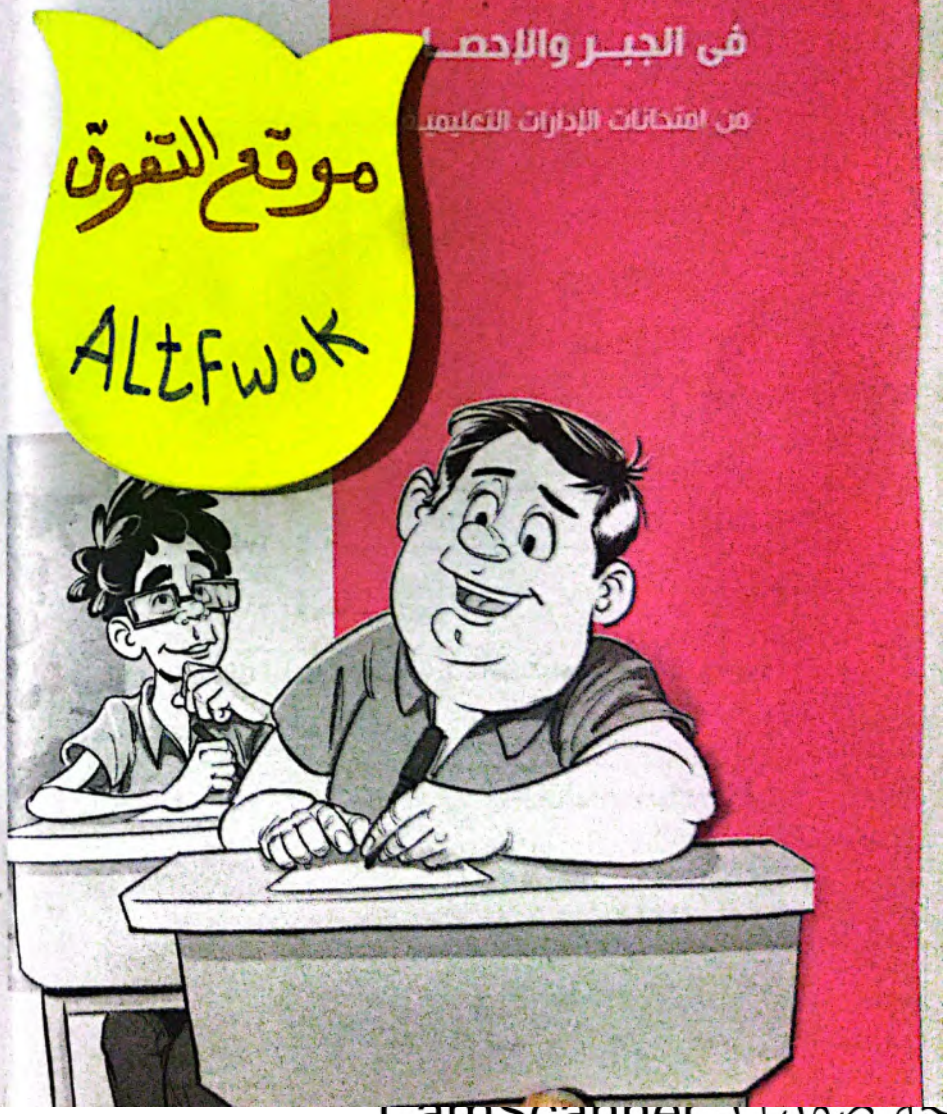
موقع التفوق
ALtFwoK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الأسئلة الهامة

في الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية



أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ $\sqrt{-٢٧}^{٣} + ٣ =$ ..... (الزاوية الحمراء - القاهرة - ٢٠)

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) -٢٤

٢ العدد الغير نسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو ..... (المراقبى - الجيزة - ١٩)

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $-\sqrt{١}$ (جـ) $\sqrt{٧}$ (د) $٢\frac{١}{٢}$

٣ $\sqrt{٨}^{٣} - \sqrt{٢}^{٣} =$ ..... (الحمول - القليوبية - ٢٠)

(أ) $\sqrt{٢}^{٣}$ (ب) $\sqrt{٦}^{٣}$ (جـ) $٢\sqrt{٢}^{٣}$ (د) ٢

٤ $[٣ ، ٧] - [٢ ، ٥] =$ ..... (عرب طحلا - القليوبية - ٢٠)

(أ) $[٥ ، ٧]$ (ب) $]٥ ، ٧[$ (جـ) $\{٥ ، ٧\}$ (د) $[٥ ، ٧[$

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^{٣} = ٨$ فى ث هى ..... (شرق - الإسكندرية - ١٩)

(أ) $\{-٢\}$ (ب) $\{٢\}$ (جـ) $\{٢ ، -٢\}$ (د) $\{٦٤\}$

٦ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}^{٣}}{٦}$ هو ..... (طوخ - القليوبية - ٢٠)

(أ) $\frac{-\sqrt{٣}^{٣}}{٦}$ (ب) $\sqrt{٦}^{٣}$ (جـ) $٢\sqrt{٣}^{٣}$ (د) $-٢\sqrt{٣}^{٣}$

٧ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠ سم

فإن طول قطر قاعدتها ..... (القناطر - القليوبية - ٢٠)

(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٣ سم

٨ إذا كان : $\sqrt{٩}^{٣} = \sqrt{س}^{٣}$ فإن : س = ... (الإبراهيمية - الشرقية - ٢٠)

(أ) ٢٧ (ب) ٦٤ (جـ) -٦٤ (د) -٢٧

٩ $[٣ ، ٥] - \{٥\} =$ ..... (عرب المنصورة - الدقهلية - ١٩)

(أ) $[٣ ، ٤]$ (ب) $]٣ ، ٥[$ (جـ) $\{٣ ، ٤\}$ (د) $]٣ ، ٥[$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٧ متوازى مستطيلات أبعاده $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٦}$ سم يكون حجمه = ... سم^{٣}

(أم قيت - البحيرة ١٩)

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (ج) $٦\sqrt{٦}$ (د) $١٨\sqrt{٢}$

٢٨ مجموعة حل المتباينة : - س < ٢ فى ح هى .....

(النيل الكبير - الإسماعيلية ٢٠)

(أ) $]-\infty ، ٢[$ (ب) $]-\infty ، -٢[$ (ج) $]-٢ ، \infty[$ (د) $]٢ ، \infty[$

٢٩ إذا كان : س < $\sqrt{٣٦}$ < س + ١ ، س ∈ ص فإن : س = ...

(الحامول - كفر الشيخ ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

٣٠ ح = ...

(الهرم - الجيزة ٢٠)

(أ) $]٠ ، \infty[$ (ب) $]-\infty ، \infty[$ (ج) $]-\infty ، ٠[$ (د) $]١ ، \infty[$

٣١ كرة طول قطرها ٦ سم يكون حجمها = ... سم^{٣}

(الخارجة - الوادى الجديد ٢٠)

(أ) ٩π (ب) ١٢π (ج) ٣٦π (د) ٢٢٨π

٣٢ كرة حجمها $\frac{٥٠٠}{٣}\pi$ سم^{٣} فيكون طول نصف قطرها = ... سم

(الحامول - كفر الشيخ ٢٠)

(أ) ١٠ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (ج) ٥ (د) π

٣٣ ثلاثة أرباع حجم كرة يساوى ٨ π سم^{٣}

فإن طول نصف قطرها يساوى ..... سم

(غرب طنطا - الغربية ١٩)

(أ) ٦٤ (ب) ٨ (ج) ٤ (د) ٢

٣٤ مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣} فإن مساحته الجانبية = ... سم^{٢}

(صنورس - الفيوم ٢٠)

(أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ٦٤ (د) ٩٦

٣٥ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها نق سم وارتفاعها يساوى طول قطرها

يكون حجمها ..... سم^{٣}

(دبروط - أسيوط ٢٠)

(أ) π نق^{٣} (ب) π نق^{٢} (ج) ٢ π نق^{٣} (د) ٢ نق^{٣}

٣٦ ن ∩ ن' = ...

(طلخا الشريف - أسيوط ٢٠)

(أ) ح (ب) ∅ (ج) ن (د) ن'

٣٧ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٩ = صفر فى ح هى .....

(صدقى الكيلانى - القاهرة ١٩)

(أ) {-٩} (ب) {-٣} (ج) {٣ ، -٣} (د) ∅

٣٨ مجموعة الحل فى ح للمتباينة : -١ ≤ - س < ١ هى .....

(أبى حزم - الجيزة ١٩)

(أ) $]-١ ، ١]$ (ب) $[-١ ، ١[$ (ج) $]-١ ، ١[$ (د) $[-١ ، ١]$

٣٩ مكعب حجمه ٢ $\sqrt{٢}$ سم^{٣} فإن طول حرفه = ... سم

(الجيزة - الجيزة ٢٠)

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) ٢ (ج) ٨ (د) ١,٥

٤٠ مجموعة حل المعادلة : (س^{٢} + ٤) (س^{٢} - ٩) = ٠ فى ح هى .....

(الجمهورية - الجيزة ٢٠)

(أ) {٣} (ب) {-٣} (ج) {٣ ، -٣} (د) ∅

٤١ المساحة الجانبية لأسطوانة دائرية طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم

وارتفاعها ٥ سم = ... سم^{٢}

(أبين - القاهرة ١٩)

(أ) ٥٠π (ب) ٧٠π (ج) ٩π (د) ٣٥π

٤٢ ح $\cup$ ح' = ...

(المعادى - القاهرة ١٩)

(أ) ∅ (ب) {صفر} (ج) ح (د) ح - {صفر}

٤٣ إذا كانت : س > ٥ فإن : $\sqrt{(٥ - س)^{٢}}$ = ...

(المعادى - القاهرة ١٩)

(أ) ٥ - س (ب) $\sqrt{٥} - \sqrt{س}$ (ج) س - ٥ (د) س + ٥

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ ن ∪ ن' = ... (الحامول - كفر الشيخ - ٢٠)

٢ ن ∩ ن' = ... (العدوة - المنيا - ٢٠)

٣ إذا كان : $\sqrt{أ} = 2\sqrt{3}$ فإن : أ = ... (عابدين - القاهرة - ٢٠)

٤ {-١ ، ٠ ، ١} ∩]-١ ، ١[= ..... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٠)

٥ [٣ ، ٤] - {٣ ، ٥} = ... (أجا - الدقهلية - ٢٠)

٦ المعكوس الضربى للعدد $(3\sqrt{3} + \sqrt{2})$ فى أبسط صورة هو ..... (الهرم - الجيزة - ١٩)

٧ إذا كان : $\frac{1}{س} = \sqrt{5} - 2$ فإن قيمة س فى أبسط صورة هى ..... (زفتى - الغربية - ١٩)

٨ ح فى صورة فترة = ... (شرق - الإسكندرية - ٢٠)

٩ $\sqrt{27} - \sqrt{3} =$ ..... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

١٠ العدد غير النسبى $\sqrt{10}$ يقع بين عددين صحيحين متتاليين هما ..... ، ..... (منفلوط - أسيوط - ٢٠)

١١ العدد التالى فى النمط : $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{8}$ ، $\sqrt{18}$ ، $\sqrt{32}$ هو ..... (شبين القناطر - القليوبية - ٢٠)

١٢ مكعب مجموع أطوال أحرفه ٤٨ سم فإن حجمه ..... (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

١٣ حجم الكرة التى طول قطرها ٢ سم هو ..... π سم^3 (الخانكة - القليوبية - ٢٠)

١٤ الكرة التى حجمها $\frac{9}{2}\pi$ سم^3 يكون طول قطرها = ... سم. (المحمودية - البحيرة - ١٩)

١٥ محيط المستطيل الذى بعداه هما $(3 - \sqrt{5})$ سم ، $(3 + \sqrt{5})$ سم يساوى .....
(حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

١٦ إذا كان محيط دائرة $4\sqrt{5}\pi$ سم فإن مساحتها = ... سم^2
(الهسالين ودار السلام - القاهرة - ١٩)

١٧ $\sqrt{9 + 16} = 3 +$ ..... (الحوصية - الجيزة - ٢٠)

١٨ المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt[3]{-8}$ هو ..... (زفتى - الغربية - ٢٠)

١٩ إذا كانت : س = $\sqrt{3} + 2$ ، ص = $2 - \sqrt{3}$

فإن (س ص ، س + ص) = (..... ، .....) (بيلا - القليوبية - ١٩)

٢٠ أسطوانة دائرية قائمة حجمها 125π سم^3 ، وارتفاعها = طول نصف قطرها

فإن : نق = ... سم (شرق طنطا - الغربية - ١٩)

٢١]-٢ ، ٣] ∩ ح = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ٢٠)

٢٢ [-١ ، ٢[∩ ص = ... (نجروة - المنوفية - ٢٠)

٢٣ ح ∩ [-٣ ، ٢[= ..... (شمال - الجيزة - ١٩)

٢٤ $\sqrt{أ} + \sqrt{18} = 4\sqrt{2}$ اذا كانت أ = ... (منوف - ف - ٢٠)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ إذا كانت : س = [-٣ ، ٢[، ص = [-١ ، ٥]

أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∪ ص ٢ س ∩ ص ٣ س - ص (منوف - ف - ٢٠)

٢ إذا كانت : أ =]-∞ ، ٣[، ب = [-٢ ، ٥]

أوجد مستعينًا بخط الأعداد : ب - أ ، أ ∩ ب ، أ ∪ ب ، أ' (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

٣ إذا كانت : س = $\sqrt{3} + 1$ ، ص = $\frac{2}{\sqrt{3} + 1}$

أوجد قيمة المقدار : $\frac{س ص}{س - ص}$ (القناطر - القليوبية - ٢٠)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ إذا كان : س = $\frac{١}{٢ + \sqrt{٥}}$ ، ص = $٢ + \sqrt{٥}$

أثبت أن : س ، ص مترافقان ثم أوجد : س^{٢} ص^{٢} فى أبسط صورة. (غرب - الإسكندرية - ١٩)

٥ إذا كانت : س = $\sqrt{٧} - \sqrt{٥}$ ، ص = $\frac{٢}{\sqrt{٥} - \sqrt{٧}}$

أوجد قيمة المقدار : س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} (أجا - الدقهلية - ٢٠)

٦ إذا كان : س = $\sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ ، ص = $\frac{٢}{س}$ فأثبت أن : س ، ص عددان مترافقان

ثم أوجد قيمة : س^{٢} + س ص + ص^{٢} (المحمودية - البحيرة - ١٩)

٧ إذا كان : س = $\sqrt{٤ + \sqrt{٧}}$ ، ص = $\sqrt{٤ - \sqrt{٧}}$

أوجد : (س + ص)^{٢} فى أبسط صورة. (نبروه - الدقهلية - ٢٠)

٨ إذا كانت : س = $\frac{\sqrt{٥} + \sqrt{٦}}{\sqrt{٥} - \sqrt{٦}}$ فأثبت أن : س + $\frac{١}{س}$ = ٢٢ (شرق الزقازيق - الشرقية - ٢٠)

٩ أوجد مجموعة حل المتباينة : ٥ س − ٣ < ٢ س + ٩ فى ح (القليوبية - ٢٠)

١٠ أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة ومثلها على خط الأعداد : ٥ − ٣ س > ١١

(أبو كبير - الشرقية - ٢٠)

١١ أوجد مجموعة الحل فى ح ومثل الحل على خط الأعداد : ١ < ٢ س + ٣ ≥ ٩ (الهرم - الجيزة - ١٩)

١٢ أوجد مجموعة الحل فى ح ومثلها على خط الأعداد : $\frac{س}{٣}$ + ٢ > ٣ (نبروه - الدقهلية - ٢٠)

١٣ أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : ٤ س + ٣ > ٥ س + ٢ > ٤ س

ومثل الحل على خط الأعداد. (مصر الجديدة - القاهرة - ١٩)

١٤ اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{٣}(\sqrt{٤}+٢) - ٢(\sqrt{٣}+١)$ (نبروه - الدقهلية - ٢٠)

١٥ اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{\frac{١}{٣}} \times \sqrt{٣} - ٢\sqrt{٧٥} + \sqrt{٢٧}$ (أجا - الدقهلية - ٢٠)

١٦ اختصر لأبسط صورة : $\sqrt[٣]{\frac{١}{٩}} \times \sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{٢٤} + \sqrt[٣]{٨١}$ (وسط - الإسكندرية - ١٩)

١٧ أوجد فى أبسط صورة : $\sqrt[٣]{١٢} + \sqrt[٣]{٥٤} - ٢\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{١٦}$ (مشتول السوق - الشرقية - ٢٠)

١٨ أوجد فى أبسط صورة : $\sqrt{٥٠} + \sqrt{٥٤} - ١٠ \times \sqrt{\frac{١}{٢}} - \sqrt{١٦}$ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٠)

١٩ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : (س − ٢)^{٣} = ١٢٥ (دير مواس - المنيا - ١٩)

٢٠ كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣} أوجد :

١ طول نصف قطر الكرة ٢ مساحة الكرة بدلالة π (شبين الكوم - المنوفية - ٢٠)

٢١ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها يساوى طول نصف قطر قاعدتها

أوجد ارتفاع الأسطوانة إذا علم أن حجم الأسطوانة ٢٧ π سم^{٣} (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٠)

٢٢ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٤ $\sqrt{٢}$ سم وارتفاعها ٩ سم

أوجد حجمها بدلالة π (المحوزة - الجيزة - ١٩)

٢٣ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وطول نصف قطر قاعدتها ٧ سم

احسب حجمها ومساحتها الجانبية علمًا بأن ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$) (المنيا - المنيا - ١٩)

٢٤ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف

قطر قاعدتها ٣ سم احسب ارتفاع الأسطوانة. (مغاغة - المنيا - ١٩)

٢٥ أسطوانة معدنية دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم وارتفاعها ٤ سم صهرت

وحولت إلى كرة. أوجد طول نصف قطر هذه الكرة. (نبروه - الدقهلية - ٢٠)

٢٦ أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٤٤٠ سم^{٢} وارتفاعها ١٠ سم

أوجد حجمها علمًا بأن ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$) (ملوى - المنيا - ١٩)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

١ أى الأزواج المرتبة الآتية يحقق العلاقة ٢ س + ص = ٥ ؟ (سمالوط - المنيا)

(أ) (-١ ، ٣) (ب) (١ ، ٣) (جـ) (٢ ، ١) (د) (٢ ، ٢)

٢ الزوج المرتب الذى لا يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٥ مما يأتى هو ..... (شرق المنصورة - الدقهلية)

(أ) (١ ، ٣) (ب) (-١ ، ٧) (جـ) (٣ ، ١) (د) (٤ ، -٣)

٣ إذا كان (٥ ، ٢) يحقق العلاقة : س + ٢ ص = حـ فإن : حـ = ... (المستقبل - القاهرة - ٢٠)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

٤ إذا كانت النقطة (ك ، ٢ ك) تحقق العلاقة : ص + ٢ س = ٨ فإن : ك = ... (السلام - القاهرة - ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

٥ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ك) ، (٤ ، ٥) يوازى محور السينات فإن : ك = ... (الأقصر - الأقصر - ٢٠)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) -٥

٦ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٨) هو ..... (منشأة القناطر - الجيزة - ٢٠)

(أ) صفر (ب) غير معرف (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

٧ إذا كان : أ (-٣ ، ١) ، ب (١ ، ٣) فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ... (منيا القمح - الشرقية - ١٩)

(أ) -١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

٨ العلاقة ٢ س + ٧ ص = ١٤ يمثلها مستقيم يقطع محور السينات فى ..... (شبين القناطر - القليوبية - ١٩)

(أ) (٢ ، ٠) (ب) (٠ ، ٢) (جـ) (٧ ، ٠) (د) (٠ ، ٧)

٩ ميل المستقيم الأفقى = ...

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٢ (د) غير معرف

١٠ معادلة محور السينات هى ..... (المحمودية - البحيرة - ١٩)

(أ) س = ٠ (ب) ص = ٠

(جـ) س = ص (د) ص = - س

ثانيا أسئلة الإكمال

١ ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٤) ، (٠ ، ٥) هو ..... (الصينية والمنظم - القاهرة - ١٩)

٢ ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات هو ..... (شبرا - القاهرة - ٢٠)

٣ ميل المستقيم العمودى على محور الصادات هو ..... (شرق المنصورة - الدقهلية - ٢٠)

٤ المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (٢ ، ص) يوازى محور السينات فإن : ص = ... (سمالوط - المنيا - ٢٠)

٥ العلاقة ص = ٥ يمثلها خط مستقيم يوازى محور ..... وميله = ... (منيا القمح - الشرقية - ٢٠)

٦ إذا كان (-٣ ، ٢) يحقق العلاقة : ٥ س - ك ص = ٧ فإن : ك = ... (بوسيا - البحيرة - ١٩)

٧ إذا كان : أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل ..... (الزيتون - القاهرة - ١٩)

٨ إذا كان الزوجان المرتبان (أ ، ٢) ، (٣ ، ب) يحققان العلاقة : س + ٢ ص = ٣ (منير الحمدية - القاهرة - ١٩)

فإن : أ = ... ، ب = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩ إذا كان : أ (٣ ، ص) ، ب (٦ ، ٥) وكان ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يساوى $\frac{٢}{٣}$
فإن : ص = ... (القناطر - القليوبية - ..)

١٠ العلاقة : ٨ س + ٣ ص = ٢٤ يمثلها بيانيًا مستقيم يقطع محور الصادات
فى النقطة ..... (المعصرة - القاهرة - ٩)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ مثل بيانيًا العلاقة : ص = س + ٢ (المنيا - المنيا - ١٩)

٢ مثل بيانيًا العلاقة : س + ص = ٣ ثم أوجد نقطة التقاطع مع محور السينات.
(المرج - القاهرة - ١٩)

٣ ارسم بيانيًا العلاقة : ص = ٢ − س ثم أوجد ميل المستقيم. (شراخيت - البحيرة - ١٩)

٤ أوجد نقطتى تقاطع المستقيم : ٢ س + ٣ ص = ١٢ مع محورى الإحداثيات.
(الخانكة - القليوبية - ٢٠)

٥ أثبت أن النقط : أ (−١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٤) ، حـ (٥ ، ٥)
تقع على استقامة واحدة. (دير مواس - المنيا - ٢٠)

٦ هل النقط أ (٢ ، −١) ، ب (−١ ، ٣) ، حـ (٢ ، ٣) تقع على استقامة واحدة ؟
(عين شمس - القاهرة - ١٩)

٧ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ١٧) (٦ ، هـ) يساوى ٤ أوجد قيمة هـ
(النبيل - القاهرة - ١٩)

٨ إذا كان (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة : ٣ س + ص = ٣٠ فأوجد قيمة ك (كرداسة - الجيزة - ٢٠)

٩ أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ إذا كان : أ (−١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥)
هل النقطة حـ (٨ ، ١) تقع على $\overleftrightarrow{أب}$ ؟ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

١٠ إذا كان : أ (٣ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥)
أثبت أن : $\overleftrightarrow{أب}$ // محور الصادات. (العمرانية - الجيزة - ٢٠)

الأسئلة الهامة على الوحدة الثالثة ؟

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ المنوال للقيم : ٣ ، ٤ ، ١٠ ، ٤ هو ..... (ثوب - كفر الشيخ - ٢٠)
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٢ الوسط الحسابى للأعداد : ١٠ ، ١٢ ، ٨ هو ..... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٠)
(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٠

٣ الوسيط للقيم : ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ هو ..... (الخانكة - القليوبية - ١٩)
(أ) ٢٢ (ب) ٢٣ (جـ) ٢٤ (د) ٢٥

٤ الوسط الحسابى للقيم : ٥ − س ، ٥ ، ٥ + س هو ..... (الحامول - كفر الشيخ - ٢٠)
(أ) ٥ (ب) ٨١ (جـ) ١٣ (د) ٣

٥ إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ٥ ، ٧ ، ٨ ، س هو ٦ فإن : س = ...
(أبو حمص - البحيرة - ١٩)
(أ) ٨ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٤

٦ إذا كان ترتيب الوسيط هو الرابع فإن عدد القيم ..... (السلام - القاهرة - ٢٠)
(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٧ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ١٥ ، ١١ ، ٥ س ، ٤ هو ١٥
فإن : س = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ١٥

٨ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ١٢ ، ٧ ، س + ١ ، ٧ ، ١٢ هو ٧
فإن : س = ... (الحامول - كفر الشيخ - ٢٠)
(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١١

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦ مركز المجموعة الأولى من المجموعات ٢- ، ١٣ ، ١٩ ، ٢٤ هو .....

(أ) ٣ (ب) ٧ (ج) ١٠ (د) ١٣

٧ مجموعة حدها الأدنى ٤ وحدها الأعلى ٨ فإن مركزها = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

٨ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى لها هو س ومركزها ١٥

فإن س = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٥ (ج) ٢٠ (د) ٨

٩ الوسط الحسابي لخمس قيم هو ٨ فإن مجموع هذه القيم = ...

(أ) ١٣ (ب) ١٦ (ج) ٤٠ (د) ٦٤

١٠ نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والنازل تعين على محور المجموعات .....

(أ) الوسط الحسابي (ب) الوسيط (ج) المنوال (د) التكرارات

١١ إذا كانت النقطة (١٦ ، ٣٠) هي نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والهابط

فإن الوسيط = ...

(أ) ١١ (ب) ٢٣ (ج) ٦٠ (د) ٣٠

١٢ إذا كان ترتيب الوسيط لتوزيع تكراري هو ٥٠ فإن مجموع التكرارات = ...

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (ج) ١٠٠ (د) ٥

الوحدة الرابعة الإحصاء

١ الوسيط للقيم: ٥ ، ٢ ، ١٩ ، ٧ ، ٩ هو .....

٢ المنوال للقيم: ٢ ، ٥ ، ٩ ، ٢ ، ٨ هو .....

٣ إذا كان الوسط الحسابي للقيم: ١٨ ، ٣٣ ، ٢٩ ، ٢٠ ، ٢٠ ، س هو ١٥

فإن س = ...

٤ ترتيب الوسيط لمجموعة القيم: ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٨ ، ٤ هو .....

٥ الوسط الحسابي هو أحد مقاييس .....

٦ إذا كان المنوال للقيم: ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ ، س هو ٨ فإن س = ...

٧ إذا كانت نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والهابط هي (٢٠ ، ٢٠)

فإن مجموع التكرارات للتوزيع التكراري هو .....

٨ الوسط الحسابي للقيم: ٢ - ، ص ، ٥ ، ٥ ، ٢٠ ، ص ، ١٠ هو .....

٩ إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو السادس والسادس

فإن عدد هذه القيم = ...

١٠ نقطة تقاطع المنحنيين المتجمع الصاعد والهابط تمثل ..... على محور المجموعات

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ التوزيع التكرارى التالى يبين درجات ٢٠ طالب وطالبة فى مادة الرياضيات :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

احسب الوسط الحسابى. (أبو قرقاص - المنيا - ١٩)

٢ الجدول الآتى يوضح التوزيع التكرارى لحوافز ١٠٠ عامل :

الحافز	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	ن -	٧٠ -
عدد العمال	١٠	ك	٢٢	٢٥	٢٠	٨

أوجد : [١] قيمة كل من : ن ، ك [٢] الوسط الحسابى. (أجا - الدقهلية - ٢٠)

٣ التوزيع التكرارى الآتى يبين درجات ٣٥ طالب فى مادة الرياضيات

ارسم المدرج التكرارى ومن الرسم أوجد الدرجة المنوالية :

المجموعات	٢ -	٤ -	٦ -	٨ -	١٠ - ١٢	المجموع
التكرار	٥	٨	١٠	٨	٤	٣٥

(سنورس - الفيوم - ٢٠)

٤ الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لأوزان ٢٠ طفلًا بالكيلو جرام :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

باستخدام المنحنى المتجمع الصاعد او النازل أوجد الوسيط لهذا التوزيع.

(كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

الامتحانات النهائية

فى الجبر والاحصاء

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض المحافظات.

لحزيه من امتحانات الجبر و الإحصاء امسح الكود



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نمـــوذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

(١) مجموعة حل المعادلة : $(س^{٢} + ٣)(س^{٢} + ١) = ٠$ هى ..... $(س \in ح)$

(٢) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى لها هو س ومركزها هو ١٥

فإن : س = ...

(٣) $]-٢ ، ٢] \cup \{-٢ ، ٠\} =$ .....

(٤) المكعب الذى حجمه ٨ سم^{٣} يكون مجموع أطوال أحرفه ..... سم

(٥) المعكوس الضربى للعدد $٣\sqrt{٢} + \sqrt{٢}$ فى أبسط صورة هو .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان طول نصف قطر كرة يساوى ٦ سم فإن حجمها يساوى .....

(أ) ٦ π سم^{٣} (ب) ٣٦ π سم^{٣} (جـ) ٧٢ π سم^{٣} (د) ٢٨٨ π سم^{٣}

(٢) إذا كانت النقطة (أ ، ١) تحقق العلاقة : س + ص = ٥ فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) -٤ (جـ) ٤ (د) ٥

(٣) $(٢\sqrt{٢})^{٢} =$ .....

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٤٠

(٤) الوسيط لمجموعة القيم : ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ هو .....

(أ) ٢٢ (ب) ٢٣ (جـ) ٢٤ (د) ٢٥

(٥) إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ٢٧ ، ٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٦ ، ك هو ١٤

فإن : ك = ...

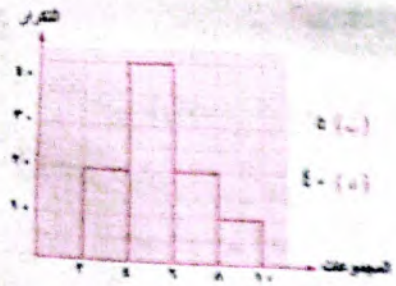
(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٢٧ (د) ٨٤

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

قيمة المنوال = ...

(أ) ٤ (ب) ٥

(جـ) ٦ (د) ٤٠



(ب) أوجد قيمة : $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٤} - ٣\sqrt{٢} - \frac{١}{\sqrt{٢}}\sqrt{٢٤}$

(ب) إذا كان : س = $\frac{٣}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}}$ ، ص = $\sqrt{٣} - \sqrt{٥}$

أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان.

٤ (أ) ارسم بيانيًا العلاقة الخطية : ص = ٢ - س

(ب) أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{٣س + ١}{٦} > س + ١ > \frac{س + ٤}{٢}$ فى ح

ومثلها على خط الأعداد.

٥ (أ) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٤ $\sqrt{٢}$ سم وارتفاعها ٩ سم ، أوجد حجمها بدلالة π وإذا كان حجمها يساوى حجم كرة فأوجد طول نصف قطر الكرة.

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	٨	٥٠

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نمـــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ المعكوس الجمعى للعدد : $-\sqrt{٣} - \sqrt{٥}$ هو .....

٢ $(\sqrt{٢} + \sqrt{٨})(\sqrt{٢} - \sqrt{٨}) =$ .....

٣ مرافق العدد $\frac{\sqrt{٢}٣ - \sqrt{٥}٢}{\sqrt{٢}}$ هو .....

٤ إذا كان حجم كرة = $\frac{٩}{٢}\pi$ سم^٣ فإن طول قطرها = ...

٥ $[٣ ، ٤] - \{٣ ، ٥\} =$ .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان حجم مكعب = ٢٧ سم^٣ فإن مساحة أحد أوجهه = ...

(أ) ٣ سم^٢ (ب) ٩ سم^٢ (جـ) ٣٦ سم^٢ (د) ٥٤ سم^٢

٢ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ س هو ٤ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٣ إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ١٨ ، ٢٣ ، ٢٩ ، ٢ ل – ١ ، ل هو ١٨

فإن : ل = ...

(أ) ١ (ب) ٧ (جـ) ٢٩ (د) ٩٠

٤ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٤ والحد الأعلى لها هو ٨ فإن مركزها هو .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٥ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها يساوى نق سم وارتفاعها يساوى طول قطر قاعدتها ، يكون حجمها يساوى ..... سم^٣

(أ) π نق^٣ (ب) π نق^٢ (جـ) ٢ π نق^٣ (د) ٢ نق^٣

٦ مجموعة حل المعادلة : س (س^٢ – ١) = صفر ، س ∈ ح هى .....

(أ) {٠} (ب) {١} (جـ) {-١} (د) {٠ ، -١ ، ١}

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{\sqrt{٥}٢}{\sqrt{٣}٢ - \sqrt{٥}٢} + \frac{\sqrt{٣}٢}{\sqrt{٣}٢ + \sqrt{٥}٢}$

(ب) أثبت أن : $\sqrt{١٢٨}٢ + \sqrt{١٦}٢ - ٢\sqrt{٥٤}٢$ = صفر

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : -٢ < ٣ س + ٧ ≤ ١٠ فى ح مع تمثيل فترة الحل على خط الأعداد.

(ب) إذا كانت : س = $\sqrt{٢}٢ + \sqrt{٣}٢$ فأوجد قيمة : س^٤ – ٢ س^٢ + ١

٥ (أ) الشكل المقابل يمثل درجات ٣٢ طالبًا فى أحد الاختبارات.



أكمل :

الدرجة الوسيطية = ...

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل العبارات الآتية لتصبح صحيحة :

١) مرافق العدد $\overline{٣}\,ت$ + $\overline{٢}\,ت$ هو .....

٢) $\overline{١٨}\,ت$ = $\overline{٢٢}\,ت$ - $\overline{٣}\,ت$ = ...

٣) المنوال لمجموعة القيم ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٣ هو .....

٤) الوسيط لمجموعة القيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ هو .....

٥) مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ = ٠ = صفر في ح هي .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) الوسط الحسابي لمجموعة القيم : ٩ ، ٦ ، ٥ ، ١٤ ، ١٠ يساوى .....

(أ) ٧ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٩

٢) أبسط صورة للمقدار : $(\overline{٣}\,ت - \overline{٢}\,ت)(\overline{٣}\,ت + \overline{٢}\,ت)$ هي .....

(أ) $\overline{٣}\,ت$ (ب) ١ (جـ) $\overline{٢}\,ت$ (د) ٢ $\overline{٢}\,ت$

٣) المعكوس الجمعي للعدد - $\overline{٥}\,ت$ هو .....

(أ) $\overline{٥}\,ت$ (ب) ٥ (جـ) $\overline{٢}\,ت$ (د) ٥-

٤) $[٠ ، ٣[- \{٠ ، ٣\}$ = ...

(أ) $]٠ ، ٣[$ (ب) $[٠ ، ٣[$ (جـ) $\varnothing$ (د) $]٠ ، ٣[$

٥) مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣} فإن طول حرفه ..... سم

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٣ اكتب أمام العبارة في العمود الثاني رقم الجملة المناسبة لها من العمود الأول :

١) مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ - ٢٥ = ٠ ، في ح هي	( ) $]٠ ، ٥-[$
٢) $[-٣ ، ٢] \cap]٠ ، ٥[$ = ...	( ) ٧
٣) إذا كان ترتيب الوسيط هو الرابع فإن عدد القيم هو	( ) $\{٥ ، ٠\}$

١) $\overline{٢}\,ت$ هو عدد

٢) مجموعة حل المتباينة : ٢ ≤ س ≤ ٧ على خط الأعداد هي

غير ذلك

٤ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة ، وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١) الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = مجموع القيم ÷ عددها

٢) إذا كان : س = $\overline{٢٢}\,ت$ - $\overline{٢}\,ت$ ، ص = $\overline{٢٢}\,ت$ + $\overline{٢}\,ت$

فإن : س ، ص مترافقان

٣) العدد غير النسبي $\overline{٢}\,ت$ يقع بين ٢ ، ٣

٤) $\overline{٢٧}\,ت$ - $\overline{٧٥}\,ت$ = $\overline{٣}\,ت$

٥) أبسط صورة للعدد $\frac{\overline{٥}\,ت}{٥}$ هي $\frac{\overline{١}\,ت}{١}$

٥ (أ) أكمل : إذا كان العدد الأسير لمجموعة هو ٤ والعدد الأخير لها هو ٢

فإن مركزها = ... = ...

(ب) الجدول الآتي لإيجاد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٢	٧	٥٠

المجموعات	مركز المجموعة (م)	التكرار (ت)	مركز المجموعة × التكرار (م × ت)
٥-	١٠	٧	١٠ × ٧ = ٧٠
١٥-	٢٠	١٠	٢٠ × ١٠ = ٢٠٠
٢٥-	.....	.....	..... = ...
٣٥-	.....	.....	..... = ...
٤٥-	.....	.....	..... = ...
المجموع		٥٠	

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجـ (م × ت)}}{\text{مجـ (ت)}}$ = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ $\sqrt[3]{27} - \sqrt{9} =$ .....

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) -٣ (د) ٩

٥ متوازى مستطيلات أبعاده : $\sqrt{2}$ سم ، $\sqrt{5}$ سم ، $\sqrt{10}$ سم فإن حجمه ..... سم^3

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

٦]١ ، ٣[∪ {١ ، ٢} = ...

(أ) {١ ، ٣} (ب)]١ ، ٢] (جـ)]١ ، ٣[(د) {١}

٢ أكمل مكان النقط :

١ إذا كان (أ ، ١) يحقق العلاقة : س + ص = ٤ فإن : أ = ...

٢ ٢ س + ٣ ص = ٦ يمثلها مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة .....

٣ الوسيط للقيم : ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٥ ، ٦ هو .....

٤ ص ∩]-١ ، ٣[= .....

٥ المعكوس الضربى للعدد : $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ هو .....

٣ (أ) أوجد فى ح على صورة فترة مجموعة حل المتباينة : ١ - ٣ س ≥ ٧

(ب) إذا كانت س = [-٥ ، ٥[، ص = [-٣ ، ٦] أوجد :

١ س ∩ ص ٢ س ∪ ص ٣ س - ص

٤ (أ) أوجد ثلاثة حلول للمعادلة : ص = ٢ س - ١ ثم مثلها بيانيًا.

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{50} + 2\sqrt{8} - 10\sqrt{\frac{1}{2}}$

٥ (أ) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها يساوى طول نصف قطر قاعدتها. أوجد ارتفاع الأسطوانة إذا علم أن حجم الأسطوانة ٢٧ π سم^3.

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{3}$ س - ١ = ٢ فى ح هى .....

(أ) {$2\sqrt{3}$} (ب) {$\sqrt{3}$} (جـ) {$\sqrt{2}$} (د) {$2\sqrt{2}$}

٢ إذا كانت : -٢ ≤ س ≤ ٦ فإن : س ..... -٣

(أ) ≤ (ب) ≥ (جـ) > (د) =

٣ الوسط الحسابى للقيم : ٢ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٥ هو .....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٤ إذا كان ثلاثة أمثال عدد ما يساوى ٢٤ فإن نصف هذا العدد يساوى .....

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٣٦

٥ إذا كان الزوج المرتب (ل ، -٢) يحقق العلاقة : ٥ س + ٤ ص = ٧

فإن : ل = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٦ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ س هو ٨ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ أكمل ما يأتى :

١ الحد الجبرى ٣ س^2 ص من الدرجة .....

٢ ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات .....

٣]٢ ، ٧[∪ {٢ ، ٧} = ...

٤ العلاقة ص = ٥ تمثل بخط مستقيم يوازى محور .....

٥ الوسيط للقيم : ٢ ، ٣ ، ٧ ، ٥ ، ٦ هو .....

٦ $\frac{٣}{٤}$ = ... ٪

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣ (أ) إذا كانت : س = $\frac{٤}{٣\sqrt{٢} - \sqrt{٧}}$ ، ص = $٣\sqrt{٢} - \sqrt{٧}$

١ أثبت أن : س ، ص مترافقان.

٢ أوجد القيمة العددية للمقدار : س ص

(ب) إذا كانت : س =]-١ ، ٤] ، ص = [٣ ، ∞[أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∪ ص ٢ س ∩ ص ٣ س - ص

٤ (أ) هل ب ∈ $\overleftrightarrow{أحـ}$ مع ذكر السبب : أ (٢ ، ١) ، ب (-١ ، ٧) ، حـ (٤ ، -٣)

(ب) إذا كان حجم كرة $\frac{٥٠٠}{٣}\pi$ سم^٣ فاحسب طول نصف قطرها.

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة المقدار : $\frac{١}{٥}\sqrt{٤٥} - ٢\sqrt{٢٠} + ١٠\sqrt{٥}$

(ب) أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	- ٥	- ١٥	- ٢٥	- ٣٥	- ٤٥	المجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعكوس الضربي للعدد $(٥)^{-١}$ هو .....

(أ) ٥ (ب) -٥ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $-\frac{١}{٥}$

٢ إذا كان أربعة أمثال عدد هو ٤٨ فإن العدد هو .....

(أ) ١٢ (ب) ١٥

(جـ) ١٦ (د) كل ما سبق.

٣ ترتيب الوسيط للقيم : ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ هو .....

(أ) الثالث. (ب) الرابع. (جـ) الخامس. (د) السادس.

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٤ $\sqrt{٢٥} - \sqrt{١٢٥} =$ .....

(أ) صفر (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ± ٥

٥ العدد غير النسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو .....

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٢,٥ (جـ) $\sqrt{١٠}$ (د) $\sqrt{٧}$

٦ إذا كان (أ ، أ) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٦ فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ أكمل مكان النقط :

١ إذا كان : $٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

٢ الوسط الحسابي للقيمتين : $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٤٥}$ هو .....

٣ المجموعة التي حدها الأدنى ٥ ، وحدها الأعلى ٧ يكون مركزها .....

٤ المعكوس الجمعي للعدد $٢\sqrt{٢} - \sqrt{٥}$ هو .....

٥ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٦) ، (٢ ، ٤) يساوي .....

٦ ميل المستقيم العمودي على محور الصادات يساوي .....

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : -١ ≤ ٢ س - ٩ في ح مع تمثيل مجموعة الحل على خط الأعداد.

(ب) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص - ٢ س = ١ ومثلها بيانيًا.

٤ (أ) أثبت أن : $\sqrt{١٢٨} + \sqrt{١٦} - ٢\sqrt{٥٤} =$ صفر

(ب) إذا كانت : س = $\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$ ، س ، ص مترافقان أوجد قيمة : $\frac{س + ص}{س ص - ١}$

٥ (أ) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٤٤٠ سم^٢ وارتفاعها ١٠ سم
أوجد حجمها $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

(ب) أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	- ٥	- ١٥	- ٢٥	- ٣٥	- ٤٥	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	٨	٥٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥ محافظة الفيوم
إدارة طموح
توجيه الرياضيات - صباحى

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان (١ ، ٥) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = أ فإن : أ = ...
(أ) ٢١ (ب) ٧ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات .....
(أ) غير معرف. (ب) -١ (جـ) ١ (د) صفر

٣ متوازى مستطيلات أبعاده ٢ سم ، ٣ سم ، ٥ سم فإن حجمه سم٣
(أ) ٢٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٣٥ (د) ١٦

٤ باقى طرح (-٣ س) من ٢ س يساوى .....
(أ) -٥ س (ب) س (جـ) ٥ س (د) - س

٥ إذا كانت النقطة (١٦ ، ٣٠) هى نقطة تقاطع المنحنين الصاعد والهابط
فإن الوسيط = ...
(أ) ١٦ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٢ (د) ٣٠

٦ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة = ١٠ ومركزها = ١٥ فإن حدها الأعلى = ...
(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٠ (د) ١٥

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $\frac{٣}{س - ١}$ عددًا نسبيًا فإن : س ≠ .....

٢]٣ ، ٥[∩ {٣ ، ٥} = ...

٣ العلاقة : ٢ س + ٧ ص = ١٤ يمثلها مستقيم يقطع محور السينات فى النقطة .....

٤ المنوال للأعداد : ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٣ ، ٨ ، ٧ ، ٣ هو .....

٥ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ فى أبسط صورة هو .....

٦ ٣ س٢ × ٥ س٢ = ...

٣ (أ) إذا كانت : س = $\sqrt{٥} - ٢$ ، ص = $\sqrt{٥} + ٢$ أوجد قيمة : س٢ + ص٢

(ب) أوجد مجموعة حل المتباينة : ٥ س - ٣ < ٢ س + ٩ فى ح

٤ (أ) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠ π سم٣ وارتفاعها ١٠ سم. أوجد طول نصف قطر قاعدتها.

(ب) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ك) ، (٤ ، ٧) يساوى ٣ أوجد قيمة : ك

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt[٣]{١٦} + \sqrt[٣]{٥٤} - ٥\sqrt[٣]{٢}$

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	-٢	-٤	-٦	-٨	-١٠	المجموع
التكرار	٢	١	٢	٣	٢	١٠

٦ محافظة الشرقية
إدارة العاشر من رمضان
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ باقى طرح -٥ س من ٢ س هو .....
(أ) ٢ س (ب) -٢ س (جـ) ٧ س (د) -٨ س

٢ إذا كانت النقطة (أ ، ٥) تحقق العلاقة : س + ص = ١٠ فإن : أ = ...
(أ) ١ (ب) -٤ (جـ) ٤ (د) ٥

٣ إذا كان حجم مكعب = ١٢٥ سم٣ فإن مساحة أحد أوجهه = ... سم٢
(أ) ١٦ (ب) ٢٥ (جـ) ٣٦ (د) ٦٤

٤ العدد النسبى الذى يقع بين ٠,٢ ، ٠,٣ هو .....
(أ) ٠,٢١ (ب) ٠,١١ (جـ) ٠,٣١ (د) ٠,٣٢

٥ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٦ ، ١٠ ، ٨ ، ٢ س هو ١٠ فإن : س = ...
(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩ إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ١٥ ، ٨ ، ١٠ ، ٦ ، ١٤ ، ك هو ١٤
فإن : ك = ...
(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٢٧ (د) ٣١

٢ أكمل ما يأتى لتحصل على عبارات صحيحة :
١ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٤ = صفر فى ح هى .....
٢]٣ ، ٧[∪ {٣ ، ٧} = ...
٣ إذا كان الزوج المرتب (ك ، ٣ ك) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ١٠
فإن : ك = ...
٤ الخط المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، -٤) ، (٤ ، ٤) يوازى محور .....
٥ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٧ وحدها الأعلى هو س ومركزها هو ٩
فإن : س = ...
٦ المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt{٥}$ + $\sqrt{٣}$ هو .....

٣ (أ) أثبت أن : $\sqrt{١٢٨}$ + $\sqrt{١٦}$ - ٢ $\sqrt{٥٤}$ = صفر
(ب) إذا كانت : س = $\frac{٤}{\sqrt{٣}+\sqrt{٧}}$ ، ص = $\sqrt{٧}$ + $\sqrt{٣}$
أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان ثم أوجد : س^{٢} - ص^{٢}

٤ (أ) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٣٤٣ π سم^{٣} وارتفاعها يساوى طول نصف قطر قاعدتها.
أوجد طول نصف قطر قاعدتها ومساحتها الجانبية علمًا بأن π = $\frac{٢٢}{٧}$
(ب) أوجد مجموعة حل المتباينة : ٢ س - ١ > ٧ فى ح موضحًا ذلك على خط الأعداد.

٥ (أ) مثل بيانيًا العلاقة الخطية : ص = ٤ - س
(ب) الجدول التكرارى التالى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٢٠ طالبًا فى امتحان مادة الرياضيات :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

أوجد الوسط الحسابى لدرجات الطلاب.

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :
١ كل عدد نسبى له معكوس ضربى ما عدا .....
(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢
٢ العدد غير النسبى فيما يلى هو .....
(أ) $\sqrt{٩}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\sqrt[٣]{٤}$ (د) - $\sqrt{٤}$
٣ مجموعة حل المتباينة : ٥ < ٢ س - ١ < ٩ فى ح هى .....
(أ) [٣ ، ٥] (ب)]٣ ، ٥[(جـ) {٣ ، ٥} (د) ∅
٤ إذا كانت : أ (س ، ١) ، ب (٢ ، ٣) وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ غير معرف فإن : س = ...
(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣
٥ الأزواج المرتبة التالية تحقق العلاقة : س + ٣ ص = ٧ ما عدا .....
(أ) (-٢ ، ٣) (ب) (٤ ، ١) (جـ) (١ ، ٤) (د) (-٥ ، ٤)
٦ الجدول التالى يوضح درجات ١٠٠ طالب فى امتحان تجريبى لمادة الرياضيات
فإن عدد الطلاب الحاصلين على أقل من ٣٠ درجة يساوى .....

المجموعات	- ٠	- ١٠	- ٢٠	- ٣٠	- ٤٠	- ٥٠	المجموع
التكرار	٨	١٤	١٥	٢٨	٢٣	١٢	١٠٠

(أ) ١٥ (ب) ٢٩ (جـ) ٣٥ (د) ٣٧

٢ أكمل كلًا مما يلى :
١ العدد غير النسبى الذى يقع بين ١ ، ٢ يمكن أن يكون .....
٢ $\sqrt{(-٣)^{٢} + (٢)^{٤}}$ = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^{٣}$ (س - ١) = صفر ، س ∈ ح هى .....

٤ إذا كانت (ك ، ٣ ك) تحقق العلاقة : س + ص = ١٥ فإن : ك = ...

٥ لمجموعة القيم : ٤ ، ٧ ، ١٢ ، ١٩ ، ١٤ ، ١٠ ، ٧ ، ١٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٤

فإن المدى = ...

٦ إذا كان الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى هو ٣٩,٤ ومجموع تكراراته ١٠٠

فإن مجموع (حواصل ضرب تكرار كل مجموعة × مركزها) = ...

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة : $(٥ س - ٣)^{٣} + ١٠ = ٣٧$ ، س ∈ ح

(ب) كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم ، صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم. احسب ارتفاع الأسطوانة.

٣ (أ) إذا كانت س = $\frac{٣}{٣\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٣}}$ ، ص = $\sqrt{٥} - \sqrt{٣}$ أثبت أن : س ، ص مترافقان

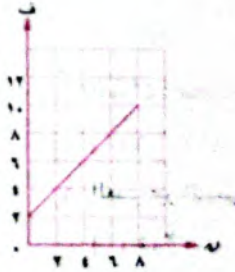
ثم أوجد قيمة : $(س + ص)^{٢}$

(ب) الشكل المقابل يوضح العلاقة

بين المسافة (بالمتر) والزمن (بالثانية) لجسم.

حدد موضع الجسم عند بدء الحركة

وعند ن = ٦ ثوان ، وأوجد ميل المستقيم.



٤ (أ) إذا كانت : س = $\sqrt{٣} + ١$ ، ص = $\sqrt{٣} - ١$

فأوجد قيمة : $(س + ص)^{٢} + (س - ص)^{٢}$

(ب) الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى للأجر اليومى لمجموعة من العمال :

المجموعات	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	المجموع
التكرار	٨	١١	٢٥	٣٠	١١	١٠	١٠٠

المطلوب : كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد لهذا التوزيع.

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ميل المستقيم الأفقى .....

(أ) صفر. (ب) موجب. (جـ) سالب. (د) غير معرف.

٢ مجموعة مركزها ٧ وحدها الأعلى ١٠ فإن حدها الأدنى .....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١٤ (د) ١٧

٣ $[٣ ، ٧] - \{٣\}$ = ...

(أ) $[٣ ، ٧[$ (ب) $]٣ ، ٧]$ (جـ) $\{٧\}$ (د) ∅

٤ إذا كانت النقطة (١ ، -٢) تحقق العلاقة : ٥ س + ك ص = ١٧

فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (جـ) ١٢ (د) -٦

٥ أكبر عدد صحيح غير موجب هو .....

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) صفر (د) -٤

٦ العدد غير النسبى الذى يقع بين العددين ٣ ، ٤ هو .....

(أ) ٣,٤ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{١١}$ (د) $\sqrt{٦}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣} فإن مساحته الكلية ..... سم^{٢}

٢ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ٧ ، ٥ ، م + ١ ، ٣ هو ٧ فإن : م = ...

٣ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، -٥) ، (-١ ، ٣) يساوى .....

٤ إذا كان : $\sqrt{٩ + ١٦}$ = س + ٤ فإن : س = ...

٥ ٢ × ٦ ÷ ٣ = ...

٦ إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد القيم .....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{١٨} + \sqrt{١٢} - ٢\sqrt{٢} - \sqrt{٧٥}$

(ب) أوجد فى ح مجموعة الحل للمتباينة الآتية : $-١ < ٣س + ٥ \geq ١٤$

٣ (أ) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم وارتفاعها ١٠ سم

أوجد المساحة الجانبية والحجم $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

(ب) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص + ٢ س = ٩

٤ (أ) إذا كانت : $س = \sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ ، $ص = \frac{٢}{س}$ فأثبت أن : س ، ص مترافقان

ثم أوجد قيمة : $\frac{س + ص}{س ص - ١}$

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	- ٤	- ٦	- ٨	- ١٠	- ١٢	المجموع
التكرار	١٥	٢٥	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠



إدارة المحمودية
توجيه الرياضيات
محافظة البحيرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان ثلاثة أمثال عدد يساوى ٣٦ فإن نصف العدد يساوى .....

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٢

٢]١ ، ٦[∪ {١ ، ٥} = ...

(أ)]١ ، ٦[(ب) [١ ، ٦] (جـ)]١ ، ٦[(د) [١ ، ٦]

٣ |-٢| + |-٤| + |٥| = ...

(أ) صفر (ب) |-١١| (جـ) -١١ (د) ٦

٤ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٥ ، ومركزها هو ٧ فإن حدها الأعلى هو .....

(أ) ١٢ (ب) ١٤ (جـ) ٩ (د) ١٩

موقع التفوق

٥ المكعب الذى حجمه ٦٤ سم^{٣} يكون طول حرفه ..... سم

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٦ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ٥ ، ٢ ، ١ ، ٣ هو ٣ فإن : ٢ = ...

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ أكمل ما يلى لتكون العبارات صحيحة :

١ ميل أى مستقيم يوازى محور السينات .....

٢ (س - ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} - .....

٣ إذا كانت : أ = (٢ ، ٤) ، ب = (٣ ، ٢) فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

٤ $\sqrt{٤} + \sqrt{٣} - \sqrt{٢٧}$ = ... (فى أبسط صورة)

٥ نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والهابط تعين على المحور الرأسى .....

٦ العلاقة الخطية س = ٠ يمثلها بيانيًا خط مستقيم هو .....

٣ (أ) أوجد على صورة فترة مجموعة الحل فى ح للمتباينة : $-٣ < ٤ - س - ٧ \geq ٥$

ومثل الحل بيانيًا.

(ب) إذا كانت : $س = \frac{٢}{٣\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ ، $ص = \sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}$ أوجد فى أبسط صورة قيمة : (س + ص)^{٢}

٤ (أ) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٢٤٥ π سم^{٣} وارتفاعها يساوى ٥ سم.

احسب المساحة الجانبية للأسطوانة (علمًا بأن $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{١٦}^{٢} + \sqrt{٢}^{٢} - \sqrt{٤٥}^{٢}$

٥ (أ) إذا كان الزوج المرتب (٣ ك ، ك) يحقق العلاقة : ٢ س - ٤ ص = ١٠

أوجد قيمة : ك

(ب) ارسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد للتوزيع التكرارى ذى المجموعات التالى وأوجد الوسيط بيانيًا :

المجموعات	- ٥	- ١٠	- ١٥	- ٢٠	- ٢٥	المجموع
التكرار	٢	٥	٨	١٢	٣	٣٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠ إدارة المنيا
توجيه الرياضيات
محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) الوسط الحسابى للقيم : ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٤ هو .....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢) مجموع أى عددين فرديين يكون دائمًا عددًا .....

(أ) فرديًا. (ب) زوجيًا.

(جـ) أوليًا. (د) يقبل القسمة على ٣

٣) إذا كان حجم مكعب ٦٤ سم^{٣} فإن طول حرفه يساوى ..... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٤) المنوال للقيم : ٤ ، ٥ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٥ هو .....

(أ) ٥ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٥) مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٢٥ = ٠ فى ح هى .....

(أ) ∅ (ب) {٥} (جـ) {٥ ، -٥} (د) {-٥}

٦) إذا كان الزوج المرتب (-٢ ، ٣) يحقق العلاقة : س - ص = أ فإن : أ = ...

(أ) ٧ (ب) -٧ (جـ) ٦ (د) -٥

٢ أكمل :

١) المعكوس الجمعى للعدد - $\sqrt{٥}$ هو .....

٢) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٤ والحد الأعلى لها هو ٨ ، فإن مركزها هو .....

٣) [٣ ، ٥] - {٣ ، ٥} = ...

٤) $\sqrt{٩} \times \sqrt{١٦}$ = ...

٥) كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣} ، فإن طول نصف قطرها يساوى .....

٦) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٢) يساوى .....

٣ (أ) حل المتباينة : ٢ س - ٣ ≥ ٥ فى ح موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(ب) إذا كانت : أ = $\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$ ، ب = $\frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$ أوجد قيمة : $\frac{أ + ب}{٢}$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : ٢ $\sqrt{١٨}$ + $\sqrt{٥٠}$ - $\sqrt{٣٢}$

(ب) إذا كانت : س = [-٢ ، ٣] ، ص = [١ ، ٥] أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١) س ∪ ص ٢) س ∩ ص

٥ (أ) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٣

(ب) الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالبًا فى أحد الاختبارات :

المجموعات	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٤	٩	٧	٥٠

أوجد الوسط الحسابى.

١١ إدارة الفتح
توجيه الرياضيات - الفترة الصباحية
محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان : $\frac{٢}{٣}$ × س = $\frac{٢}{٣}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) صفر

٢) $\sqrt{١٢} - \sqrt{٣}$ = ...

(أ) ٣ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) ٢ $\sqrt{٣}$ (د) ٣ $\sqrt{٣}$

٣) [-٣ ، ٤] - {-٣} = ...

(أ) [-٣ ، ٤[(ب)]-٣ ، ٤] (جـ)]-٣ ، ٤[(د) ∅

٤) طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠ سم يساوى ..... سم

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

٥ إذا كانت (أ ، ٢) تحقق العلاقة : س + ص = ٧ فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٧

٦ الوسيط للقيم : ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ١٦ هو .....

(أ) ٢٢ (ب) ٢٣ (جـ) ٢٤ (د) ٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ $\frac{1}{3}$ مكعب = ... جسم

٢ $\sqrt{٥} + \sqrt{٥}$ = ... × $\sqrt{٥}$

٣ أى مستقيم يوازى محور السينات ميله يساوى .....

٤ إذا كانت : أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

٥ إذا كان المدى لمجموعة ٨ والحد الأعلى لنفس المجموعة ١٤ فإن مركزها .....

٦ المنوال لمجموعة القيم : ١٢ ، ١٧ ، ٩ ، ١٣ ، ٦ هو .....

٣ (أ) إذا كانت : س = [-٢ ، ٣] ، ص = [١ ، ٥[أوجد مستعينًا بخط الأعداد كلًا من :

(أ) س ∩ ص (ب) س ∪ ص

(ب) متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل فإذا كان حجمه ٧٢٠ سم^{٣} ، وارتفاعه ٥ سم أوجد طول ضلع قاعدته.

٤ (أ) إذا كانت : س = $\frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٧}}$ ، ص = $\sqrt{٣} - \sqrt{٧}$

أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان ، ثم أوجد قيمة المقدار : (س + ص)^{٢}

(ب) أوجد مجموعة حل المتباينة : ٢ س - ١ ≤ ٥ فى ح ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

٥ (أ) مثل بيانيًا العلاقة الآتية : س + ص = ٢

(ب) الجدول التكرارى الآتى يبين التوزيع التكرارى لعدد أيام الأجازات بأحد المصانع لعدد ٥٠ عاملًا :

المجموعات	- ٢	- ٦	- ١٠	- ١٤	- ١٨	- ٢٢	- ٢٦
التكرار	٤	٥	٨	٢٠	٧	٥	١

أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع التكرارى.

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt{١٦ + ٩}$ = ...

(أ) ٧ (ب) -٧ (جـ) ٥ (د) -٥

(٢) المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو .....

(أ) $-\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ (ب) $\sqrt{٣}$ ٦ (جـ) $\sqrt{٣}$ ٢ (د) $-\sqrt{٣}$ ٢

(٣) العلاقة : س + ٢ ص = ٤ يمثلها خط مستقيم يقطع محور السينات فى النقطة .....

(أ) (٢ ، ٤) (ب) (٤ ، ٢) (جـ) (٤ ، ٠) (د) (٠ ، -٤)

(٤) إذا كان ترتيب الوسيط لتوزيع تكرارى هو ٤٠ فإن مجموع التكرارات هو .....

(أ) ٨٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٠ (د) ٢٠

(٥) إذا كان : (س - ٢) (س + ٢) = س^{٢} + ك فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) صفر (د) ٨

(٦) أى من العلاقات الآتية يمثلها مستقيم يمر بنقطة الأصل ؟

(أ) س = -٤ (ب) ص = ٣

(جـ) ص = س + ١ (د) ص = ٢ س

٢ أكمل كلًا مما يأتى بما يناسبة لتصبح العبارة صحيحة :

(١) مركز المجموعة = $\frac{..... + ...}{٢}$

(٢) ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات .....

(٣) إذا كان : ٢^{س} = ١ فإن : س = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ٥ ، س ، ٣ هو ٣ فإن : س = ...

٥ مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣} فإن مساحة أحد أوجهه ..... سم^{٢}

٦ إذا كانت : س ∈ ع ، س^{٢} = ٥ فإن : $(س + \sqrt{٥})^{٢}$ = ...

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة : $٣\sqrt{١٦} + \sqrt{٥٠} - ٢\sqrt{٥٤} - ٢\sqrt{٨}$

(ب) إذا كانت : س = $\frac{٤}{٣ + \sqrt{٥}}$ ، ص = $٣ + \sqrt{٥}$

١ أثبت أن : س ، ص مترافقان.

٢ أوجد : $(س + ص)^{٢}$

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : س + ٢ ≤ ٤ فى ع مبينًا فترة الحل على خط الأعداد.

(ب) إذا كانت : س = [-١ ، ٤] ، ص =]٢ ، ٦[

أوجد مستعينًا بخط الأعداد : س ∪ ص ، س ∩ ص

٥ (أ) أثبت أن النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة :

أ (١ ، ١) ، ب (٢ ، ٢) ، حـ (-٣ ، -٣)

(ب) الجدول التالى يبين أحد التوزيعات التكرارية :

المجموعات	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

أوجد المنوال باستخدام المدرج التكرارى.



ثانيًا | الهندسة

• الاختبارات التراكمية
(عدد ٩ اختبارات) ——— ٧٢

• الاختبارات الشهرية
(عدد ٢ نموذج على كل شهر) ——— ٨٥

• الأسئلة الهامة فى الهندسة ——— ٩٠

• الامتحانات النهائية: ——— ١٠٥

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
(عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)

- امتحانات بعض مدارس المحافظات
(عدد ١٢ امتحانًا)



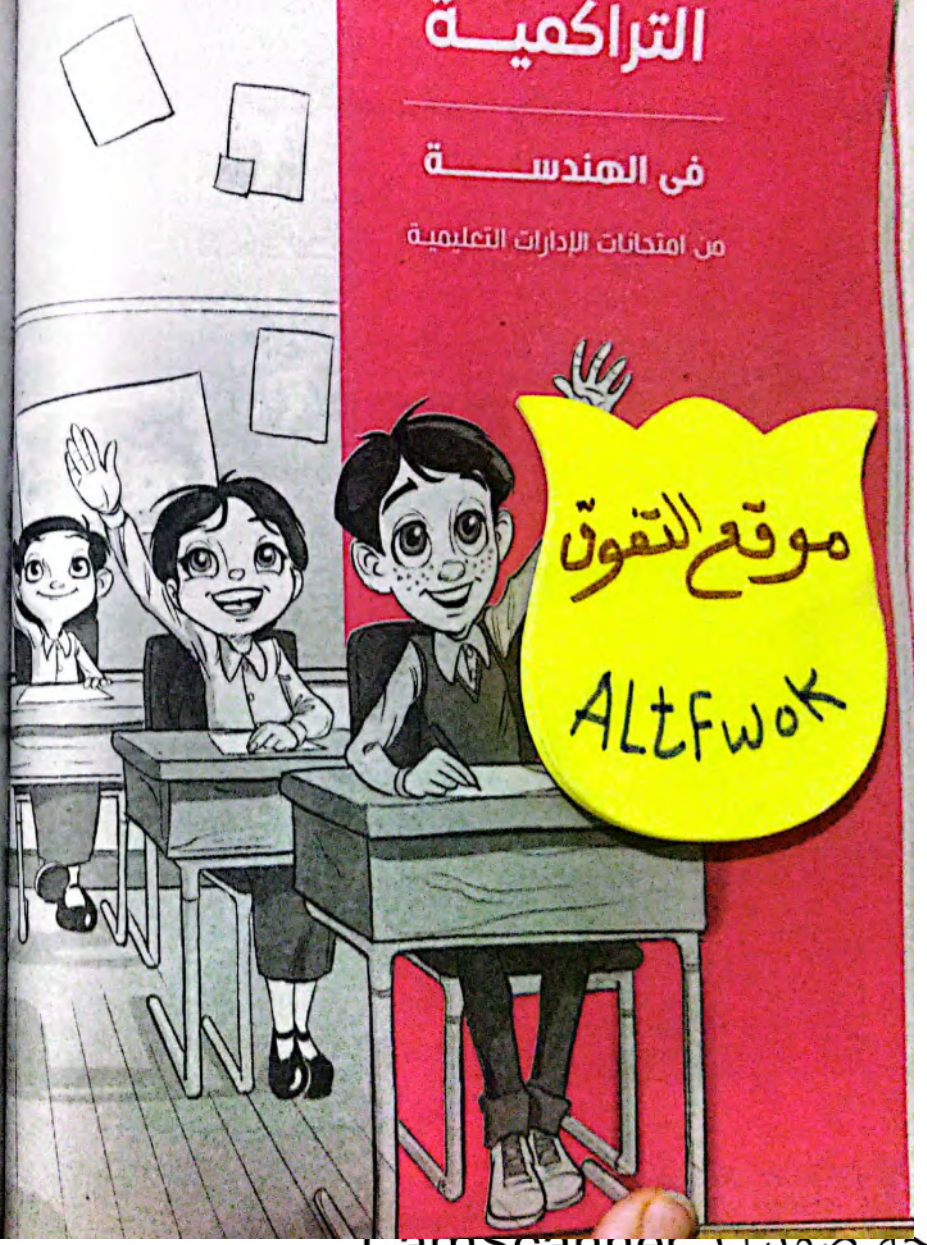
موقع التفوق
ALtfwok

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الاختبارات التراكمية

فى الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية



اختبار تراكمى ١ على الدرس الأول الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ ، $\overline{أ ء}$ متوسط فإن : أ ء = ...

(مطوبس - كفر الشيخ - ١٧)

(أ) ٢ أ م (ب) $\frac{٢}{٣}$ م ء (جـ) $\frac{٣}{٢}$ أ م (د) ٤ م ء

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها من جهة القاعدة بنسبة ٤ : .....

(بنى مزار - المنيا - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) ١ (د) ٤

٣ فى الشكل المقابل :

ب م = ٦ سم

فإن : م ص = ... سم (النيل - القاهرة - مجمع ٢١)

(أ) ٣ (ب) ٦

(جـ) ٧ (د) ٩

٤ مثلث أ ب حـ فيه : $\overline{أ ء}$ متوسط ، م نقطة تلاقى متوسطاته فإن : $(أ م)^{٢}$ = ... $(أ ء)^{٢}$

(بلبيس - الشرقية - ١٨)

(أ) ٢ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٤}{٩}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.

(قطور - الغربية - ٢٣)

٢ Δ أ ب حـ فيه : $\overline{أ ء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع المتوسطات ، م ء = ٢ سم

(طوخ - القليوبية - ٢٣)

فإن : أ م = ... سم.

٣ عدد متوسطات المثلث المختلف الأضلاع يساوى ..... (روض الفرج - القاهرة - ٢٣)

٤ متوسطات المثلث تتقاطع جميعها فى ..... (كفر شكر - القليوبية - ٢٢)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

٢ في الشكل المقابل :

م منتصف $\overline{أب}$ ، و منتصف $\overline{ب حـ}$

، أ حـ = ١٢ سم

أوجد بالبرهان : طول $\overline{أء}$ (المعرفة - الحيرة ٢٠)



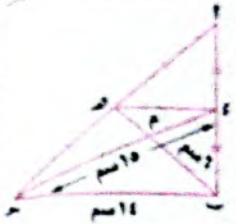
٣ في الشكل المقابل :

م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ

، ب م = ٦ سم ، ب حـ = ١٤ سم

، ء حـ = ١٥ سم

أوجد : محيط Δ م ء حـ (الإسماعيلية - الإسماعيلية ١)



اختبار تراكمي ٢ حتى الدرس الثاني الوحدة الرابعة

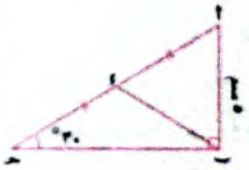
١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ء منتصف $\overline{أ حـ}$ ، ق (د أ حـ ب) = ٣٠°

، أ ب = ٥ سم فإن ب ء = ... سم



(أ) ٥ (ب) ١٠

(جـ) ٢٠ (د) ١٥ (الشيخ زايد - الجيزة - مجمع ٢)

(٢) إذا كان $\overline{ب ء}$ متوسط في المثلث أ ب حـ ، ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ فإن : .....

(السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

(أ) ق (د أ ب حـ) = ٩٠° (ب) ق (د ب أ حـ) = ٩٠°

(جـ) ق (د أ ب حـ) = ٣٠° (د) ق (د أ حـ ب) = ٩٠°

(٣) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

فإن : م ء : أ ء = ...

(المحمودية - البحيرة - ١٩)

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ١ : ٣ (د) ٢ : ٣

(٤) مستطيل تقاطع قطراه في م ، طول قطره ٦ سم فإن طول المتوسط $\overline{م م}$ يساوي

(أ) ١ سم (ب) ٢ سم (جـ) ٣ سم (د) ٤ سم

٢ أكمل ما يأتي :

(١) في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° يساوي .....

(٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٢ ..... من جهة القاعدة

(٣) إذا كانت م نقطة تقاطع المتوسطات في Δ أ ب حـ وكان $\overline{أء}$ متوسط طوله ٦ سم

فإن : أ م = ... سم.

(٤) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

فإن طول المتوسط المرسوم من نقطة ب إلى $\overline{أ حـ}$ = ...

٣ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ق (د حـ) = ٣٠° ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

، م منتصف $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أء} \cap \overline{ب م} = \{م\}$

، فإذا كان : أ ب = ١٢ سم ، أ ء = ١٥ سم

فأوجد بالبرهان :

(١) طول $\overline{أ م}$ (٢) طول $\overline{م م}$ (٣) محيط Δ أ م م



٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ق (د حـ) = ٣٠° ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

، م منتصف $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أء} \cap \overline{ب م} = \{م\}$

، فإذا كان : أ ب = ١٢ سم ، أ ء = ١٥ سم

فأوجد بالبرهان :

(١) طول $\overline{أ م}$ (٢) طول $\overline{م م}$ (٣) محيط Δ أ م م



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

اختبار تراكمى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



١ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع ، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ // $\overline{أ حـ}$

فإن : ق (د ء) = ... (مصاط - دمياط - ٢٠١٧)

(أ) ١٠٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٥٠°

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة ..... من جهة القاعدة (البدرشين - الجيزة - ٢٠١٩)

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٢

٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، أ حـ = ٢٠ سم ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

فإن : ب ء = ... سم (بنها - القليوبية - ٢٠١٩)

(أ) ١٠ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٥

٤ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : أ ب = أ حـ ، ق (د أ) = ٢ ق (د ب)

فإن : ق (د حـ) = ... (صبا القمح - الشرقية - ٢٠١٩)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٢ أكمل ما يأتى :

١ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ..... (الزهراء - القاهرة - ٢٠٢٠)

٢ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ق (د حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ٨ سم

فإن : أ ب = ... سم. (أوسيم - الجيزة - ٢٠٢٠)

٣ إذا كان قياس زاوية الرأس فى مثلث متساوى الساقين يساوى ٨٠° ، فإن قياس إحدى زاويتى القاعدة يساوى ..... ° (الزهراء - القاهرة - ٢٠٢٠)

٤ قياس الزاوية الخارجة للمثلث المتساوى الأضلاع يساوى ..... ° (الخانكة - القليوبية - ٢٠٢٠)

٣ فى الشكل المقابل :

$\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان فى المثلث أ ب حـ

متقاطعان فى نقطة م ، محيط Δ م ب حـ = ١٢ سم

احسب بالبرهان : محيط Δ م ب حـ (البدرشين - الجيزة - ٢٠١٩)

٤ فى الشكل المقابل :

ب ∈ $\overline{أ حـ}$ ، Δ أ ب ء متساوى الأضلاع

، ق (د ب هـ) = ق (د حـ) ، ق (د هـ) = ٨٠°

أوجد بالبرهان : ق (د ء ب هـ) (السلام - دمياط - ٢٠١٩)

اختبار تراكمى ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٤٢° ، ٦٩° يكون ..... (غرب القاهرة - القاهرة - مجمع ٢٠١٩)

(أ) متساوى الساقين. (ب) متساوى الأضلاع.

(جـ) مختلف الأضلاع. (د) قائم الزاوية.

٢ طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوى ..... طول الوتر. (الوسطى - بنى سويف - ٢٠١٩)

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

٣ فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب حـ مثلث فيه ق (د ب) = ق (د حـ)

فإن : س = ...

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$

(جـ) ٢ (د) ٤

٤ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ب حـ فإن : د حـ ..... (يوسف الصديق - الفيوم - ٢٠٢٠)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١ أكمل ما يأتى :

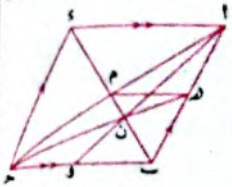
(١) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين ٦٠° فإن المثلث يكون ..... (أوسيم - الجيزة)

(٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة ..... (وسط القاهرة - القاهرة)
من جهة القاعدة.

(٣) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية يساوى ٤٥° كان المثلث ..... (غرب الوقازيق - الشرقية)

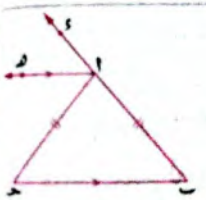
(٤) فى Δ أ ب حـ إذا كان : $\overline{أ ء}$ متوسطًا ، م نقطة تقاطع متوسطاته ، أ م = ٦ سم
فإن : م ء = ... سم. (فايد - كفر الشيخ)

٢ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م
فإذا كانت ن ∈ $\overline{ب م}$ بحيث : ب ن = ٢ ن م
، $\overleftrightarrow{حـ ن}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {د}
فأثبت أن : د م = $\frac{1}{2}$ ب حـ (نجع حمادى - قنا)

٣ فى الشكل المقابل :



ء ∈ $\overleftrightarrow{أ د}$ ، أ ب = أ حـ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$
أثبت أن : $\overline{أ د}$ ينصف ∠ء أ حـ (إسنا اللمح - الشرقية)

اختبار تراكمى ٥ على الدرس الخامس الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) عدد متوسطات المثلث المتساوى الساقين ..... (الفشن - بنى سويف)
(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (د) ٣

(٢) المثلث الذى ليس له محور تماثل هو مثلث ..... (الإسماعيلية - الإسماعيلية)
(أ) متساوى الساقين. (ب) مختلف الأضلاع.
(حـ) متساوى الأضلاع. (د) قائم الزاوية.

(٣) إذا كان : $\overleftrightarrow{أ ب}$ محور تماثل $\overline{ء و}$ فإن : $\frac{أ ء}{أ و}$ = ... (الوجه - الدقهلية)
(أ) صفر (ب) ١ (حـ) $\frac{1}{2}$ (د) ٢

(٤) أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع ، س نقطة تقاطع محاور تمائله ، $\overleftrightarrow{أ س}$ يقطع $\overline{ب حـ}$ فى ء فإذا كان ء س = ٥ سم فإن أ س = ... (الشيخ زايد - الجيزة)
(أ) ١٠ سم (ب) ١٥ سم (حـ) ٢٠٥ سم (د) ١٠٥ سم

٢ اكمل ما يأتى :

(١) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن ..... (بلبيس - الشرقية)

(٢) Δ أ ب حـ له محور تماثل واحد ، ق (∠ أ) = ١٢٠° فإن : ق (∠ ب) = ... (المنيرة - الجيزة)

(٣) Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = أ حـ ، ق (∠ أ) = ٣ س ، ق (∠ ب) = ٦ س
فإن : س = ... (المنصورة - الدقهلية)

(٤) المستقيم المار برأس المثلث المتساوى الساقين وعموديًا على القاعدة ينصف القاعدة
و ..... (شرق بلبيس - الشرقية)

٣ فى الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ ينصف زاوية أ ب حـ
، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ينصف زاوية أ حـ ب
، د منتصف $\overline{ب حـ}$
أثبت أن : $\overline{ء د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ (الشيخ زايد - الجيزة)

٤ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ = ١٠ سم
، $\overleftrightarrow{ب د}$ = د حـ ، ب حـ = ١٦ سم
، $\overleftrightarrow{أ د}$ ∩ $\overline{ب حـ}$ = {ء}
أوجد : طول $\overline{أ ء}$ (٦ أكتوبر)

اختبار تراكمى ٦ على الدرس الأول الوحدة السادسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : س - ع > ص - ع فإن : س ..... ص (الزرقا - دمياط)
(أ) = (ب) < (حـ) > (د) ≥

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

٢ إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل $\overline{أب}$ فإن : أحـ - بحـ = ...
(أبو النمرس - الجيزة - ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٢

٣ إذا كان المثلث : أبحـ قائم الزاوية فى ب ، أب = $\frac{1}{2}$ أحـ
فإن : ق (د أ) = ...
(إدكو - البحيرة - ١٨)

(أ) ٤٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٩٠° (د) ٦٠°

٤ فى الشكل المقابل :



حـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ، ء ∈ $\overleftrightarrow{أب}$
، ق (د أحـ ء) > ق (د بحـ ء)
فإن : ق (د ء حـ ء) ..... ق (د ء حـ)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٢ أكمل ما يأتى :

١ مثلث متساوى الساقين قياس زاوية رأسه ٨٠° فإن قياس إحدى زاويتى قاعدته = ...°
(أبوتيج - أسيوط - ٢٢)

٢ فى الشكل المقابل :

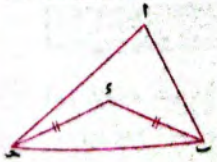


حـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ، ء ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ إذا كان : أحـ > بء
فإن : أب ..... حء
(قطور - الغربية - ٢٣)

٣ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين .....
(المنزلة - الدقهلية - ٢٢)

٤ فى المثلث س ص ع إذا كان : ق (د س) = ٤٠° ، ق (د ع) = ١٠٠°
فإن عدد محاور تماثله يساوى .....
(ميت غمر - الدقهلية - ٢٣)

٣ فى الشكل المقابل :



ق (د أ بحـ) > ق (د أحـ ب)
، بء = حء
أثبت أن : ق (د أ بء) > ق (د أحء)
(الخليفة والمقطم - القاهرة - ٢٠)

٤ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه :
أب = أحـ ، أء ⊥ $\overline{بحـ}$
، ق (د ب أء) = ٢٥° ، بحـ = ٤ سم
أوجد :
١ ق (د ء أ حـ)
٢ طول $\overline{ءحـ}$
(أبها - القنيطرة - ١٨)

اختبار تراكمى ٧ على الدرس الثانى الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المثلث س ص ع فيه : $\overline{سص}$ أصغر الأضلاع طولًا فإن أصغر الزوايا قياسًا هى .....
(وسط - الإسكندرية - ١٨)

(أ) س (ب) ص (جـ) ع (د) غير ذلك

٢ إذا كان المثلث أ ب حـ فيه : أب = أحـ فإن الزاوية الخارجة عند الرأس حـ تكون .....
(شبين الكوم - المنوفية - ٢٢)

(أ) مستقيمة. (ب) حادة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٣ مثلث له ثلاثة محاور تماثل فإن قياس الزاوية الخارجة عن أحد رؤوسه يساوى .....
(شبين القناطر - القليوبية - ١٩)

(أ) ٩٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٦٠°

٤ المثلث أ ب حـ إذا كان : أب = ٧ سم ، بحـ = ٥ سم ، أحـ = ٦ سم
فإن : ق (د ب) ..... ق (د حـ)
(الرحمانية - البحيرة - مجمع ٢١)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≡

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله .....
(شرق الزقازيق - الشرقية - ٢٢)

٢ إذا كان : أ تقع على محور تماثل $\overline{سص}$ فإن : $\overline{أس}$ ..... $\overline{أص}$
(شربين - الدقهلية - ٢٣)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢ إذا كان Δ أ ب حـ فيه : ق(∠ أ) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو .....

٣ في الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب ء) = ... °

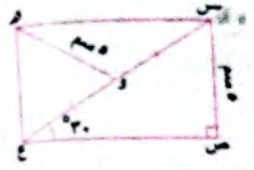


٤ في الشكل المقابل :

ق(∠ ص) = ٩٠° ، ق(∠ س ع ص) = ٣٠°

، س ص = ق و = ٥ سم ، و منتصف $\overline{س ع}$

أثبت أن : ق(∠ س ق ع) = ٩٠°



٥ في الشكل المقابل :

من البيانات الموجودة على الرسم

أثبت أن :

ق(∠ أ ب حـ) > ق(∠ ء حـ)



اختبار تراكمي ٨ على الدرس الثالث الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) النسبة بين طول الوتر وطول المتوسط الخارج من رأس القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي .....

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ٣ : ١ (د) ١ : ٣

٢) مثلث قياسا زاويتين فيه ٤٨° ، ٨٤° يكون نوعه .....

(أ) متساوي الساقين. (ب) متساوي الأضلاع.

(جـ) مختلف الأضلاع. (د) قائم الزاوية.

٣ إذا كان Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في حـ فإن ب حـ ..... أ ب

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

٤ أكبر الأضلاع طولاً في المثلث س ص ع الذي فيه ق(∠ ص) = ق(∠ س) + ق(∠ ع) هو .....

(أ) $\overline{س ص}$ (ب) $\overline{س ع}$ (جـ) $\overline{ص ع}$ (د) غير ذلك

١ أكمل ما يأتي :

١) محور تماثل القطعة المستقيمة هو .....

٢) في المثلث أ ب حـ إذا كان : أ ب < ب حـ ، أ ب < أ حـ

فإن أصغر زاوية من زواياه هي .....

٣) س ص ع مثلث فيه : ق(∠ س) = ٥٠° ، ق(∠ ص) = ٧٠°

فإن : س ع ..... ص ع

٤) في أي مثلث إذا اختلف قياسا زاويتين فإن الزاوية الأكبر في القياس تقابل .....

٣ Δ أ ب حـ فيه : ق(∠ أ) = (٥ س + ٢)° ، ق(∠ ب) = (٦ س − ١٠)°

، ق(∠ حـ) = (س + ٢٠)° رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً.

٤ في الشكل المقابل :

س ، ص منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

، س م > ص م

أثبت أن : ق(∠ م ب حـ) > ق(∠ م حـ ب)



اختبار تراكمي ٩ على الدرس الرابع الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان : ع ، ١٢ ، ٢ ع أطوال أضلاع مثلث فإن أكبر قيم ع الصحيحة = ...

(أ) ١٢ (ب) ١١ (جـ) ٤ (د) ٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

[٢] إذا كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فإن : ..... (ساحل سليم - أسيوط - ١٧)

(أ) أ حـ > أ ب (ب) أ حـ > ب حـ

(جـ) أ ب > أ حـ (د) ب حـ > أ ب

[٣] أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب إذا كان : أ حـ = ٢٠ سم

فإن طول المتوسط المرسوم من ب يساوى ..... سم (إدكو - البحيرة - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٥

[٤] مثلث له محور تماثل واحد وطولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٨ سم فإن محيطه = ... سم (تلا - المنوفية - ١٧)

(أ) ١٤ (ب) ١٩ (جـ) ١١ (د) ٢٤

[٢] أكمل ما يأتى :

[١] بعد أى نقطة عن مستقيم معلوم هو طول ..... المرسوم من هذه النقطة إلى هذا المستقيم المعلوم. (المحمودية - البحيرة - ٢١)

[٢] طول أى ضلع فى المثلث ..... مجموع طولى الضلعين الآخرين. (المنتزه - الإسكندرية - ٢٢)

[٣] إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٤ سم ، ٩ سم

فإن طول الضلع الثالث ∋] ..... ، .....[(وسط القاهرة - القاهرة - ٢٣)

[٤] الزاوية الخارجة عند أى رأس فى المثلث المتساوى الأضلاع نوعها ..... (شبين القناطر - القليوبية - ٢٣)

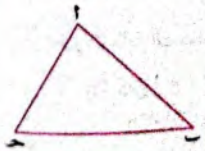
[٣] Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٧٠° رتب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا. (غرب - الإسكندرية - ١٩)

[٤] فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث

أثبت أن :

أ ب < ½ محيط Δ أ ب حـ



(يوسف الصديق - الفيوم - ١٧)

الاختبارات الشهرية

فى الهندسة

محتوى امتحان شهر أكتوبر

الوحدة الرابعة : متوسطات المثلث والمثلث المتساوى الساقين.

من الدرس رقم (١) متوسطات المثلث

إلى نهاية درس عكس نظرية المثلث المتساوى الساقين.

محتوى امتحان شهر نوفمبر

- الوحدة الرابعة : متوسطات المثلث والمثلث المتساوى الساقين.

من درس نتائج على نظريات المثلث المتساوى الساقين إلى نهاية الوحدة

- الوحدة الخامسة : التباين.

من درس التباين

إلى نهاية درس المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار ٢

١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو .....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٢) م ∈ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م ح}$ متوسط في △ أ ب ح قائم الزاوية في ح ، $\overline{ح ء}$ متوسط في △ أ م ح فإن : ء ∈ .....

(أ) $\overline{أ ح}$ (ب) $\overline{ح ب}$ (ج) $\overline{م ح}$ (د) $\overline{أ ب}$

(٣) $\overline{ح ء}$ متوسط في △ أ ب ح قائم الزاوية في ح ، ء منتصف $\overline{أ ح}$ فإن : ء ب = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ أ ح (ب) أ ح (ج) $\frac{1}{2}$ ب ح (د) أ ب

(٤) في △ س ص ع متساوي الساقين فيه ق (د ص) = ١٠٠° فإن : ق (د ع) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (ج) ٨٠° (د) ١٠٠°

٢ أكمل ما يأتي :

(١) طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي ..... طول المتوسط الخارج من رأس القائمة .

(٢) قياس الزاوية الخارجة عن أي رأس من رؤوس المثلث المتساوي الأضلاع = ...

(٣) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة القاعدة

٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت ء ، هـ منتصفي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ على الترتيب

∴ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب ح}$ ، ق (د أ ء هـ) = ق (د ب)

∴ ء هـ = ٤ سم ∴ ب ح = ٢ × ٣ سم ، ب هـ = ٦ سم

أوجد : محيط △ ب م ح

٤ في الشكل المقابل :

∵ $\overline{ح ب}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، ق (د أ ب ء) = ١٢٥°

∴ ق (د أ) = ٧٠°

أثبت أن : △ أ ب ح متساوي الساقين

اختبار ٣

١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات △ أ ب ح ، $\overline{ب ء}$ متوسط

فإن : ب م : م ء =

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (ج) ١ : ١ (د) ٣ : ٢

(٢) △ أ ب ح فيه ق (د ب) = ٩٠° ، ق (د ح) = ٦٠° فإن : أ ب : أ ح =

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ضعف (د) $\frac{2}{3}$

(٣) إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ٦٠° كان المثلث

(أ) منفرج الزاوية. (ب) حاد الزوايا. (ج) قائم الزاوية. (د) متساوي الأضلاع

٢ أكمل ما يأتي :

(١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا في .....

(٢) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن .....

(٣) المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون .....

٣ في الشكل المقابل :



أ ء = ء ح = أ ح ، أ ب = ب ح

∴ ق (د أ ب ح) = ٤٠° أوجد : ق (د ب أ ء)

٤ في الشكل المقابل :



ق (د ب أ ح) = ق (د ح ب هـ) = ٩٠°

∴ ق (د ب هـ ح) = ٣٠°

∵ ء ، و منتصفا $\overline{ب ح}$ ، $\overline{ح هـ}$ على الترتيب

∴ أ ء = ٣ سم أوجد : طول $\overline{ب و}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

اختبارات شهر نوفمبر في الهندسة

اختبار ١

الدرجة ١٠ (٣ درجات)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث متساوى الساقين قياس إحدى زواياه الداخلة ٦٠° فإن عدد محاور تماثل هذا المثلث هو .....

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٢ فى الشكل المقابل :



إذا كانت : حـ ، ب تنتميان إلى $\overleftrightarrow{أء}$ بحيث : أب > ءحـ فإن : ءب ..... أحـ

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

٣ Δ أ ب حـ فيه : أب = ٥ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أحـ = ٦ سم

فإن : ق (∠ أ) ..... ق (∠ حـ)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≡

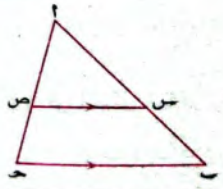
٢ أكمل ما يأتى : (٣ درجات)

١ المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عموديًا على القاعدة .....

٢ إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية .....

٣ إذا كانت : م ∈ محور تماثل $\overline{س ص}$ فإن : $\frac{٥ \text{ م س}}{٤ \text{ م ص}}$ = ...

٣ فى الشكل المقابل : (درجتان)

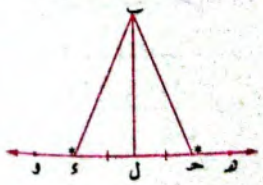


Δ أ ب حـ مثلث فيه : أب > أحـ

، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

برهن أن : ق (∠ أ ص س) > ق (∠ أ س ص)

٤ فى الشكل المقابل :



حـ ل = ل ء

، ق (∠ ب حـ هـ) = ق (∠ ب ء و)

أثبت أن : $\overline{ب ل} \perp \overline{حـ ء}$

اختبارات شهر نوفمبر في الهندسة

اختبار ٢

الدرجة ١٠ (٣ درجات)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل المقابل :



إذا كانت : حـ ∈ $\overleftrightarrow{س ص}$ ، ق (∠ أ حـ س) = ٣٥°

، ق (∠ ب حـ ص) = ٤٥°

فإن : ق (∠ س حـ ب) ..... ق (∠ أ حـ ص)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) غير ذلك

٢ إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل $\overline{أب}$ فإن : أحـ − ب حـ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

٣ فى المربع أ ب حـ ء يكون $\overleftrightarrow{ب ء}$ هو محور تماثل .....

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أحـ}$ (جـ) $\overline{أء}$ (د) $\overline{حـ ء}$

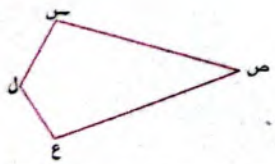
٢ أكمل ما يأتى : (٣ درجات)

١ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين .....

٢ فى Δ س ص ع إذا كان : س ع > س ص فإن : ق (∠ ع) ..... ق (∠ ص)

٣ عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع هو .....

٣ فى الشكل المقابل : (درجتان)

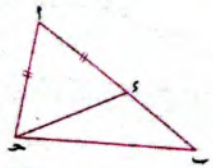


س ص > س ل

، ص ع > ع ل

برهن أن : ق (∠ س ل ع) > ق (∠ س ص ع)

٤ فى الشكل المقابل : (درجتان)



ء ∈ $\overline{أب}$ حيث أء = أحـ

أثبت أن : ق (∠ أ حـ ب) > ق (∠ ب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الأسئلة الهامة

فى الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية



أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية يساوى ..... (حلوان - القاهرة - ٢٠)

(أ) واحد. (ب) اثنين. (جـ) ثلاثة. (د) أربعة.

٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر. (النا - المنوفية - ٢٠)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٤}$ (د) ٢

٣ طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوى ..... طول الوتر. (الجيزة - الإسكندرية - ٢٠)

(أ) ثلث (ب) ربع (جـ) نصف (د) ضعف

٤ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث متساوى الأضلاع يساوى .....° (القاهرة - القليوبية - ١٩)

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

٥ إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين ٥٠° فإن قياس كل زاوية من زاويتى قاعدته يساوى ..... (غرب الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) ٦٥° (ب) ٤٥° (جـ) ٥٥° (د) ٧٠°

٦ إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ٤٠° فإن قياس زاوية الرأس يساوى ..... (الفيوم - بنى سويف - ١٩)

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

٧ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين الذى قياس إحدى زواياه ٦٠° هو ..... (العمرانية - الجيزة - ٢٠)

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨ المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٤٢° ، ٦٩° يكون ..... (المحمودية - البحيرة ٢٠)

(أ) مختلف الأضلاع. (ب) متساوى الساقين.

(جـ) متساوى الأضلاع. (د) قائم الزاوية.

٩ نقطة تقاطع المتوسطات للمثلث تقسم كلًا منها من جهة القاعدة بنسبة ..... (الدلنجات - البحيرة ٢٠)

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ٣ : ١ (د) ٣ : ١

١٠ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٥ : ..... من جهة الرأس. (الأقواس - الشرقية ٢٠)

(أ) ٢,٥ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٠

١١ إذا كان $\overline{أء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ ، م نقطة تقاطع متوسطاته

فإن : أء = ... أم (السنطة الغربية ١٩)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

١٢ Δ أ ب حـ فيه : $\overline{أء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته فإذا كان أء = ٩ سم

فإن أم = ... سم (صرف - المنوفية ٢٠)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

١٣ مثلث قياسا زاويتين فيه ٤٨° ، ٨٤° فإن عدد محاور تماثله ..... (السنطة الغربية ٢٠)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

١٤ إذا كانت س تقع على محور تماثل $\overline{أب}$ فإن : س أ ..... س ب (القطن - بنى سويف ١٩)

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) = (د) ≡

١٥ مثلث س ص ع متساوى الساقين فيه : ق (∠ س) = ١٠٠°

فإن : ق (∠ ص) = (الباجور - المنوفية ٢٠)

(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٦٠° (د) ٤٠°

١٦ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، أ حـ = ١٢ سم ، ق (∠ أ) = ٦٠°

فإن : طول أ ب = ... سم (كفر الدوار - البحيرة ١٩)

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٣

١٧ مثلث قائم الزاوية ومتساوى الساقين فإن قياس إحدى زاويتى القاعدة = ° (المنصورة - الدقهلية ٢٠)

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

١٨ فى الشكل المقابل :



س + ص = ... (المنصورة - القاهرة ١٩)

(أ) ١٠٠° (ب) ١٤٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٢٨٠°

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى ..... (أبوكبير - الشرقية ١٩)

٢ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ..... (السنطة الغربية ٢٠)

٣ منصف زاوية رأس المثلث المتساوى الساقين يكون ..... على القاعدة و ..... (الزقازيق - الشرقية ٢٠)

٤ المتوسط المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين يكون ....، ..... (الحادكة - القليوبية ١٩)

٥ المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عموديًا على القاعدة ينصف كلًا من ....، ..... (أبو حمص - البحيرة ١٩)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

١ المستقيم العمودى على قطعة مستقيمة من منتصفها يكون ..... (المنيا - المنيا ٢٠)

٢ المثلث المتساوى الساقين الذى قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون ..... (الفيوم - بنى سويف ١٩)

٣ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية يساوى ٤٥° كان المثلث ..... (المنيا - المنيا ٢٠)

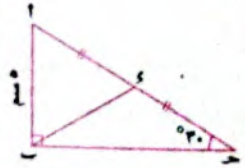
٤ إذا كانت : حـ ∈ لمحور تماثل $\overline{أب}$ فإن : أحـ - بحـ = ... (سمنود - الغربية ٢٠)

٥ إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون ..... (بيت فجر - الدقهلية ١٩)

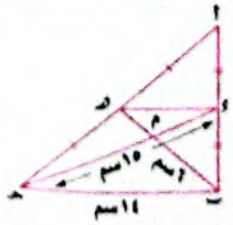
٦ Δ أبحـ فيه : أب = أحـ ، ق(د أ) = ٣ ق(د ب)
فإن : ق(د حـ) = ... (السلاوين - الدقهلية ٢٠)

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ فى الشكل المقابل :
ق(د أ ب حـ) = ٩٠°
، ق(د حـ) = ٣٠° ، أ ء = ء حـ ، أ ب = ٥ سم
احسب طول كل من : $\overline{حأ}$ ، $\overline{بء}$ (الإبراهيمية - الشرقية ٢٠)



٢ فى الشكل المقابل :
م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
، ب م = ٦ سم ، ب حـ = ١٤ سم
، ء حـ = ١٥ سم
أوجد : محيط Δ م ء حـ (بيت فجر - الدقهلية ١٩)



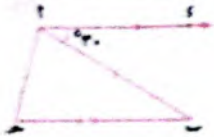
٣ فى الشكل المقابل :
و ، ن منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب فإذا كان :
أب = ٦ سم ، أحـ = ١٠ سم
، ب م = ٤ سم ، حـ و = ٩ سم
أوجد : محيط الشكل أ و م ن (أبو حمص - البحيرة ١٩)



٤ فى الشكل المقابل :
أب = أحـ
، ق(د أ) = ٥٠° ، ب ء = ب د = ء د
أوجد : ق(د ء ب حـ) (الغربية - البحيرة ١٩)



٥ فى الشكل المقابل :
$\overline{أء}$ // $\overline{حب}$ ، ق(د ء أ ب) = ٣٠°
، ب أ = ب حـ
أوجد : قياس كل زاوية من زوايا Δ أ ب حـ (أبو حمص - البحيرة ١٩)



٦ فى الشكل المقابل :
أب = أحـ
، $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$
أثبت أن : $\overleftarrow{أد}$ ينصف د ء أ حـ (البحيرة - الإسكندرية ٢٠)



٧ فى الشكل المقابل :
أب = ء د ، د منتصف $\overline{أحـ}$
، ق(د ب) = ٩٠°
، ق(د أ حـ ب) = ٣٠°
أثبت أن : ق(د أ ء حـ) = ٩٠° (أبو قرقاص - المنيا ٢٠)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

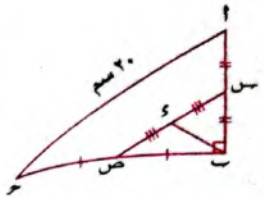
٨ في الشكل المقابل :

ق(د ا ب حـ) = ٩٠° ، س منتصف $\overline{ا ب}$

، ص منتصف $\overline{ب حـ}$ ، ء منتصف $\overline{س ص}$

، ا حـ = ٢٠ سم

أوجد : طول $\overline{ب ء}$



(صدفا - أسيوط - ١٩)

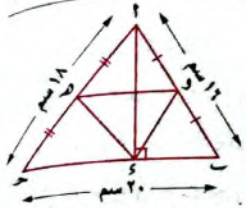
٩ في الشكل المقابل :

ا ب = ١٦ سم ، ا حـ = ١٨ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

، و ، هـ منتصفات $\overline{ا ب}$ ، $\overline{حـ ا}$ على الترتيب

، $\overline{ا ء} \perp \overline{ب حـ}$

أوجد : محيط Δ ء هـ و



(غرب طنطا - الغربية - ٢٠)

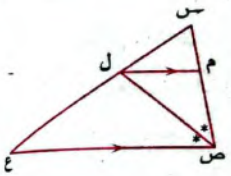
١٠ في الشكل المقابل :

Δ س ص ع فيه $\overleftarrow{ص ل}$ ينصف د س ص ع

ويقطع $\overline{س ع}$ في ل

، رسم $\overline{ل م}$ // $\overline{ص ع}$ ويقطع $\overline{س ص}$ في م

أثبت أن : Δ ل م ص متساوى الساقين



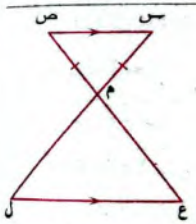
(أبو قرقاص - المنيا - ٢٠)

١١ في الشكل المقابل :

س م = ص م

، $\overline{س ص}$ // $\overline{ع ل}$

أثبت أن : Δ م ل ع متساوى الساقين



(شمال بورسعيد - بورسعيد - ٢٠)

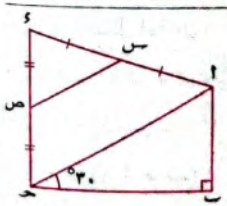
١٢ في الشكل المقابل :

ق(د ب) = ٩٠°

، ق(د ا حـ ب) = ٣٠°

، س ، ص منتصفا $\overline{ا ء}$ ، $\overline{ء حـ}$ على الترتيب

أثبت أن : ا ب = س ص



(البدرشين - الجيزة - ١٩)

١٣ في الشكل المقابل :

ا ب = ا حـ

، ق(د ب ا ء) = ق(د حـ ا هـ)

أثبت أن : ا ء = ا هـ



(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

١٤ في الشكل المقابل :

$\overline{ب ء} \cap \overline{حـ هـ} = \{ \cdot \}$

، ق(د ء) = ق(د هـ) = ٩٠°

ق(د ا ب ء) = ق(د ا حـ هـ)

أثبت أن : ق(د ا ب حـ) = ق(د ا حـ ب)



(أحلى سليم - أسيوط - ١٩)

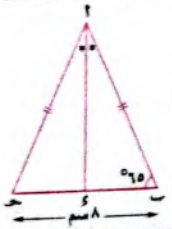
١٥ في الشكل المقابل :

ا ب = ا حـ ، $\overleftarrow{ا ء}$ ينصف د ب ا حـ ، ب حـ = ٨ سم

، ق(د ب) = ٦٥°

أثبت أن : $\overline{ا ء} \perp \overline{ب حـ}$

وأوجد : طول $\overline{ء حـ}$ ، ق(د ء ا حـ)



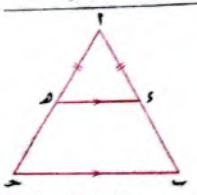
(الخصوص - القليوبية - ٢٠)

١٦ في الشكل المقابل :

$\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

، ا ء = ا هـ

برهن أن : Δ ا ب حـ متساوى الساقين.



(طوخ - القليوبية - ٢٠)

١٧ في الشكل المقابل :

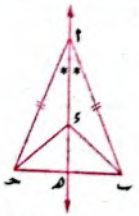
ا ب = ا حـ ، $\overleftarrow{ا هـ}$ ينصف د ب ا حـ

، $\overleftarrow{ا هـ} \cap \overline{ب حـ} = \{هـ\}$

، ء ∈ $\overline{ا هـ}$ برهن أن :

١ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

٢ ب ء = حـ ء



(ميت غمر - الدقهلية - ١٩)

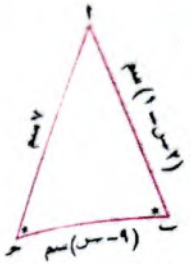
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٨ في الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

أ أوجد : قيمة س

ب أوجد : محيط Δ أ ب حـ



(أبو حمص - البحيرة - ١٩)

١٩ في الشكل المقابل :

أ ب = (٢ س - ١) سم ، أ حـ = (س + ٣) سم

، ب حـ = (٩ - س) سم

، ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

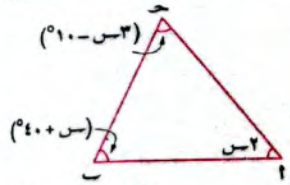
أوجد : محيط Δ أ ب حـ



(دمنهور - البحيرة - ١٩)

٢٠ في الشكل المقابل :

أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الساقين.



(المرج - القاهرة - ١٩)

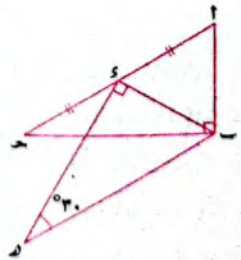
٢١ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ب ء هـ) = ٩٠°

، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

، ق (∠ ب هـ ء) = ٣٠°

أثبت أن : أ حـ = ب هـ



(المراغة - سوهاج - ٢٠)

٢٢ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ء حـ) = ق (∠ ب حـ ء)

، أ حـ = ب حـ

، ء ب = ء هـ

أثبت أن : ق (∠ هـ) = ق (∠ هـ أ ء)



(الصواف - كفر الشيخ - ٢٠)

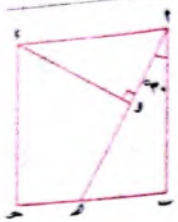
٢٣ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مربع

، ق (∠ ب أ هـ) = ٣٠°

، $\overline{ء و} \perp \overline{أ هـ}$ فإذا كان أ و = ٤ سم

احسب : مساحة المربع.



(الرشوة - ق - ٢٠)

٢٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

، م ∈ $\overrightarrow{أ ء}$ بحيث أ م = ٢ م ء

، رسم $\overleftarrow{حـ م}$ يقطع $\overline{أ ب}$ فى هـ ، هـ حـ = ١٢ سم

أوجد : طول $\overline{هـ م}$



(العرب - الإسكندرية - ١٩)

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ Δ أ ب حـ فيه : أ ب < أ حـ فإن : ق (د ب) ..... ق (د حـ) (حلوان - القاهرة - ١٩)
(أ) < (ب) ≥ (جـ) > (د) =

٢ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٣ سم ، ٦ سم فإن طول الضلع الثالث ينتمى إلى .....
(فارسكور - دمياط - ٢٠)
(أ)]٣ ، ٩[(ب) [٣ ، ٩] (جـ)]٣ ، ٩] (د) [٣ ، ٩[

٣ المثلث أ ب حـ فيه : ق (د ب) = ٧٠° ، ق (د حـ) = ٥٠° فإن : أ حـ ..... أ ب
(الدقى - الجيزة - ٢٠)
(أ) < (ب) ≥ (جـ) > (د) =

٤ Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ) > ق (د ب) فإن : ب حـ ..... أ حـ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)
(أ) < (ب) = (جـ) < (د) ≤

٥ الأطوال ٤ سم ، ٩ سم ، ..... سم تصلح أطوال أضلاع مثلث. (دسوق - كفر الشيخ - ١٩)
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٦ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص فإن : س ع ..... ص ع (قلين - كفر الشيخ - ١٩)
(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

٧ أ ب حـ مثلث فيه : ق (د حـ) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً .....
(فاقوس - الشرقية - ٢٠)
(أ) $\overline{أحـ}$ (ب) $\overline{أب}$ (جـ) $\overline{بحـ}$ (د) غير ذلك.

٨ الأعداد التى تصلح أطوال أضلاع مثلث هى ..... (ساحل سليم - أسيوط - ١٩)
(أ) ٤ ، ٧ ، ٧ (ب) ٣ ، ٤ ، ٩ (جـ) ٤ ، ٥ ، ١٢ (د) ٥ ، ٥ ، ١٥

٩ فى Δ أ ب حـ يكون : أ ب + ب حـ - أ حـ > ..... (أجوه - الدلهيمة - ٢٠)
(أ) ٢ أ حـ (ب) -٢ أ حـ (جـ) ٢ (د) صفر

١٠ المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه : ٢ سم ، ٥ سم يكون طول الضلع الثالث ..... سم (شرق صبيحة نصر - القاهرة - ٢٠)
(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) ٣

١١ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٢ سم ، (س + ٣) سم ، ٧ سم يكون متساوى الساقين عندما س = ... (كفر الدوار - البحيرة - ١٩)
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٢ طول أى ضلع فى مثلث ..... مجموع طولى الضلعين الآخرين. (الجمرك - الإسكندرية - ٢٠)
(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ إذا اختلف قياسا زاويتين فى المثلث فأكبرهما فى القياس ..... (البسطة - الغربية - ٢٠)

٢ إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله .....
(القاهرة الجديدة - القاهرة - ٢٠)

٣ Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ) = ٥٠° ، ق (د ب) = ٦٠°
فإن أكبر أضلاعه طولاً هو ..... (ساحل سليم - أسيوط - ١٩)

٤ المثلث أ ب حـ فيه : ق (د أ) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو .....
(غرب - الإسكندرية - ١٩)

٥ فى Δ أ ب حـ يكون : أ ب + ب حـ ..... أ حـ (شرق طنطا - الغربية - ٢٠)

٦ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٥ سم ، ٩ سم
فإن طول الضلع الثالث ∋]..... ، .....[(وسط القاهرة - القاهرة - ٢٠)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ بعد أى نقطة عن مستقيم معلوم هو طول ..... المرسومة من هذه النقطة إلى هذا المستقيم المعلوم. (المحمودية - الجيزة - ٢٠)

٨ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولًا هو ..... (المنصورة - الجيزة - ١٩)

٩ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : ق(د أ) = ٢ ق(د ب) = ٨٠° فإن : أ ب < ..... (هبة النصر - البهيرة - ٢٠)

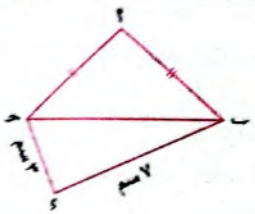
١٠ إذا كان : س > ص ، أ > ب فإن : ص + ب < ..... (منشر كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ Δ أ ب حـ فيه : ق(د أ) = ٤٠° ، ق(د ب) = ٨٠°
رتب أطوال أضلاع Δ أ ب حـ تنازليًا. (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٠)

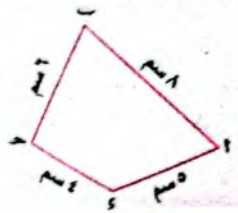
٢ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٨ سم ، ب حـ = ٧ سم
رتب قياسات زوايا المثلث أ ب حـ تصاعديًا. (أبو حماد - الشرقية - ٢٠)

٣ فى الشكل المقابل :
أ ب = أ حـ ، ب ء = ٧ سم
، ء حـ = ٣ سم
أثبت أن : ق(د أ حـ ء) > ق(د أ ب ء)



(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

٤ فى الشكل المقابل :
برهن أن : ق(د ب حـ ء) > ق(د ب أ ء)



(السلام - القاهرة - ٢٠)

٥ فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث فيه : أ ب < أ حـ
، ب م ينصف د أ ب حـ ، حـ م ينصف د أ حـ ب
أثبت أن : ب م < حـ م



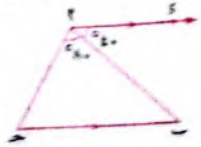
(الجيزة - البهيرة - ١٩)

٦ فى الشكل المقابل :
Δ أ ب حـ فيه : أ ب > ب حـ
، س ص // ب حـ
أثبت أن : أ س > س ص



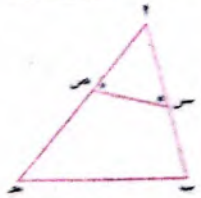
(أبو قرقاص - المنيا - ٢٠)

٧ فى الشكل المقابل :
أ ء // حـ ب ، ق(د ء أ ب) = ٤٠°
، ق(د ب أ حـ) = ٨٠°
برهن أن : أ ب < أ حـ



(منشر كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

٨ فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث فيه : أ حـ < أ ب
، ق(د أ س ص) = ق(د أ ص س)
أثبت أن : ص حـ > س ب



(شرق الإسكندرية - ٢٠)

٩ فى الشكل المقابل :
أ ب = أ حـ ، ق(د أ ب حـ) = ٦٥°
، ق(د أ حـ ء) = ٢٠°
برهن أن : أ ب > أ ء



(أسيوط - أسيوط - ١٩)

موقع التفوق
ALTFWOK.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١١ في الشكل المقابل :

أ ب ﺟ مثلث ، ء ∈ ب ﺟ

، أ ء = ب ء

برهن أن : ب ﺟ > أ ﺟ



(الحقل - إدارة سوهاج - ٢٠١٩)

١٢ في الشكل المقابل :

أ ب ﺟ مثلث فيه : أ ب = أ ﺟ

، ء ∈ ب ﺟ

أثبت أن : أ ﺟ > أ ء



(الإدارة الجنسية - الشرقية - ٢٠٢٠)

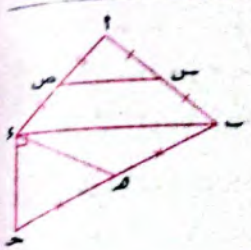
١٣ في الشكل المقابل :

أ ب ﺟ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب ء ﺟ) = ٩٠°

، س ، ص ، ﻫ منتصفات أ ب ، أ ء

، ب ﺟ على الترتيب

أثبت أن : س ص ⊥ ﻫ

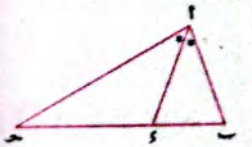


(المعادي - القاهرة - ٢٠٢٠)

١٤ في الشكل المقابل :

أ ء ينصف ∠ ب أ ﺟ

أثبت أن : أ ﺟ > ء ﺟ



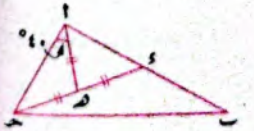
(السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

١٥ في الشكل المقابل :

ء ﻫ = ﻫ ﺟ = أ ﻫ

، ق (∠ ﺟ أ ﻫ) = ٤٠°

أثبت أن : ١ أ ﺟ > أ ﻫ ٢ ب ﺟ > أ ﺟ



(بلقاس - الدقهلية - ١٩)

الامتحانات النهائية
في الهندسة
• نماذج امتحانات الكتاب المدرسي.
• امتحانات بعض مدارس المحافظات.
لمزيد من امتحانات الهندسة امسح الكود
موقع التفوق
ALtFwoK

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نمـــوذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

(أ) أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو .....

(ب) إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٣ سم ، ٧ سم

فإن ..... < طول الضلع الثالث <

(ج) إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس .....

(د) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل

لهذا الرأس فإن .....

(هـ) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين = ٦٠° كان المثلث .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع

فإن : ق (∠ أ حـ ء) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

(ب) في المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في ب ، إذا كان أ حـ = ٢٠ سم

فإن طول المتوسط المرسوم من ب يساوي .....

(أ) ١٠ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٦ سم (د) ٥ سم

(جـ) س ص ع مثلث فيه : ق (∠ ع) = ٧٠° ، ق (∠ ص) = ٦٠°

فإن ص ع ..... س ص

(أ) < (ب) ≤ (جـ) = (د) ضعف

(د) الأعداد التي تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث هي .....

(أ) ٢ ، ٤ ، ٥ (ب) ٢ ، ٣ ، ٥ (جـ) ٢ ، ٣ ، ٦ (د) ٢ ، ٣ ، ٧

(د) المثلث الذي فيه قياسا زاويتين ٣٠° ، ٦٠° يكون

(أ) متساوي الساقين (ب) متساوي الأضلاع

(جـ) مختلف الأضلاع (د) قائم الزاوية

(هـ) في الشكل المقابل :

ق (∠ حـ) = ٢ ق (∠ أ) ، ب حـ = ٩ سم

فإن : أ حـ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٦

(جـ) ٩ (د) ١٢

٣ (أ) أكمل :

Δ أ ب حـ فيه أ ب > أ حـ فإن ق (∠ حـ) ..... ق (∠ ب)

(ب) في الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ٥٠° ، أ ب = أ حـ

، Δ ء ب حـ متساوي الأضلاع أوجد : ق (∠ أ ب ء)

(جـ) في الشكل المقابل :

أ ء // ب حـ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠°

، ق (∠ ء أ حـ) = ٥٠°

أثبت أن : ب حـ > أ حـ

٤ (أ) برهن أن : زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان.

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ب ء ينصف ∠ ب ، حـ ء ينصف ∠ حـ

أثبت أن : Δ ء ب حـ متساوي الساقين.

٥ (أ) في الشكل المقابل :

رتب زوايا Δ أ ب حـ

ترتيبًا تنازليًا حسب القياس.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب} > \overline{ب حـ}$ ، $\overline{س ص} // \overline{ب حـ}$

أثبت أن : $أ س > س ص$

نموذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المثلث الذى له ثلاثة محاور تماثل هو المثلث .....

(أ) المختلف الأضلاع. (ب) المتساوى الساقين.

(جـ) القائم الزاوية. (د) المتساوى الأضلاع.

٢ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (جـ) يساوى (د) ضعف

٣ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم

فإن طول الضلع الثالث ..... سم

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ١٢

٤ إذا كان $\Delta أ ب حـ$ فيه : $ق(د ب) = ١٣٠°$ فإن أكبر أضلاعه طولاً هو .....

(أ) $\overline{ب حـ}$ (ب) $\overline{أ حـ}$ (جـ) $\overline{أ ب}$ (د) متوسطه.

٥ $\Delta س ص ع$ متساوى الساقين فيه : $ق(د س) = ١٠٠°$

فإن : $ق(د ص) =$ .....

(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٦٠° (د) ٤٠°

٦ فى الشكل المقابل :



$س + ص =$ .....

(أ) ١٠٠° (ب) ١٤٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٢٨٠°

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية يساوى ٤٥° كان المثلث .....

٢ طول أى ضلع فى مثلث ..... مجموع طولى الضلعين الآخرين.

٣ إذا كانت : $\overline{أ ب} \equiv \overline{س ص}$ فإن : $أ ب =$ .....

٤ فى $\Delta أ ب حـ$ إذا كان : $ق(د أ) = ٣٠°$ ، $ق(د ب) = ٩٠°$

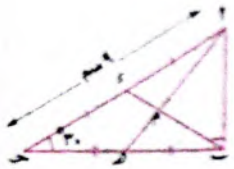
فإن : $ب حـ =$ ..... $أ حـ$

٥ محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم ..... من منتصفها.

٣ (أ) المثلث $أ ب حـ$ فيه : $أ ب = ٧$ سم ، $ب حـ = ٥$ سم ، $أ حـ = ٦$ سم

رتب تصاعديًا قياسات زواياه.

(ب) فى الشكل المقابل :



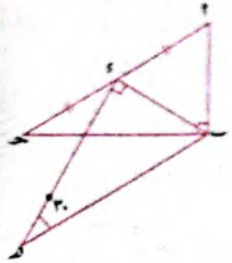
$\Delta أ ب حـ$ قائم الزاوية فى ب

، $ق(د حـ) = ٣٠°$ ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

، م منتصف $\overline{ب حـ}$ ، $أ حـ = ٩$ سم

أوجد : طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ب م}$ ، $\overline{أ ب}$

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

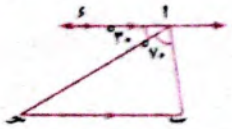


$ق(د أ ب حـ) = ق(د ب ء هـ) = ٩٠°$

، $ق(د هـ) = ٣٠°$ ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$

أثبت أن : $أ حـ = ب هـ$

(ب) فى الشكل المقابل :



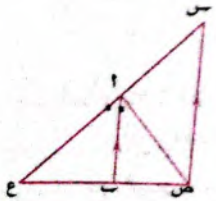
$\overleftrightarrow{أ ء} // \overline{ب حـ}$ ، $ق(د ب أ حـ) = ٧٠°$

، $ق(د ء أ حـ) = ٣٠°$

أثبت أن : $أ حـ > ب حـ$

٥ (أ) أكمل : إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها .....

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب} // \overline{س ص}$

، $\overleftrightarrow{أ ب}$ ينصف $د ص أ ع$

برهن أن : $س ع > ص ع$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل العبارات الآتية :

١ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... : .....
من جهة القاعدة.

٢ في المثلث القائم الزاوية طول المتوسط الخارج من رأس القائمة يساوى .....

٣ زاويتا القاعدة في المثلث المتساوى الساقين .....

٤ Δ أ ب حـ فيه : ق(د ب) = ٧٠° ، ق(د حـ) = ٥٠° فإن : أ حـ ..... أ ب

٥ متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس يكون ..... على القاعدة.

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع فإن : ق(د ب) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٧٠° (د) ٩٠°

٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) ٢

٣ إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين ٨٠° فإن قياس زاوية القاعدة يساوى .....

(أ) ٦٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٣٠° (د) ٥٠°

٤ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

٥ Δ أ ب حـ فيه : ق(د أ) = ٥٠° ، ق(د ب) = ٦٠°
فإن أكبر الأضلاع طولاً .....

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) $\overline{أحـ}$

٣ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ق(د حـ) = ٣٠° ، أ ب = ٥ سم

أوجد : طول $\overline{أحـ}$

∵ ق(د ب) = ... ° ، ق(د حـ) = ... °

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ..... ∴ أ حـ = ... سم

٤ (أ) Δ أ ب حـ فيه : ق(د أ) = ٤٠° ، ق(د ب) = ٧٥° ، ق(د حـ) = ٦٥°

رتب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا.

(ب) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أء}$ // $\overline{بحـ}$

أكمل :

١ ق(د ب) = ... °

٢ الضلع ..... هو أطول أضلاع Δ أ ب حـ

٥ في الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ = حـ ء = أ ء = ١٠ سم

، ق(د ب أ حـ) = ٧٠°

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة ، وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١ ق(د ب) = ٥٥° ( )

٢ ق(د ء) = ٧٠° ( )

٣ ق(د ء حـ ب) = ١٢٠° ( )

٤ أ ب + أ ء = ٢٠ سم ( )

٥ أ ب + ب حـ = ب حـ + حـ ء ( )

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

محافظة القاهرة
إدارة شرق مدينة نصر
مدرسة حلمية العربية الخاصة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوى .....
(أ) ٣٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ١٨٠°

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.
(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ٣ : ١

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب > أ حـ فإن : ق (د ب) ..... ق (د حـ)
(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≤

٤ القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى .....
(أ) المربع. (ب) المعين.
(جـ) المستطيل. (د) متوازى الأضلاع.

٥ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.
(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) ٢

٦ المثلث س ص ع متساوى الساقين فيه ق (د س) = ١٠٠°
فإن : ق (د ص) = ...
(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٦٠° (د) ٤٠°

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس .....
٢ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ..... ، .....
٣ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى ..... °
٤ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٧ سم
فإن طول الضلع الثالث ..... سم.

٥ إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث المتساوى الساقين ٦٠° كان المثلث .....

٦ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٥ سم ، ٩ سم
فإن طول الضلع الثالث ∈ [..... ، ..... [

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ء // حـ ب ، ق (د ء أ ب) = ٤٠°
، ق (د ب أ حـ) = ٨٠°
برهن أن : أ ب > أ حـ



(ب) فى الشكل المقابل :

برهن أن :
ق (د ب حـ ء) > ق (د ب أ ء)



٤ (أ) فى الشكل المقابل :

م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
، ب م = ٦ سم ، ب حـ = ١٤ سم
، ء حـ = ١٥ سم
أوجد : محيط المثلث م ء حـ



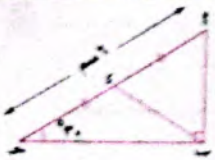
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ = أ ء = حـ ء
، ق (د ب أ حـ) = ٨٠°
أوجد : ق (د ب حـ ء)



٥ (أ) فى الشكل المقابل :

ق (د أ ب حـ) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$
، ق (د حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ٦ سم
أوجد : محيط المثلث أ ب ء



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$
، ب حـ = ٦ سم
، ق (د ب أ ء) = ٢٥°
أوجد : طول $\overline{ء حـ}$ ، ق (د أ حـ)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٢ إدارة البساتين
توجيه الرياضيات
محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النسبة بين طول ضلع المربع إلى محيطه هى .....
(أ) ١ : ٤ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٤ (د) ٢ : ١

٢ الزاوية التى قياسها ٧٠° تتمم زاوية قياسها .....
(أ) ٧٠° (ب) ٢٠° (جـ) ١١٠° (د) ٩٠°

٣ مثلث أ ب حـ فيه ق (∠ب) = ١٢٠° فإن أكبر أضلاع المثلث طولًا هو .....
(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{ب حـ}$ (جـ) $\overline{أ حـ}$ (د) متوسطه.

٤ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.
(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ٢ : ٣

٥ فى المثلث المتساوى الساقين إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة ٦٥° فإن قياس زاوية رأسه .....
(أ) ٦٥° (ب) ١٣٠° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

٦ فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ..... يساوى نصف طول الوتر.
(أ) ٦٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٣٠° (د) ٩٠°

٢ أكمل العبارات الآتية :

١ الزاوية التى قياسها ١٢٥° نوعها .....

٢ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٧ سم ، ٣ سم فإن طول الضلع الثالث هو .....

٣ عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو .....

٤ فى المثلث القائم الزاوية أكبر الأضلاع طولًا هو .....

٥ مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث ..... من طول الضلع الثالث.

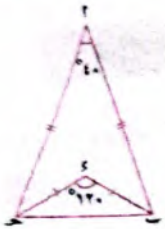
٦ إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية .....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ء ب = ء حـ ، ق (∠أ) = ٤٠°

، ق (∠ء) = ١٢٠°

أوجد : ق (∠أ ب ء)



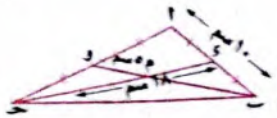
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه م هى

نقطة تقاطع متوسطات المثلث

، ء حـ = ١٨ سم ، م و = ٥ سم ، أ ب = ١٠ سم

احسب : محيط المثلث م ء ب



٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع

، ق (∠هـ) = ٣٠°

أثبت أن : المثلث ء حـ هـ متساوى الساقين.



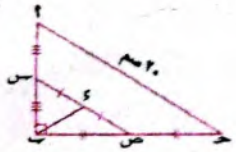
(ب) فى الشكل المقابل :

أ حـ = ٢٠ سم ، ء منتصف $\overline{س ص}$

، س ، ص منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$

، ق (∠أ ب حـ) = ٩٠°

أوجد بالبرهان : طول $\overline{ب ء}$



٥ (أ) Δ س ص ع فيه : س ص = ٤ سم ، ص ع = ٩ سم ، س ع = ٧ سم.

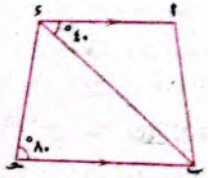
رتب قياسات زوايا المثلث تصاعديًا.

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠حـ) = ٨٠°

، ق (∠أ ء ب) = ٤٠°

أثبت أن : ء ب > ء حـ



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المثلث الذى قياسا زاويتين فيه ٤٠° ، ٧٠° هو .....
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.
(أ) نصف (ب) ربع (جـ) ثلث (د) ضعف

٣ قياس أى زاوية خارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....
(أ) ٦٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٣٦٠°

٤ إذا كانت هـ تنتمى لمحور تماثل $\overline{س ص}$ فإن : هـ س ..... هـ ص
(أ) // (ب) = (جـ) ⊥ (د) ≡

٥ المثلث س ص ع فيه : ق(د ع) = ٧٠° ، ق(د ص) = ٦٠°
فإن : ص ع ..... س ص
(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ضعف

٦ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية يساوى ٤٥° كان المثلث .....
(أ) متساوى الأضلاع. (ب) متساوى الضلعين.
(جـ) مختلف الأضلاع. (د) غير ذلك.

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

١ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة ..... : ..... من جهة الرأس.

٢ عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية .....

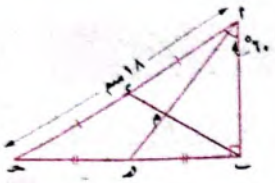
٣ مثلث أ ب حـ فيه : ق(د ب) = ٢ ق(د حـ) ، ق(د أ) = ٩٠°
فإذا كان : ب حـ = ١٢ سم فإن : أ ب = ...

٤ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولًا هو .....

٥ طول المتوسط فى المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة ..... طول الوتر.

٦ إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها .....

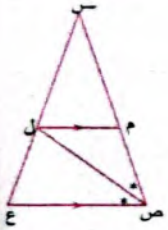
٣ (أ) فى الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{أ حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$
، ق(د ب أ حـ) = ٦٠° ، أ حـ = ١٨ سم
، ق(د أ ب حـ) = ٩٠°
أوجد : طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ب م}$ ، $\overline{أ ب}$

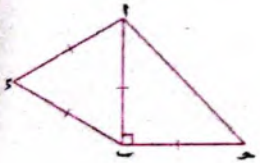
(ب) أ ب حـ مثلث فيه : ق(د أ) = ٤٠° ، ق(د ب) = ٥٠°
رتب أضلاع المثلث تصاعديًا.

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



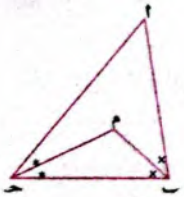
Δ س ص ع فيه : $\overleftarrow{ص ل}$ ينصف د س ص ع
ويقطع $\overline{س ع}$ فى ل
، رسم $\overleftarrow{ل م}$ // $\overline{ص ع}$ ويقطع $\overline{س ص}$ فى م
أثبت أن :
Δ ل م ص متساوى الساقين.

(ب) فى الشكل المقابل :



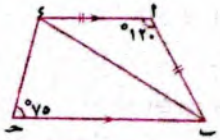
أ ب = ب حـ = أ ء = ب ء
، ق(د أ ب حـ) = ٩٠°
أوجد : ق(د ء أ حـ)

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب < أ حـ
، $\overleftarrow{ب م}$ ينصف د أ ب حـ
، $\overleftarrow{حـ م}$ ينصف د أ حـ ب
أثبت أن : ب م < حـ م

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = أ ء ، ق(د ء أ ب) = ١٢٠°
، ق(د ب حـ ء) = ٧٥°
أثبت أن : Δ ب حـ ء متساوى الساقين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ زاويتان متكاملتان متساويتان فى القياس يكون قياس كل منهما .....
(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٢ Δ أ ب حـ فيه : ق(∠ حـ) = ٧٠° ، ق(∠ ب) = ٦٠° فإن : ب حـ ..... أ ب
(أ) < (ب) = (جـ) > (د) ≤

٣ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.
(أ) ١ : ٢ (ب) ٤ : ٨ (جـ) ٥ : ١٠ (د) ٢ : ٤

٤ Δ أ ب حـ ≡ Δ س ص ع حيث ق(∠ س) + ق(∠ ص) = ١٣٠°
فإن : ق(∠ حـ) = ...
(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٥٠°

٥ الأطوال ..... تصلح لرسم مثلث.
(أ) ٤ ، ٨ ، ٤ (ب) ٨ ، ٧ ، ٥ (جـ) ١٠ ، ٥ ، ٣ (د) ٩ ، ٣ ، ١٢

٦ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى .....
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : ل١ ، ل٢ مستقيمين حيث ل١ ∩ ل٢ = ∅ فإن : ل١ ..... ل٢

٢ المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين عموديًا على القاعدة ينصفها وينصف .....

٣ طول أى ضلع فى مثلث ..... مجموع طولى الضلعين الآخرين.

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم
فإن : أ حـ ∈] ..... ، ..... [

٥ إذا كان طول متوسط مثلث يساوى ٣,٥ سم مرسوم من أحد رؤوسه وكان طول الضلع المقابل لهذا الرأس يساوى ٧ سم فإن زاوية هذا الرأس تكون .....

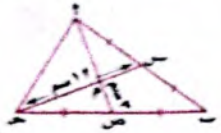
٦ المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٨٠° ، ٥٠° يكون نوعه بالنسبة لأضلاعه .....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



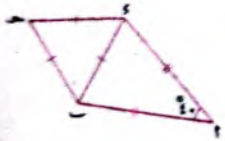
Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ء منتصف أ حـ
، ق(∠ حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٢ سم
أوجد : محيط Δ أ ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



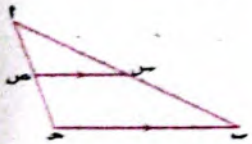
Δ أ ب حـ فيه : س منتصف أ ب
، ص منتصف ب حـ ، حـ س ∩ أ ص = {م}
، س حـ = ١٢ سم ، م ص = ٣ سم
أوجد : طول كل من م أ ، م حـ

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



ب حـ = حـ ء = ء ب ، أ ء = أ ب
، ق(∠ أ) = ٤٠°
أوجد : ق(∠ أ ب حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



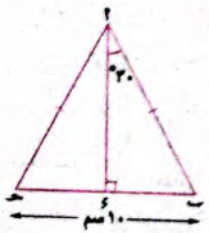
Δ أ ب حـ فيه : أ ب > أ حـ
، س ص // ب حـ
برهن أن : أ س > أ ص

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = أ ء = ٥ سم
، ب حـ = ٢ سم ، حـ ء = ٤ سم
برهن أن :
ق(∠ أ ب حـ) > ق(∠ أ ء حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : أ ء ⊥ ب حـ
، ب حـ = ١٠ سم ، ق(∠ ب أ ء) = ٣٠°
، أ ب = أ حـ
أوجد : طول كل من أ ب ، أ ء

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٥ إدارة بنها
توجيه الرياضيات

محافظة القليوبية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد متوسطات المثلث المختلف الأضلاع يساوى .....
(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

٢ المثلث المتساوى الساقين الذى فيه طولا ضلعين ٣ سم ، ٧ سم يكون محيطه يساوى ..... سم.
(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ١٣ (د) ١٧

٣ الزاوية الحادة تكملها زاوية .....
(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

٤ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : أ ب < ب حـ فإن : ق (د أ) ..... ق (د حـ)
(أ) ≤ (ب) > (جـ) = (د) <

٥ القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى .....
(أ) المربع. (ب) المعين.
(جـ) المستطيل. (د) متوازى الأضلاع.

٦ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٢ : ..... من جهة القاعدة.
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان Δ أ ب حـ فيه : أ ب = ٢ سم ، أ حـ = ٤ سم ، د أ زاوية منفرجة فإن : ب حـ = ... حيث ب حـ عدد طبيعى.

٢ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون .....

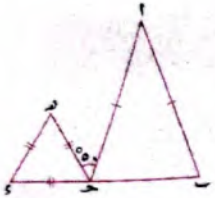
٣ فى المثلث القائم الزاوية يكون طول الوتر يساوى ..... طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠°

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق (د أ) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاع المثلث طولًا هو .....

٥ إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ٥٥° فإن قياس زاوية رأسه يساوى .....°

٦ قياس الزاوية الخارجة عند أحد رؤوس المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....°

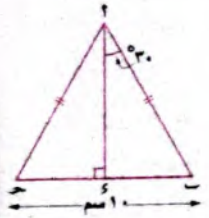
٣ (أ) فى الشكل المقابل :
حـ ∈ ب ء ، ق (د أ حـ ء) = ٥٠°
أوجد : ق (د ب أ حـ)



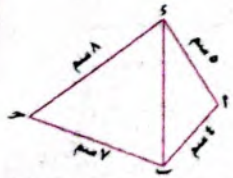
(ب) فى الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب
، ق (د حـ) = ٣٠°
، أ م ، ب ء متوسطان متقاطعان فى م
، أ حـ = ١٢ سم
أوجد بالبرهان : طول كل من أ م ، ب م



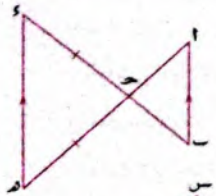
٤ (أ) فى الشكل المقابل :
أ ب = أ حـ ، ب حـ = ١٠ سم
، ق (د ب أ ء) = ٣٠°
، أ ء ⊥ ب حـ
١ أوجد : طول أ ء
٢ ما عدد محاور تماثل المثلث أ ب حـ ؟



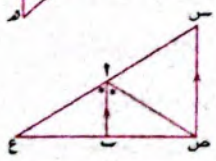
(ب) بالاستعانة بالشكل المقابل :
أثبت أن :
ق (د أ ب حـ) > ق (د أ ء حـ)



٥ (أ) فى الشكل المقابل :
أ ب // ء د
، حـ د = حـ ء
أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الساقين.



(ب) فى الشكل المقابل :
أ ب // س ص
، أ ب ينصف د ص أ ع
برهن أن : س ع > ص ع



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد متوسطات أى مثلث يساوى .....
(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....
(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ٠

٣ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها من جهة القاعدة بنسبة ٢ : .....
(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) ١ (د) ٤

٤ مثلث س ص ع فيه : ق(د س) = ١١٠° ، ق(د ص) = ٤٠°
فإن : س ص ..... س ع
(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ⊥

٥ عدد أقطار المضلع الخماسى يساوى .....
(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٠ (د) ٥

٦ الأطوال ٣ سم ، ٥ سم ، ..... سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث.
(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ قياس زاوية المضلع السداسى المنتظم يساوى .....°

٢ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى .....

٣ مثلث أ ب حـ فيه : أ ب > أ حـ فإن : ق(د حـ) ..... ق(د ب)

٤ أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

٥ أى نقطة تنتمى لمحور تماثل قطعة مستقيمة تكون .....

٦ محيط مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٧ سم ، ٣ سم يساوى ..... سم.

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



ء د // ب حـ ، أ ء = أ د
برهن أن :
ء ب = د حـ

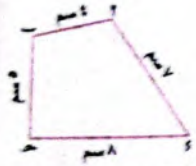
(ب) أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ
، ق(د ب) = (٢ س + ١٣)° ، ق(د حـ) = (٣ س - ١٧)°
أوجد : قياسات زوايا المثلث أ ب حـ

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



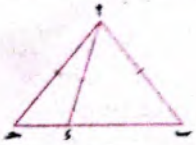
ء منتصف س ص
، د منتصف س ع ، م ء = ٣ سم
، م د = ٤ سم ، ص ع = ١٠ سم
أوجد : محيط المثلث م ص ع

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٥ سم
، حـ ء = ٨ سم ، ء أ = ٧ سم
أثبت أن : ق(د أ ب حـ) > ق(د أ ء حـ)

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ
، ء ∈ ب حـ
أثبت أن : أ حـ > أ ء

(ب) فى الشكل المقابل :



و منتصف س ع
، ق(د س ص ع) = ٩٠°
، ق(د س) = ٣٠°
برهن أن : ع ص = ص و

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان $\overline{أء}$ متوسطًا فى Δ أ ب حـ ، م نقطة تقاطع المتوسطات

فإن : أء = ... أم

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) $\frac{٣}{٢}$

٢ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع .....

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٣ ٣ س ، س + ٤ ، $\sqrt{٥}$ ١٠ تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث متساوى الساقين

عندما س = ...

(أ) $\sqrt{٥}$ ٥ (ب) $\sqrt{٥}$ ٢ (جـ) ١٠ (د) $\sqrt{٥}$

٤ عدد محاور تماثل المربع .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٥ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (∠ب) = ٦٥° فإن : ب حـ ..... أ ب

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) غير ذلك.

٦ إذا كانت س ∈ محور تماثل $\overline{ب حـ}$ فإن : $\overline{س ب}$ ..... $\overline{س حـ}$

(أ) < (ب) > (جـ) ≡ (د) =

٢ أكمل ما يأتى :

١ Δ أ ب حـ فيه : أ ب < ب حـ ، أ ب > أ حـ فإن أصغر الزوايا قياسًا هى .....

٢ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، محيطه = ١٥ سم ، ب حـ = ٥ سم

فإن نوع المثلث .....

٣ النسبة بين طول الوتر وطول المتوسط الخارج من رأس القائمة

فى المثلث القائم الزاوية كنسبة ..... : .....

٤ إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله .....

٥ المتوسط المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين .....

٦ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (∠أ) = ٣ ق (∠ب) فإن : ق (∠حـ) = ...°

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

، ق (∠أ حـ ب) = ٥٠° ، ق (∠أ حـ ء) = ٢٠°

برهن أن : أ حـ > حـ ء



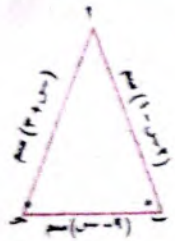
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ب) = ق (∠حـ)

، أ ب = (٢ س − ١) سم

، أ حـ = (س + ٣) سم ، ب حـ = (٩ − س) سم

أوجد : القيمة العددية لمحيط المثلث أ ب حـ



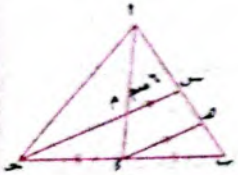
٤ (أ) فى الشكل المقابل :

ء منتصف $\overline{ب حـ}$

، م نقطة تلاقى متوسطات Δ أ ب حـ

، $\overline{ص ء}$ // $\overline{س حـ}$ ، س م = ٦ سم

أوجد : طول $\overline{ء ص}$

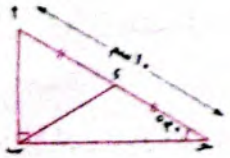


(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، أ حـ = ١٠ سم ، $\overline{ب ء}$ متوسط ، ق (∠حـ) = ٣٠°

أوجد : محيط المثلث أ ء ب



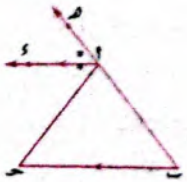
٥ (أ) مثلث أ ب حـ فيه : ق (∠أ) = ٤٠° ، ق (∠حـ) = ٦٠° رتب أضلاع المثلث تصاعديًا مع التوضيح بالخطوات.

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

، $\overleftrightarrow{أء}$ ينصف ∠ص أ حـ

برهن أن : المثلث أ ب حـ متساوى الساقين.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور التماثل للمثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

(أ) ربع (ب) نصف (جـ) ثلث (د) ضعف

٣ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوى .....

(أ) ١٢٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٩٠°

٤ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة القاعدة.

(أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ٢ : ١ (د) ٣ : ١

٥ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (د أ) = ٧٠° فإن : ق (د ب) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ٣٥° (جـ) ١١٠° (د) ٥٥°

٦ Δ أ ب حـ فيه : أ ب + ب حـ ..... أ حـ

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٢ أكمل ما يأتى :

١ منصف زاوية رأس المثلث المتساوى الساقين يكون ..... القاعدة وينصفها.

٢ أكبر الأضلاع طولًا فى المثلث القائم الزاوية هو .....

٣ إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإن زواياه الثلاث تكون .....

٤ فى Δ س ص ع إذا كان : س ع > س ص

فإن : ق (د .....) > ق (د .....)

٥ إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها .....

٦ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى .....

٣ (أ) Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ) = ٤٠° ، ق (د ب) = ٣٠° ، ق (د حـ) = ١١٠°

رتب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا.

(ب) فى الشكل المقابل :

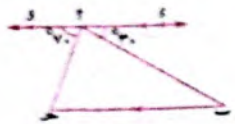


ق (د أ ب حـ) = ٥٠°

، أ ب = ب حـ = ب ء = حـ ء

أوجد : ق (د أ حـ ء)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ

، ق (د و أ حـ) = ٧٠°

، ق (د ء أ ب) = ٣٠°

أثبت أن : أ ب > أ حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



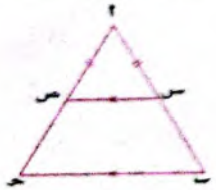
Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، ق (د حـ) = ٣٠°

، ء منتصف أ حـ ، أ حـ = ١٢ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، ب ء

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



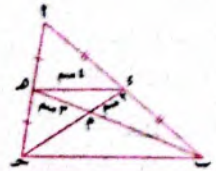
أ س = أ ص

، س ص // ب حـ

أثبت أن :

Δ أ ب حـ متساوى الساقين.

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : ء منتصف أ ب

، هـ منتصف أ حـ ، حـ ء ∩ ب هـ = {م}

، م هـ = ٣ سم ، ء م = ٢ سم ، ء هـ = ٤ سم

أوجد : محيط Δ م ب حـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٩ إدارة كفر سعد — توجيه الرياضيات — محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع هو .....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

(٢) الأطوال ٦ سم ، ٤ سم ، ..... تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث.

(أ) ١٠ (ب) ١٢ (جـ) ٥ (د) ٢

(٣) مثلث أ ب حـ متساوى الساقين فيه : ق (د ب) = ١٠٠° فإن : ق (د أ) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ٤٠° (د) ٢٠°

(٤) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٢ : ..... من جهة القاعدة.

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

(٥) إذا كان المثلث أ ب حـ منفرج الزاوية فى حـ فإن : أ ب ..... ب حـ

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) //

(٦) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى .....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٣٦٠° (د) ٣٠٦°

٢ أكمل ما يلى :

(١) محور القطعة المستقيمة هو المستقيم .....

(٢) مثلث أ ب حـ فيه : ق (د ب) = ٧٠° ، ق (د حـ) = ٣٠° فإن أكبر الأضلاع طولًا فى المثلث هو .....

(٣) إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها .....

(٤) أ ب حـ د متوازى أضلاع فيه : ق (د ب) + ق (د د) = ١٠٠°

فإن : ق (د أ) = ...°

(٥) منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة و .....

(٦) إذا كان : ق (د أ) > ق (د ب) فإن مكملة الزاوية أ ..... مكملة الزاوية ب

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب = ٦ سم ، أ د = ٨ سم

، ب حـ = ٥ سم ، د حـ = ٧ سم

برهن أن : ق (د أ د حـ) < ق (د أ ب حـ)



(ب) فى الشكل المقابل :

س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أحـ}$

، ب م = ٦ سم ، حـ س = ١٢ سم

، ب حـ = ١٢ سم

احسب : محيط Δ س م ص



٤ (أ) Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ) = ٦٠° ، ق (د ب) = ٨٠° رتب تصاعديًا أطوال أضلاع المثلث.

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : ق (د ب) = ٩٠° ، $\overline{ب ء}$ متوسط

، ق (د حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٠ سم

أوجد : محيط المثلث أ ب ء



٥ (أ) أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{أب}$ بحيث أ ء = أ حـ أثبت أن : ق (د حـ) > ق (د ب)

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، أ ب = ب حـ = أ ء = ء ب

احسب : ق (د حـ أ ء)



١٠ إدارة غرب الفيوم — محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوى ..... طول الوتر.

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٢ عدد متوسطات المثلث المختلف الأضلاع يساوى .....
(أ) ٣ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

٣ إذا كان مجموع قياسى زاويتين متطابقتين فى مثلث $\frac{٢}{٣}$ مجموع قياسات زواياه كان المثلث .....
(أ) قائم الزاوية. (ب) متساوى الساقين.
(جـ) مختلف الأضلاع. (د) متساوى الأضلاع.

٤ مثلث له محور تماثل واحد وطولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٧ سم فيكون محيطه ..... سم.
(أ) ١٣ (ب) ١٧ (جـ) ٢١ (د) ٣٤

٥ Δ س ص ع فيه س ص > س ع فإن : ق (د ص) ..... ق (د ع)
(أ) < (ب) > (جـ) ≤ (د) =

٦ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (د ب) = ٣٠° فإن : ق (د أ) = ...
(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٢ أكمل ما يأتى :

١ Δ أ ب حـ فيه : $\overline{أء}$ متوسط ، م نقطة تقاطع المتوسطات ، فإذا كان : أ م = ٤ سم فإن : أ ء = ... سم.

٢ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٣ سم ، ٨ سم فإن طول الضلع الثالث ∈ [..... ، ..... [

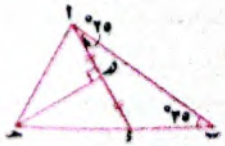
٣ إذا كانت د أ تكمل د ب ، د أ ≡ د ب فإن : ٢ ق (د أ) − ق (د ب) = ...°

٤ إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون .....

٥ Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ) = ق (د ب) + ق (د حـ) فإن أكبر الأضلاع طولاً هو .....

٦ Δ أ ب حـ فيه : ق (د ب) = ٦٠° ، ق (د أ) = ٧٠° فإن : ب حـ ..... أ ب

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : ق (د ب) = ٣٥° ، ء ∈ $\overline{ب حـ}$
، ق (د ب أ ء) = ٣٥° ، م منتصف $\overline{أء}$ ، $\overline{حـ م} \perp \overline{أء}$
برهن أن : Δ أ ء حـ متساوى الأضلاع.

(ب) فى الشكل المقابل :



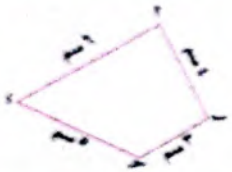
Δ س ص ع فيه : $\overline{ل م}$ ينصف د ع ل ص
، $\overline{ل م}$ // $\overline{س ص}$
أثبت أن : س ع > ص ع

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



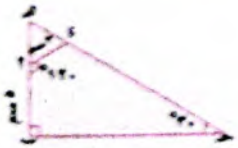
Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ
، ق (د ء ب حـ) = ق (د أ حـ ء)
، ق (د ب أ حـ) = ٨٠°
أوجد بالبرهان : ق (د ب ء حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٤ سم
، أ ء = ٦ سم ، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ٥ سم
أثبت أن : ق (د أ ب حـ) > ق (د أ ء حـ)

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (د ب أ ء) = ١٢٠° ، ق (د حـ) = ٣٠°
، ق (د ب) = ٩٠° ، أ ب = ٥ سم ، أ ء = ٣ سم
أوجد بالبرهان : طول $\overline{ء حـ}$

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : ء ، هـ منتصفا $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب
حيث أ ء = ٩ سم ، أ ب = ب هـ = ٦ سم
أوجد بالبرهان : محيط Δ م ء هـ



١١ إدارة بيا
توجيه الرياضيات
محافظة بنى سويف

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.
(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ٢ : ٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALTFWOK.com

٤ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث يساوى .....

(أ) ٣ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٥ سم (د) ٧ سم

٣ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

٤ إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين يساوى ٤٠° فإن قياس زاوية الرأس يساوى .....

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

٥ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين .....

(أ) متتامتان. (ب) متكاملتان. (جـ) متطابقتان. (د) مستقيمتان.

٦ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا .....

٢ إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية .....

٣ أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

٤ منصف زاوية رأس المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون .....

٥ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

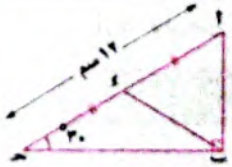
٦ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أحـ = ١٢ سم ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

، ق(د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق(د أ حـ ب) = ٣٠°

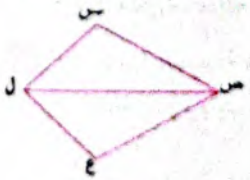
أوجد بالبرهان : محيط Δ أ ب ء



(ب) فى الشكل المقابل :

س ص > س ل ، ص ع > ع ل

برهن أن : ق(د س ل ع) > ق(د س ص ع)



٤ (أ) فى الشكل المقابل :

ع ∈ $\overline{ل ص}$ ، س ع = ص ع

، $\overline{ل م}$ // $\overline{س ص}$ ، ق(د س ع ل) = ١٢٠°

أوجد : ق(د م ل ص)



(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب

، $\overline{حـ ء}$ ∩ $\overline{ب هـ}$ = {م}

، حـ ء = ١٥ سم ، ب م = ٨ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أوجد بالبرهان : محيط Δ م ء هـ



٥ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب = أحـ = أء = حـ ء

، ق(د ب أ حـ) = ٤٠°

أوجد : ق(د ب حـ ء)



(ب) Δ أ ب حـ فيه : ق(د أ) = ٤٠° ، ق(د ب) = ٧٥° رتب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا.

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ طول الضلع المقابل لزاوية قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

٢ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون .....

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق(د أ) > ق(د ب) فإن : أحـ > .....

٤ إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

فإن : أ م = ... أء

٥ طول أى ضلع فى مثلث يكون ..... من مجموع طولى الضلعين الآخرين.

٦ مثلث متساوى الساقين قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون .....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ALtfwoK.Com

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) عدد متوسطات المثلث المتساوى الساقين يساوى .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢) إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ٤٠° فإن قياس زاوية الرأس .....

(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (جـ) ٧٠° (د) ٥٠°

٣) إذا كان Δ أ ب حـ له محور تماثل واحد ، فيه أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٨ سم فإن أ حـ = ... سم.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٨

٤) طول وتر المثلث القائم الزاوية ..... طول المتوسط الخارج من القائمة.

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٣

٥) إذا كانت س تقع على محور تماثل $\overline{أ ب}$ فإن $\overline{س أ}$ ..... $\overline{س ب}$

(أ) = (ب) ≅ (جـ) ⊥ (د) //

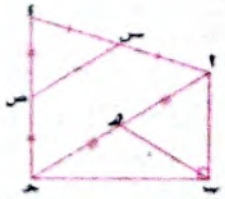
٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٤ : ..... من جهة الرأس.

(أ) ٢ (ب) ١٦ (جـ) ١ (د) ٨

٢ (أ) Δ أ ب حـ فيه ق (∠أ) = ٤٠° ، ق (∠ب) = ٨٠°

رتب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



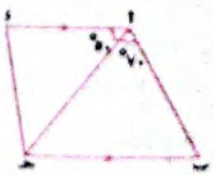
ق (∠أ ب حـ) = ٩٠°

، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

، س ، ص منتصفا $\overline{أ ء}$ ، $\overline{حـ ء}$

أثبت أن : ب هـ = س ص

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ ، ق (∠ء أ حـ) = ٥٠°

، ق (∠ب أ حـ) = ٧٠°

أثبت أن : أ حـ > أ ب

(ب) فى الشكل المقابل :



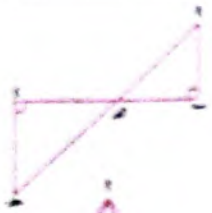
س ص ع مثلث فيه ء منتصف $\overline{س ص}$

، هـ منتصف $\overline{س ع}$ ، ص ع = ٨ سم

، ص م = ٤ سم ، ع ء = ٩ سم

أوجد : محيط Δ م ء هـ

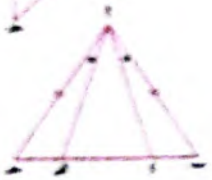
٥ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ق (∠ء) = ٩٠°

أثبت أن : أ حـ > ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ

، ق (∠ب أ ء) = ق (∠حـ أ هـ)

أثبت أن : أ ء = أ هـ



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2024

المعاصر

إعداد لجنة من خبراء التعليم

الإجابات



الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات الوحدة الأولى

إجابات تمارين ١

١

٨	١٢٥	-٢٧	-١٠٠٠	$\frac{٣}{٨}$	$-\frac{٨}{١٢٥}$	٢١٦	-٦٤
٢	٥	-٣	-١٠	$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٢}{٥}$	٦	-٤

٢ ١) ٦ ٢) -٧ ٣) ٠,١ ٤) $\frac{٢}{٣}$
٥) صفر ٦) -١ ٧) ٦ ٨) ١
٩) صفر ١٠) $-\frac{١}{٢}$ ١١) ٩ ١٢) $-٣\frac{٣}{٤}$
١٣) ٦٤ ١٤) ٦٤ ١٥) ٢٥ ١٦) ٦١

٣ ١) (جـ) ٢) (ب) ٣) (أ) ٤) (أ)
٥) (د) ٦) (جـ) ٧) (جـ) ٨) (د)
٩) (أ) ١٠) (د) ١١) (جـ) ١٢) (جـ)
١٣) (د) ١٤) (ب)

٤
١) ١٢٥ ٢) $-\frac{١}{٦٤}$
٣) $\sqrt[٣]{س} = -٢$ ∴ س = -٨
٤) $\sqrt[٣]{س} = -١ + ٣ = ٢$ ∴ س = ٨
٥) -٢ ٦) ٤
٧) $س^{٣} = ٣٢ - ٥ = ٢٧$ ∴ س = ٣
٨) $س^{٣} = ٥٤ \div ٢ = ٢٧$ ∴ س = ٣
٩) $س^{٣} = -٢٠٠٠ \div \frac{١}{٥} = -١٠٠٠$ ∴ س = -١٠

٥
١) $س^{٣} = -٢٧$ ∴ $س = \sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$
∴ م.ح = {-٣}

٢) $٨ س^{٣} = ٨ - ٧ = ١$ ∴ $س^{٣} = \frac{١}{٨}$
∴ $س = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}} = \frac{١}{٢}$ ∴ م.ح = $\{\frac{١}{٢}\}$

٣) $س^{٣} = \frac{٣}{٨} - ١٦ = -\frac{١٢٥}{٨}$
∴ $س = \sqrt[٣]{-\frac{١٢٥}{٨}} = -\frac{٥}{٢}$ ∴ م.ح = $\{-\frac{٥}{٢}\}$

٤) $٢ س^{٣} - س^{٣} = ٣ + ٥$ ∴ $س^{٣} = ٨$
∴ $س = \sqrt[٣]{٨} = ٢$ ∴ م.ح = {٢}

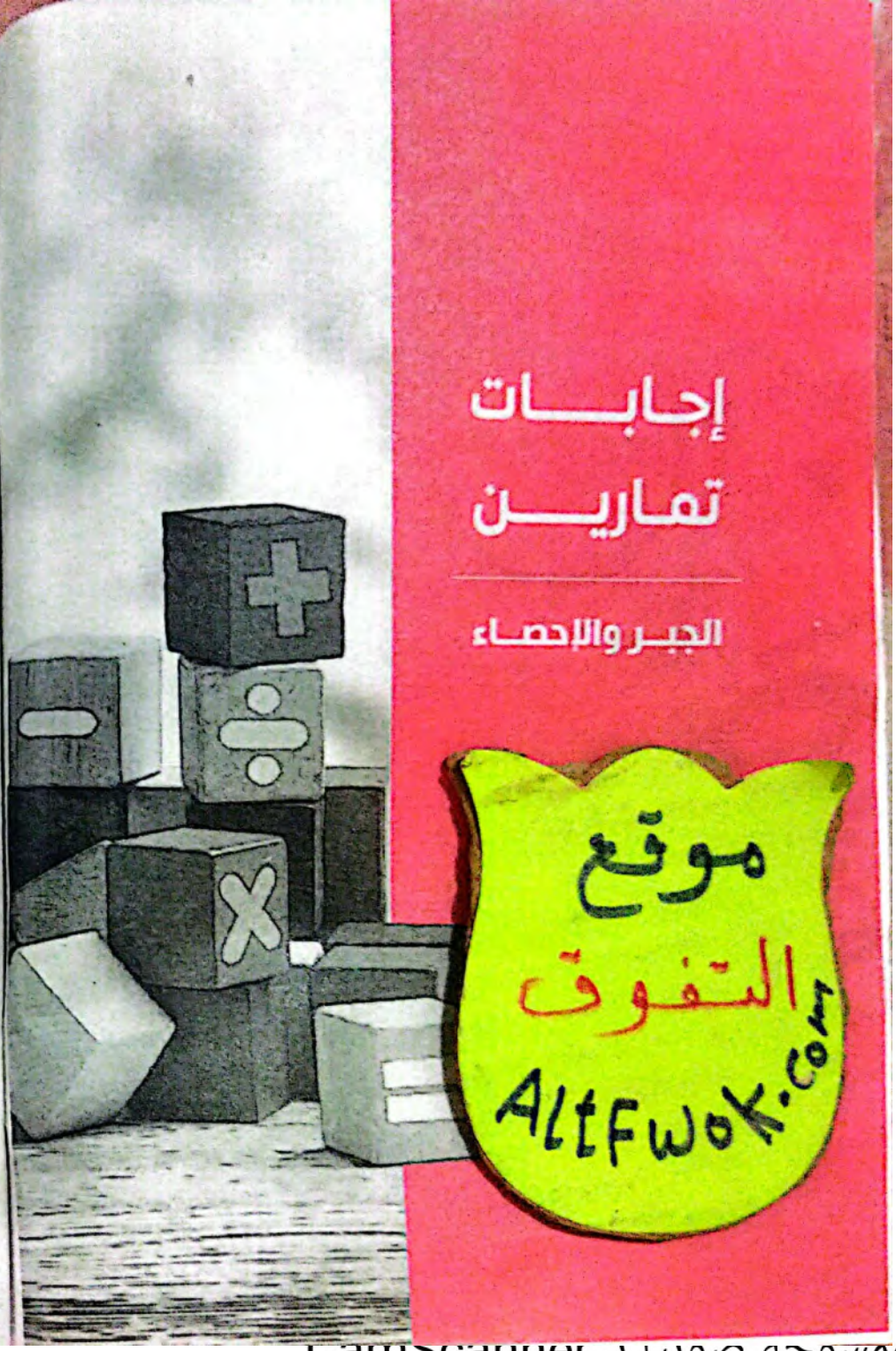
٥) $س + ٣ = \sqrt[٣]{٣٤٣} = ٧$ ∴ س = ٧ - ٣ = ٤
∴ م.ح = {٤}

٦) $٣ س + ١ = \sqrt[٣]{-٨} = -٢$
∴ ٣ س = -٢ - ١ = -٣
∴ $س = -٣ \div ٣ = -١$ ∴ م.ح = {-١}

٧) $(٢ س + ١)^{٣} = ٢٧ = ٧ + ٢٠$
∴ $٢ س + ١ = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$
∴ ٢ س = ٣ - ١ = ٢ ∴ س = ١
∴ م.ح = {١}

٨) $(٥ س - ٢)^{٣} = ٨ = ١٠ - ١٨$
∴ $٥ س - ٢ = \sqrt[٣]{٨} = ٢$
∴ ٥ س = ٢ + ٢ = ٤ ∴ $س = \frac{٤}{٥}$
∴ م.ح = $\{\frac{٤}{٥}\}$

٦
١) $\sqrt[٣]{٢\frac{١}{٤}} = \sqrt[٣]{\frac{٣}{٢} \times \frac{٩}{٤}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$
٢) $-\sqrt[٣]{٢^{٦} \times ٣^{٦}} = -\sqrt[٣]{(٢^{٢} \times ٣^{٢})^{٣}} = -٢^{٢} \times ٣^{٢}$
$= -٤ \times ٩ = -٣٦$
٣) $\sqrt[٣]{٧٢٩} = \sqrt[٣]{٩} = ٣$
٤) $\sqrt[٣]{٥١٢} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$
٥) $\sqrt[٣]{٢٧} \times \sqrt[٣]{٢٧} = \sqrt[٣]{٣ \times ٢٧} = \sqrt[٣]{٨١} = ٩$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥ (أ) ٢,٢٢ (ب) ١,٩ (ج) ٢,١-

٦ (١) $\because \sqrt[3]{٢} < \sqrt[3]{٨} < \sqrt[3]{٩}$ $\therefore ٢ < \sqrt[3]{٩} < ٢$

العددان هما ٢ ، ٢

(٢) $\because \sqrt[3]{٩} < \sqrt[3]{١٢} < \sqrt[3]{١٢٥}$ $\therefore ٢ < \sqrt[3]{١٢} < ٥$

العددان هما ٢ ، ٤

(٣) $\because \sqrt[3]{٨} < \sqrt[3]{١٠} < \sqrt[3]{٢٧}$ $\therefore ٢ < \sqrt[3]{١٠} < ٣$

العددان هما ٢ ، ٣

(٤) $\because \sqrt[3]{-٢٧} < \sqrt[3]{-٢٠} < \sqrt[3]{-٨}$

$\therefore -٣ < \sqrt[3]{-٢٠} < -٢$

العددان هما -٣ ، -٢

٧ (١) $\because \sqrt[3]{١} < \sqrt[3]{٢} < \sqrt[3]{٨}$ $\therefore ١ < \sqrt[3]{٢} < ٢$

$\therefore$ س = ١

(٢) $\because \sqrt[3]{٦٤} < \sqrt[3]{٨٠} < \sqrt[3]{٨١}$ $\therefore ٤ < \sqrt[3]{٨٠} < ٩$

$\therefore$ س = ٨

(٣) $\because \sqrt[3]{١} < \sqrt[3]{٥} < \sqrt[3]{٨}$ $\therefore ١ < \sqrt[3]{٥} < ٢$

$\therefore$ س = ١

(٤) $\because \sqrt[3]{٢٧} < \sqrt[3]{٥٠} < \sqrt[3]{٦٤}$ $\therefore ٣ < \sqrt[3]{٥٠} < ٤$

$\therefore$ س = ٣

(٥) $\because \sqrt[3]{-١٢٥} < \sqrt[3]{-١٠٠} < \sqrt[3]{-٦٤}$

$\therefore -٥ < \sqrt[3]{-١٠٠} < -٤$ $\therefore$ س = -٥

(٦) $\because \sqrt[3]{٢٥} < \sqrt[3]{٢٥} < \sqrt[3]{٢٦}$

$\therefore ٥ < \sqrt[3]{٢٥} < ٦$ $\therefore$ س = ٥

٨ (١) $\because \sqrt[3]{١٦} < \sqrt[3]{٢٠} < \sqrt[3]{٢٥}$ $\therefore ٤ < \sqrt[3]{٢٠} < ٥$

، $\because (٢,١)^٣ = ١٦,٨١$ ، $(٢,٢)^٣ = ١٧,٦٤$

، $(٢,٣)^٣ = ١٨,٤٩$

، $(٢,٤)^٣ = ١٩,٣٦$ ، $(٢,٥)^٣ = ٢٠,٢٥$

$\therefore ٤,٤ < \sqrt[3]{٢٠} < ٤,٥$

$\therefore \sqrt[3]{٢٠} \approx ٤,٤$

وباستخدام الآلة الحاسبة $\sqrt[3]{٢٠} = ٤,٤١$

(٢) $\because \sqrt[3]{٨١} < \sqrt[3]{١١٢} < \sqrt[3]{١٢٥}$ $\therefore ٤ < \sqrt[3]{١١٢} < ٥$

، $\because (٢,١)^٣ = ١٠,٢٦١$ ، $(٢,٢)^٣ = ١٠,٦٤٨$

، $(٢,٣)^٣ = ١١,١٧٦$

، $(٢,٤)^٣ = ١١,٨٢٤$ ، $(٢,٥)^٣ = ١٢,٥٠٠$

، $(٢,٦)^٣ = ١٣,٢١٦$

$\therefore ٤,٨ < \sqrt[3]{١١٢} < ٤,٩$

$\therefore \sqrt[3]{١١٢} \approx ٤,٨٢$

وباستخدام الآلة الحاسبة $\sqrt[3]{١١٢} = ٤,٨٢$

(٣) $\because \sqrt[3]{٨} < \sqrt[3]{٩} < \sqrt[3]{١٢٥}$ $\therefore ٢ < \sqrt[3]{٩} < ٥$

، $\because (٢,١)^٣ = ٩,٢٦١$ ، $(٢,٢)^٣ = ١٠,٦٤٨$

، $(٢,٣)^٣ = ١١,٩٧٦$

، $(٢,٤)^٣ = ١٣,٨٢٤$ ، $(٢,٥)^٣ = ١٥,٦٢٥$

، $(٢,٦)^٣ = ١٧,٥٩٦$

$\therefore ٢,٥ < \sqrt[3]{٩} < ٢,٦$

$\therefore \sqrt[3]{٩} \approx ٢,٥٢$

وباستخدام الآلة الحاسبة $\sqrt[3]{٩} = ٢,٥٢$

(٤) $\because \sqrt[3]{٢٧} < \sqrt[3]{٥٠} < \sqrt[3]{٦٤}$ $\therefore ٣ < \sqrt[3]{٥٠} < ٤$

، $\because (٣,١)^٣ = ٣٠,٩٧١$ $\therefore ٣ < \sqrt[3]{٣٠} < ٣,١$

$\therefore ١ < \sqrt[3]{٣٠} - ٢ < ١,١$

$\therefore \sqrt[3]{٣٠} - ٢ \approx ١,٠٨$

وباستخدام الآلة الحاسبة $\sqrt[3]{٣٠} - ٢ = ١,٠٨$

٩ (١) (ب) (٢) (ب) (٣) (ب) (٤) (ب)

(٥) (ب) (٦) (ب) (٧) (ب) (٨) (ب)

(٩) (ب) (١٠) (ب) (١١) (ب)

٥ معدل تغير الكتلة = $\frac{٢٠}{٢}$ = ١٠ جم

∴ معدل تغير الحجم = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم

٦ معدل تغير الكتلة = $\frac{٢٠}{٢}$ = ١٠ جم

∴ كتلة المكعب = ٢٧ × ١٠ = ٢٧٠ جم

٧ معدل تغير الحجم = ٣ س^٢

∴ ٣ س^٢ = ٢٧

∴ س^٢ = ٩

∴ س = ٣ سم

٨ معدل تغير الحجم = $\frac{٤}{٣}$ × ٣ = ٤ سم^٣/ث

٩ معدل التغير = $\frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$ = $\frac{٢}{٣}$

∴ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ × ط × ٣^٣ = ٣٦ ط سم^٣

∴ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤ × ٣^٣ = ١١٣,٠٤ سم^٣

∴ ط نق^٣ = ٣٦

∴ نق^٣ = ٩ ∴ نق = $\sqrt[3]{٩}$ = ٣ سم

∴ طول قطر الكرة = ٢ × ٣ = ٦ سم

١٠ (١) $\because$ (س - ٢)^٣ = ١٠٠٠

∴ س - ٢ = ١٠ ∴ س = ١٢

(٢) $\because$ (س + ٢)^٣ = ١٢٥

∴ س + ٢ = ٥ ∴ س = ٣

∴ س^٣ = ٢٧ ومنها س = ٣ ∴ ق (٢ ، ٣)

(٣) $\because$ (س - ١)^٣ = ٨

∴ س - ١ = ٢ ∴ س = ٣

∴ س^٣ = ٨ ومنها س = ٢ ∴ ق (٢ ، ٢)

(٤) بتكعيب الطرفين $\because$ (س - ١)^٣ = ٢٧

∴ س - ١ = ٣ ∴ س = ٤ أو س = -٢

∴ ق (٤ ، ٤) ، (-٢ ، -٢)

١١ (١) $\because$ (س - ٢)^٣ = ٢٧

∴ س - ٢ = ٣ ∴ س = ٥

∴ ق (٥ ، ٥)

(٢) $\because$ (س - ٣)^٣ = ٨

∴ س - ٣ = ٢ ∴ س = ٥

∴ ق (٥ ، ٥)

١٢ (١) $\because$ (س + ٢)^٣ = ٢٧

∴ س + ٢ = ٣ ∴ س = ١

∴ ق (١ ، ١)

(٢) $\because$ (س + ٣)^٣ = ٨

∴ س + ٣ = ٢ ∴ س = -١

∴ ق (-١ ، -١)

١٣ (١) $\because$ (س - ٢)^٣ = ٢٧

∴ س - ٢ = ٣ ∴ س = ٥

∴ ق (٥ ، ٥)

(٢) $\because$ (س - ٣)^٣ = ٨

∴ س - ٣ = ٢ ∴ س = ٥

∴ ق (٥ ، ٥)

١٤ (١) $\because$ (س + ٢)^٣ = ٢٧

∴ س + ٢ = ٣ ∴ س = ١

∴ ق (١ ، ١)

(٢) $\because$ (س + ٣)^٣ = ٨

∴ س + ٣ = ٢ ∴ س = -١

∴ ق (-١ ، -١)

١٥ نفرض أن عمر الابن = س سنة

∴ عمر الأب = ٤ س سنة

، عمر الجد الأكبر = $\frac{٤}{٣}$ س سنة

، عمر الجد الأوسط = $\frac{٤}{٣}$ س سنة

، عمر الحفيد = $\frac{\frac{٤}{٣}\text{س}}{\frac{٤}{٣}\text{س}}$ سنة

∴ $\frac{٤}{٣}$ س = ٢ $\sqrt{\frac{٤}{٣}\text{س}}$ (بتكعيب الطرفين)

∴ س $\frac{٤}{٣}$ س = ٨ س (بتربيع الطرفين)

∴ س^٢ = ٦٤ س^٢ ∴ س = ٦٤

∴ عمر الجد = ٦٤ سنة

، عمر الحفيد الأكبر = $\frac{٤}{٣}$ × ٦٤ = ٨ سنوات

، عمر الحفيد الأوسط = $\frac{٤}{٣}$ × ٦٤ = ٤ سنوات

، عمر الجد الصغير = ٨ - ٤ = ٢ سنة

إجابات تمارين ٢

١ الأعداد النسبية أرقام (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) ، (٥) ، (٩) ، (٦) ، (١١) ، (١٣) ، (١٤) ، (١٦) ، (١٧) ، (١٨) ، (١٩) والباقي أعداد غير نسبية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢

١ $س^{٢} = \frac{١٠}{٥} = ٢$ ∴ $س = \pm\sqrt{٢}$

∴ $س \notin ق$

٢ $س^{٢} = \frac{٩}{٤}$

∴ $س = \pm\sqrt{\frac{٩}{٤}} = \pm\frac{٣}{٢}$ ∴ $س \in ق$

٣ $س = \sqrt{١٢٥}$ ∴ $س = ٥$

∴ $س \in ق$

٤ $س^{٢} = \frac{٢٧}{٣} = ٩$ ∴ $س = \sqrt{٩}$

∴ $س \in ق$

٥ $س^{٢} = \frac{١٠}{٠,١} = ١٠٠$

∴ $س = \pm\sqrt{١٠٠} = \pm ١٠$ ∴ $س \in ق$

٦ $س^{٢} = -\frac{٨}{٠,٠٠١} = -٨٠٠٠$

∴ $س = \sqrt{-٨٠٠٠}$ ∴ $س \notin ق$

٧ $س - ١ = \pm\sqrt{٤} = \pm ٢$ ∴ $س = ٢ + ١ = ٣$

أو $س = -٢ + ١ = -١$ ∴ $س \in ق$

٨ $س - ٥ = \sqrt{١}$ ∴ $س = ١ + ٥ = ٦$

∴ $س \in ق$

٣

١ $س^{٢} = ١٣$ ∴ $س = \pm\sqrt{١٣}$

∴ م ح $= \{\sqrt{١٣}، -\sqrt{١٣}\}$

٢ $س^{٢} = ١٦$ ∴ $س = \sqrt{١٦}$

∴ م ح $= \{\sqrt{١٦}\}$

٣ $س^{٢} = \frac{٢٥}{٩} \times \frac{٢٥}{٩} = \frac{١٢٥}{٤}$

∴ $س = \pm\sqrt{\frac{١٢٥}{٤}}$

∴ م ح $= \{\sqrt{\frac{١٢٥}{٤}}، -\sqrt{\frac{١٢٥}{٤}}\}$

٤ $س^{٢} = -٢ \times -\frac{٨}{٥} = \frac{٤}{٥}$ ∴ $س = \sqrt{\frac{٨}{٥}}$

∴ م ح $= \{\sqrt{\frac{٨}{٥}}\}$

٥ $١٢٥ س^{٢} = ٢٧$ ∴ $س^{٢} = \frac{٢٧}{١٢٥}$

∴ $س = \sqrt{\frac{٢٧}{١٢٥}}^{٢} = \frac{٣}{٥}$

∴ م ح $= \varnothing$ (لأن : $\frac{٣}{٥} \notin ق$)

٦ $\frac{١}{٤} س^{٢} = ٦٤$ ∴ $س^{٢} = ٤ \times ٦٤ = ٢٥٦$

∴ $س = \pm\sqrt{٢٥٦} = \pm ١٦$

∴ م ح $= \varnothing$ (لأن : $١٦ \notin ق$ ، $-١٦ \notin ق$)

٧ ∵ $(س^{٢} + ٥)(س^{٢} - ٣) =$ صفر

∴ $س^{٢} + ٥ =$ صفر ∴ $س^{٢} = -٥$

∴ $س = \sqrt{-٥}$ أ، $س^{٢} - ٣ =$ صفر

∴ $س^{٢} = ٣$ ∴ $س = \pm\sqrt{٣}$

∴ م ح $= \{\sqrt{٣}، -\sqrt{٣}، \sqrt{-٥}\}$

٨ ∵ $(س + \sqrt{٧})(س^{٢} - ٦) =$ صفر

∴ $س + \sqrt{٧} =$ صفر ∴ $س = -\sqrt{٧}$

أ، $س^{٢} - ٦ =$ صفر ∴ $س^{٢} = ٦$

∴ $س = \sqrt{٦}$

∴ م ح $= \{-\sqrt{٧}، \sqrt{٦}\}$

٤

١ ∵ $(١,٤)^{٢} = ١,٩٦$ ، $(١,٥)^{٢} = ٢,٢٥$

، $(\sqrt{٢})^{٢} = ٢$

∴ $\sqrt{٢}$ ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥

٢ ∵ $(٣,٣١)^{٢} = ١٠,٩٦$ ، $(٣,٣٢)^{٢} = ١١,٠٢$

، $(\sqrt{١١})^{٢} = ١١$

∴ $\sqrt{١١}$ ينحصر بين ٣,٣١ ، ٣,٣٢

٣ ∵ $(١,٢)^{٢} = ١,٧٢٨$ ، $(١,٣)^{٢} = ٢,١٩٧$

، $(\sqrt{٢})^{٢} = ٢$

∴ $\sqrt{٢}$ ينحصر بين ١,٢ ، ١,٣

٤ ∵ $(٢,٤)^{٢} = ١٣,٨٢٤$ ، $(٢,٥)^{٢} = ١٥,٦٢٥$

، $(\sqrt{١٥})^{٢} = ١٥$

∴ $\sqrt{١٥}$ ينحصر بين ٢,٤ ، ٢,٥

٥ ∵ $(-٢,٦)^{٢} = -١٧,٥٧٦$

، $(-٢,٥)^{٢} = -١٥,٦٢٥$ ، $(\sqrt{-١٧})^{٢} = -١٧$

∴ $\sqrt{-١٧}$ ينحصر بين -٢,٦ ، -٢,٥

٦ ∵ ٢,٧ − ١ = ١,٧ ، $(١,٧)^{٢} = ٢,٨٩$

، ٢,٨ − ١ = ١,٨ ، $(١,٨)^{٢} = ٣,٢٤$

، $\sqrt{٣} + ١ - ١ = \sqrt{٣}$ ، $(\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

∴ $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

∴ $\sqrt{٣} + ١$ ينحصر بين ٢,٧ ، ٢,٨

٥

١ طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{١ - ٣}{٢} = ١$

، طول وتر المثلث $= \frac{١ + ٣}{٢} = ٢$

٢ طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{١ - ١١}{٢} = ٥$

، طول وتر المثلث $= \frac{١ + ١١}{٢} = ٦$

٣ طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{١ - ١٠}{٢} = ٤,٥$

، طول الوتر $= \frac{١ + ١٠}{٢} = ٥,٥$

٤ طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{١ - ٥}{٢} = ٢$

، طول الوتر $= \frac{١ + ٥}{٢} = ٣$

٥ طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{١ - ٧}{٢} = ٣$

، طول الوتر $= \frac{١ + ٧}{٢} = ٤$

١١

طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{١ - ٢}{٢} = ٠,٥$

، طول الوتر $= \frac{١ + ٢}{٢} = ١,٥$

١٢

موقع التفوق
ALTFWOK.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات تمارين ٣

١

العدد	عدد طبيعي	عدد صحيح	عدد نسبي	عدد غير نسبي	عدد حقيقي
٥-	✗	✓	✓	✗	✓
$\sqrt{٢}$	✗	✗	✗	✓	✓
$١\frac{١}{٢}$	✗	✗	✓	✗	✓
$\sqrt{٩}$	✗	✗	✗	✓	✓
$\|-٢\|$	✓	✓	✓	✗	✓
$-\sqrt{٤}$	✗	✓	✓	✗	✓
$\frac{٥}{٢}$	✗	✗	✓	✗	✓
٠,٣	✗	✗	✓	✗	✓
$-\sqrt{-١}$	✗	✗	✗	✗	✗

٢ ١ موجبة ٢ سالبة ٣ موجبة
٤ موجبة ٥ سالبة ٦ موجبة

٣ ١ < ٢ < ٣ >
٤ > ٥ < ٦ =
٧ > ٨ < ٩ >

٤ ١ (أ) ٢ (د) ٣ (ب) ٤ (أ)
٥ (د) ٦ (جـ) ٧ (أ) ٨ (ب)
٩ (ب) ١٠ (أ) ١١ (د) ١٢ (أ)
١٣ (جـ) ١٤ (د)

٥

١ الترتيب التصاعدي هو :
$-\sqrt{٢١}$ ، $-\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{١٥}$

٦

محور ضلع المربع = $\sqrt{٢}$ سم
∴ مربع طول القطر = $(\sqrt{٢})^٢ + (\sqrt{٢})^٢$
= ٢ + ٢ = ٤
∴ طول القطر = $\sqrt{٤}$ = ٢ سم

٧

∵ طول الشجرة = ٣ م
∴ ٢ ب + ب جـ = ٣ م
∴ طول الجزء الثابت فوق الأرض من الشجرة = ١ م
∴ ب جـ = ٣ − ١ = ٢ م
∵ ق(∠ أ) = ٩٠°
∴ (أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ − (ب جـ)^٢ = ٥ − ١ = ٤
∴ أ جـ = $\sqrt{٤}$ = ٢ م
∴ المسافة بين قاعدة الشجرة ونقطة تلاقي قمتها مع الأرض = $\sqrt{٤}$ = ٢ م

٨

• نعتبر على خط الأعداد النقطة التي تمثل العدد $\sqrt{٢}$ ، ثم نكبر ما بالشكل التالي

• نجد أن النقطة التي تمثل $\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$ تقع بين النقطة التي تمثل العدد ٣ والنقطة التي تمثل العدد ٤
أي أن $\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$ ينحصر بين ٣ ، ٤

٤

١ ∵ ٠,٩ = $\sqrt{٠,٨١}$ ، ٠,٣٦ = $\sqrt{٠,١٢٩٦}$ ، $-\sqrt{١}$ = −١ = $-\sqrt{١}$
∴ الترتيب التصاعدي هو :
$-\sqrt{٤٥}$ ، $-\sqrt{١}$ ، ٠,٣٦ ، ٠,٩ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٢٧}$
أي : $-\sqrt{٤٥}$ ، $-\sqrt{١}$ ، ٠,٣٦ ، ٠,٩ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٢٧}$

٥

١ ∵ $\sqrt{٦٤}$ = ٨
∴ الترتيب التنازلي هو :
$\sqrt{٧٠}$ ، $\sqrt{٦٤}$ ، ٦٢ ، $-\sqrt{٥٠}$
أي : $\sqrt{٧٠}$ ، ٨ ، ٦٢ ، $-\sqrt{٥٠}$
٢ ∵ $\sqrt{٨١}$ = ٩
∴ الترتيب التنازلي هو :
$\sqrt{١٠١}$ ، $\sqrt{٨١}$ ، ٦ ، $-\sqrt{٧}$ ، $-\sqrt{١٠}$ ، $-\sqrt{٥٠}$
أي : $\sqrt{١٠١}$ ، ٩ ، ٦ ، $-\sqrt{٧}$ ، $-\sqrt{١٠}$ ، $-\sqrt{٥٠}$

٦

∵ ٢^٢ = ٤ ∴ ٤ > ٣ > ٢ > $\frac{٣}{٢}$ > ٠
∴ ٢ > $\sqrt{٣}$ > $\sqrt{٢}$ > $\frac{٣}{٢}$ > ٠
∴ الأعداد غير النسبية هي : $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$
«توجد إجابات أخرى»

٧ الأعداد غير النسبية هي : $-\sqrt{٥}$ ، $-\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٢}$
«توجد إجابات أخرى»

٨

∵ (١٥)^٢ = ٢٢٥ ، (١٧)^٢ = ٢٨٩
وباختيار أربعة أعداد صحيحة تنحصر بين ٢٢٥ ، ٢٨٩
(ما عدا ٢٥٦ لأن $\sqrt{٢٥٦}$ = ١٦ ∉ ص)
∴ ٢٢٥ < ٢٢٥ < ٢٤٥ < ٢٥٥ < ٢٦٥ < ٢٨٩
∴ ١٥ < $\sqrt{٢٢٥}$ < $\sqrt{٢٤٥}$ < $\sqrt{٢٥٥}$ < $\sqrt{٢٦٥}$ < ١٧
∴ الأعداد غير النسبية الأربعة هي :
$\sqrt{٢٢٥}$ ، $\sqrt{٢٤٥}$ ، $\sqrt{٢٥٥}$ ، $\sqrt{٢٦٥}$
«توجد إجابات أخرى»

٩ باستخدام الآلة الحاسبة :
$\sqrt{٣}$ ≈ ١,٧٣ (لأقرب جزء من مائة)
∴ ١,٧ < $\sqrt{٣}$ < ١,٨
لتمثيل $\sqrt{٣}$ ∴ طول الوتر = $\frac{١+٣}{٢}$ = ٢
• طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{١-٣}{٢}$ = ١

١٠

١ س^٢ = ٦ ∴ س = ± $\sqrt{٦}$ ≈ ± ٢,٤٥
٢ س^٢ = $\frac{٤}{٩}$ × ٢٤ = $\frac{٣٢}{٣}$
∴ س = ± $\sqrt{\frac{٣٢}{٣}}$ ≈ ± ٥,٦٦
٣ $\frac{١}{٢}$ س^٢ = ٥ ∴ س^٢ = ٢ × ٥ = ١٠
∴ س = ± $\sqrt{١٠}$ ∴ س ≈ ± ٣,١٦
٤ ٥ س^٢ = −١ ∴ س^٢ = $\frac{-١}{٥}$
∴ س = $\sqrt{\frac{-١}{٥}}$ ≈ −٠,٤٨
٥ $\frac{٣}{٤}$ س^٢ = −١٢
∴ س^٢ = −١٢ × $\frac{٤}{٣}$ = $\frac{-٤٨}{٣}$ (ليس لها حل في ص)
٦ $\frac{٢}{س^٢}$ = ١٦ ∴ س^٢ = $\frac{١}{٨}$
∴ س = $\sqrt{\frac{١}{٨}}$ = $\frac{١}{٢}$
٧ ∵ (س^٢ − ٩) (س^٢ − ٥) = ٠
∴ س^٢ − ٩ = ٠ ∴ س^٢ = ٩
∴ س = ± $\sqrt{٩}$ = ± ٣
أ، س^٢ − ٥ = ٠ ∴ س^٢ = ٥
∴ س = $\sqrt{٥}$ ≈ ٢,٢٦

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨ ∵ $(٢س^{٢} - ٥)(س^{٢} + ١) = ٠$

∴ $٢س^{٢} - ٥ = ٠$ ∴ $٢س^{٢} = ٥$

∴ $س^{٢} = \frac{٥}{٢}$

∴ $س = \sqrt{\frac{٥}{٢}} = ١,٣٦$ أو $س^{٢} + ١ = ٠$

∴ $س^{٢} = -١$ (ليس لها حل في ح)

٩ طول الضلع $= \sqrt{٧}$ سم ، $\sqrt{٧} \notin$ ن

، طول القطر $= \sqrt{(\sqrt{٧})^{٢} + (\sqrt{٧})^{٢}}$

$= \sqrt{٧ + ٧} = \sqrt{١٤}$ سم

، $\sqrt{١٤} \notin$ ن

١٠ طول الحرف $= \frac{٦}{٥} = ١,٢$ سم ، $\frac{٦}{٥} \in$ ن

١١ ∵ المساحة الكلية للمكعب $= ٦ل^{٢}$

∴ $١٣,٥ = ٦ل^{٢}$ ∴ $ل^{٢} = \frac{١٣,٥}{٦}$

∴ $ل = \sqrt{\frac{١٣,٥}{٦}} = ١,٥$ سم ، $\frac{٣}{٢} \in$ ن

١٢ طول القطر $= \sqrt{٦^{٢} + ٦^{٢}} = \sqrt{٧٢}$ سم

١٣ طول الضلع $= \sqrt{٣٢}$ سم

، طول القطر $= \sqrt{(\sqrt{٣٢})^{٢} + (\sqrt{٣٢})^{٢}}$

$= \sqrt{٣٢ + ٣٢} = \sqrt{٦٤} = ٨$ سم

١٤ طول الوتر $= \sqrt{٥^{٢} + ٥^{٢}} = \sqrt{٥٠}$ سم

١٥ طول قطر المستطيل $= \sqrt{(٥)^{٢} + (٧)^{٢}} = \sqrt{٧٤}$ سم

∵ مساحة المربع = مساحة المستطيل

$= ٧ \times ٥ = ٣٥$ سم^{٢}

∴ طول ضلع المربع $= \sqrt{٧ \times ٥} = \sqrt{٣٥}$ سم

، طول قطر المربع $= \sqrt{٣٥ + ٣٥} = \sqrt{٧٠}$ سم

١٦ بتكعيب الطرفين ثم تربيعهما نجد أن :

$(\sqrt[٣]{٣})^{٦} = ٣^{٢} = ٩$

، $(\sqrt[٣]{٢})^{٦} = ٢^{٣} \times (\sqrt[٣]{٢})^{٦} = ٨$

، ∵ $٨ < ٩$ ∴ $\sqrt[٣]{٢} < \sqrt[٣]{٣}$

١٧ نفرض أن العدد الآخر = س ∴ $س^{٢} + ٢^{٢} = ٧^{٢}$

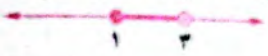
∴ $س^{٢} = ٧ - ٤ = ٣$ ∴ $س = \pm \sqrt{٣}$

∴ العدد الآخر هو $\sqrt{٣}$ أو $-\sqrt{٣}$

إجابات تمارين ٤

١

٢ {س : ١ ≤ س < ٣ ، س ∈ ح}



٣]٠ ، ٣[



٤]-٢ ، ٣[، {س : -٢ < س < ٣ ، س ∈ ح}

٥ {س : س ≥ ١ ، س ∈ ح}

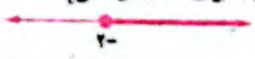


٦]٠ ، ∞[، {س : س > ٠ ، س ∈ ح}

٧]-∞ ، ٤[



٨ {س : س ≤ -٢ ، س ∈ ح}



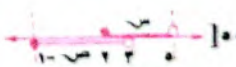
٢ ١ (ب) ٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د)

٣ ١ ∈ ٢ ∉ ٣ ∈ ٤ ∈ ٥ ∈

٦ ∈ ٧ ∈ ٨ ∉ ٩ ∉ ١٠ ∉

٤

١]٠ ، ١٠[



٢]٠ ، ٢[



٣]٠ ، ٥[



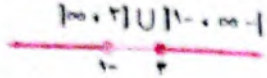
٤]-٢ ، ١٠[



٥]-∞ ، ٤[∪]٢ ، ∞[



٦]-∞ ، ١٠-[∪]٢ ، ∞[



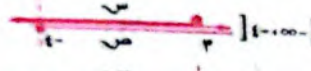
٥

١ ح

٢]-٤ ، ٣[



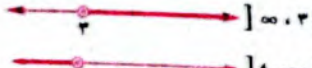
٣]-∞ ، ٤-[



٤]٣ ، ∞[



٥]٣ ، ∞[



٦]-∞ ، ٤-[



٦ أستعن بخط الأعداد للحصول على النتائج الآتية :

١]-١ ، ∞[٢]٣ ، ٤[

٣]-١ ، ٣[٤]-١ ، ٤[- {٣}

٥ {٣ ، ٤} ٦]٤ ، ∞[

٧]-∞ ، -١[∪]٤ ، ∞[٨]-∞ ، ٣[

٧ استعن بخط الأعداد للحصول على النتائج الآتية :

١]٢ ، ٤] ٢]-١ ، ٥] ٣]٠ ، ١[

٤]-٢ ، ٣[٥]٣ ، ٦] ٦]-١ ، ٢[

٧]-٣ ، ٢[- {٠} ٨ ∅

٩ ∅ ١٠]-٢ ، ١[∪]٢ ، ٤]

١١ ∅ ١٢ {-١ ، ٥}

٨ استعن بخط الأعداد للحصول على النتائج الآتية :

١]-٢ ، ∞[٢]٢ ، ٣[٣]-٤ ، ٣]

٤ ح ٥]-∞ ، ١٠-[

٦]-∞ ، ٣-[٧]-٣ ، ٢[٨ ح -]-٢ ، ٣[

٩

١]٢ ، ٧[٢]-٣ ، ٢[٣]-٢ ، ٣]

٤]٣ ، ٤] ٥]٢ ، ٥[٦]٣ ، ٤]

٧]٢ ، ٧[٨ {٤} ٩]٣ ، ٤]

١٠]-١ ، ٠[

١٠

١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ)

٤ (ب) ٥ (ب) ٦ (د)

١١

١]-٣ ، ٣[٢ ح ٣]-∞ ، ١٠-[

٤]-∞ ، ٣-[٥]-٢ ، ٠] ٦]٠ ، ٢[

٧ {١ ، ٢} ٨ {٠ ، ١٠-}

٩ {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ١٠]-٥ ، ٠[

١١]-٣ ، ٠[

١٢

١]-٣ ، ١[٢ ح -]-٣ ، ١[

٣]-٣ ، ١[٤ ح -]-٣ ، ١[

٥]-٣ ، ٣[- {١}

١٣ بفرض أن : س تمثل درجات الحرارة اللازمة لحفظ النوع الأول ، ص تمثل درجات الحرارة اللازمة لحفظ النوع الثاني.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ س = [-٣ ، ٤] ، ص = [٢ ، ١٠]

∴ درجات الحرارة التى تصلح لحفظ النوعين معًا فى نفس المكان = س ∩ ص = [٢ ، ٤]

١٠ ١ (د) ٢ (ج) ٣ (ج) ٤ (ج) ٥ (ب)
٦ (د) ٧ (ج) ٨ (ج) ٩ (ج)

١١
∵ س ⊂ ص
∴ س = س ∩ ص = [٤ ، ٧]
، ص = س ∪ ص = [٢ ، ٧]
∴ ص - س = [٢ ، ٤[

إجابات تمارين ٥

١
١ ٣√٢ ٢ صفر
٣ -٧√٢ ٤ ٥√٦

٢
١ ٥√٣ ٢ ١ - ٣√٣
٣ ٨√٧ - ٢√٣ ٤ ٢√٧ - ٢√٣
٥ ٢√٣
٦ ٨ × ½ √٢ + ٣√٢ - ٤ - ٥√٣
= ٤ + ٣√٢ - ٤ - ٥√٣ = -٣√٣

٣
١ ٣ ٢ -٣٠ ٣ ٦√٣
٤ ١ ٥ ١٥√٣
٦ ٣√٢ × √٥٠/√٢ × √٧/√٧ = ١

٤
١ ٢√٣ + ٢√٥ ٢ ٣√٢ + ٥√٢
٣ ٧√٢ + ٢√٧ ٤ ٣√٢ + ٥√٣
٥ ١٠ + ٥√٦ - ٦√٢

٥
٦ ٢√٣ - ٧√٢ + ٣√٢ = -٥√٢ + ٣√٧
٧ -٢٤ - ٦√٣ + ٦√٣ = -٢٤
٨ ٣√٢ - ٥√٥ - ٢√٢ = ٥√٢ - ٧√٥

٦
١ (٣√٢)² - (١)² = ٢ - ١ = ١
٢ (٤)² - (٣√٢)² = ١٦ - ١٨ = -٢
٣ (٥√٥)² - ٢ × ١ × ٥√٥ + (-١)²
= ٥ - ٢√٥ + ١ = ٦ - ٢√٥
٤ (٢√٣)² + ٢ × ٤ × ٢√٣ + (٤)²
= ١٢ + ١٦ + ٣√١٦ = ٢٨ + ١٦√٣
٥ ٣√٣ + ٢ - ٣√٣ + ١
٦ (٥)² - ٢ × ٥ × ٣√٣ + (-٣√٣)² - ٢٨
= ٢٥ - ١٠√٣ + ٣ - ٢٨ = -١٠√٣

٧
١ ٣/√٣ × √٣/√٣ = ٣√٣/٣ = ٣
٢ ١٠/√٥ × √٥/√٥ = ٥√١٠/٥ = ٢√٥
٣ -٦/√٣ × √٣/√٣ = -٣√٦/٣ = -٢√٣
٤ ٨/√٦ × √٦/√٦ = ٦√٨/٦ = ٦√٤/٣
٥ ٢/٣√٢ × √٢/√٢ = ٢√٢/٦ = √٢/٣
٦ ٦/٢√٣ × √٣/√٣ = ٣√٦/٦ = √٣
٧ ٢٥/١٠√٢ × √١٠/√١٠ = ١٠√٢٥/٢٠ = ١٠√٥/٤
٨ ٣ + √٢/٢ × √٢/√٢ = ٣√٢ + ٢/٢
٩ ١٥ - √٥/٥√٢ × √٥/√٥ = ١٥√٥ - ٥/١٠ = ٣√٥ - ١/٢

٧ ١ (ج) ٢ (د) ٣ (ب) ٤ (ج)
٥ (أ) ٦ (د) ٧ (ج) ٨ (ب)
٩ (د) ١٠ (ب) ١١ (د) ١٢ (ج)

٨
١ ١ ، صفر ٢ √٢ - ١ ٣ ٥√٣ ٤ ١
٥ ٢ ، √٣ ٦ ٢/٣ ٧ ٤√٣
٨ ٣ + ٢√٣ ٩ ± ٥√٣ ١٠ ٨√٣
١١ ٦٠ سم² ١٢ المعكوس الجمعى ١٣ ج

٩
١ √٥ - ٢ + √٥ + ٢ = ٢√٥
٢ √٥ - ٢ - √٥ - ٢ = -٤
٣ (√٥ - ٢)(√٥ + ٢) = ٥ - ٤ = ١
٤ (√٥ - ٢)² - (√٥ + ٢)²
= ٥ - ٤√٥ + ٤ - (٥ + ٤√٥ + ٤) = -٨√٥
٥ س² + ٢ س ص + ص² = (س + ص)²
= (٢√٥)² = ٢٠
٦ س² - ٢ س ص + ص² = (س - ص)²
= (-٤)² = ١٦

١٠
∵ س = √(√٣ × √٣ × √٣)³ = √٣
∴ (س + √٣)² (√٣ + √٣)² = (٢√٣)² = ٨

١١
∵ أ = ٢√٢ + ٢ ، ب = ٢√٢ - ٢
∴ أ × ب = (٢√٢ + ٢)(٢√٢ - ٢)
= (٢√٢)² - (٢)² = ٨ - ٤ = ٤
، أ - ب = (٢√٢ + ٢) - (٢√٢ - ٢)
= ٢√٢ + ٢ - ٢√٢ + ٢ = ٤
∴ أ × ب = أ - ب

١٢
المحيط = ٢ (٦ + ٥√٢ + ٦ - ٥√٢)
= ٢ × ١٢ = ٢٤ سم
، المساحة = (٦ + ٥√٢)(٦ - ٥√٢)
= ٣٦ - ٥ = ٣١ سم²

١٣
المقدار = أ (أ - ب)² + ب (ب - أ)²
= أ (أ - ب)² - ب (أ - ب)²
= (أ - ب)² (أ - ب)
= (أ - ب)³ = (٢√٣)³ = ١٤٤

١٤
(√٣ - ١) × (١ + √٣)/٤ = ١ ∴ (أ - ١)/٤ = ١
∴ أ - ١ = ٤ ∴ أ = ٥

ALtFwoK.Com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٦

$س = \sqrt{٢}$ ، $ص = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ، $ع = \frac{\sqrt{٢}}{٤}$

$\therefore س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٤ ع^{٢}$

$= (\sqrt{٢})^{٢} + ٢ (\frac{\sqrt{٢}}{٢})^{٢} + ٤ (\frac{\sqrt{٢}}{٤})^{٢}$

$= ٢ + ٢ \times \frac{١}{٤} + ٤ \times \frac{١}{١٦} = ٣\frac{١}{٢}$

١٧

$\frac{١}{٢} (٢ ص) = ١ - \sqrt{٢}$ $\quad \therefore ص = ١ - \sqrt{٢}$

$\therefore س = -١ + \sqrt{٢}$

$\therefore س ص - ٢ \sqrt{٢}$

$= (-١ + \sqrt{٢})(١ - \sqrt{٢}) - ٢ \sqrt{٢}$

$= -١ + \sqrt{٢} + \sqrt{٢} - ٢ - ٢ \sqrt{٢} = -٣$

إجابات تمارين ٦

١

١) $٢ \sqrt{٤ \times ٣} = ٢ \sqrt{٣}$ $\quad$ ٢) $\sqrt{٤ \times ٧} = ٢ \sqrt{٧}$

٣) $٢ \sqrt{٣٦ \times ٢} = ٢ \times ٦ \sqrt{٢} = ١٢ \sqrt{٢}$

٤) $\frac{٢}{٥} \sqrt{١٠٠ \times ١٠} = \frac{٢}{٥} \times ١٠ \sqrt{١٠} = ٤ \sqrt{١٠}$

٥) $\sqrt{٤ \times \frac{١}{٢}} = \sqrt{٢}$ $\quad$ ٦) $٢ \sqrt{\frac{٢}{٢} \times ٩} = ٢ \sqrt{٩} = ٦$

٢

١) $٥ \sqrt{٢} + ٢ \sqrt{٢} = ٧ \sqrt{٢}$

٢) $٢ \sqrt{٥٠} - ٣ \sqrt{٥٠} = -\sqrt{٥٠}$

٣) $٣ \sqrt{٢} + ٢ \sqrt{٢} - ٣ \sqrt{٢} = ٢ \sqrt{٢}$

٤) $٧ \sqrt{٢} - ٨ \sqrt{٢} - ٣ \sqrt{٢} + ٤ \sqrt{٢} =$ صفر

٥) $٢ \times ٣ \sqrt{٢} + ٥ \sqrt{٢} + \frac{١}{٢} \times ٩ \sqrt{٢}$

$= ٦ \sqrt{٢} + ٥ \sqrt{٢} + ٣ \sqrt{٢} = ١٤ \sqrt{٢}$

٦) $٧ \sqrt{٢} + ٥ \sqrt{٢} - \frac{١}{٢} \times ١٠ \sqrt{٢} - ٣ \sqrt{٢}$

$= ٧ \sqrt{٢} + ٥ \sqrt{٢} - ٥ \sqrt{٢} - ٣ \sqrt{٢} = ٦ \sqrt{٢}$

٧) $٣ \sqrt{٢} + ٥ \times ٢ \sqrt{٢} - ١٠ \sqrt{٢} = ١٥ \sqrt{٢} - ٧ \sqrt{٢}$

٣

١) $٢ \sqrt{٥} + ٤ \times ٢ \sqrt{٥} - \sqrt{\frac{١}{٥} \times ٢٥}$

$= ٢ \sqrt{٥} + ٨ \sqrt{٥} - ٥ \sqrt{٥} = ٩ \sqrt{٥}$

٢) $٤ \sqrt{٢} - ٦ \sqrt{٢} + ٣ \sqrt{٢} + \sqrt{٤ \times \frac{١}{٢}}$

$= ٤ \sqrt{٢} - ٦ \sqrt{٢} + ٣ \sqrt{٢} = \sqrt{٢}$

٣) $٢ \sqrt{٥} + ٢ \sqrt{٩ \times \frac{١}{٢}} - ٢ \sqrt{٢٥ \times \frac{١}{٥}}$

$= ٢ \sqrt{٥} + ٢ \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٣} - \sqrt{٥} = \sqrt{٥}$

٤) $\sqrt{٣} + \frac{٣}{\sqrt{٣}} \times \frac{٣}{\sqrt{٣}} - \sqrt{١٢}$

$= \sqrt{٣} + \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٣} =$ صفر

٥) $٢ \sqrt{\frac{١٢}{٦}} - ٢ \sqrt{٣} = ٢ \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٣} = ٢ \sqrt{٢}$

٦) $٥ + ٢ \sqrt{٣} - \frac{٦}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$

$= ٥ + ٣ \sqrt{٢} - ٣ \sqrt{٢} = ٥$

٤

١) $١٠ \sqrt{٦}$ $\quad$ ٢) $٦ \sqrt{٣٦} = ٦ \times ٦ = ٣٦$

٣) $٢ \sqrt{٥٠} = ٢ \times ٥ \sqrt{٢} = ١٠ \sqrt{٢}$

٤) $\sqrt{\frac{٢}{٧} \times \frac{٧}{٢}} = \sqrt{١} = ١$ $\quad$ ٥) $٣ \times \sqrt{\frac{١٥}{٥}} = ٣ \sqrt{٣}$

٦) $١٢ \times \sqrt{\frac{٢}{٣} \times ٥٤} = ١٢ \sqrt{٣٦} = ٧٢$

٥

١) $١٨ \sqrt{٢} - ١٢ \sqrt{٢} = ٣ \sqrt{٢} - ٢ \sqrt{٢}$

٢) $٢٠ + ٥ \sqrt{٢٤} = ٢٠ + ٥ \times ٢ \sqrt{٦}$

$= ٢٠ + ١٠ \sqrt{٦}$

٣

٣) $(٢ \sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢} = ٤٥ - ٧ = ٣٨$

٤) $(\sqrt{٣})^{٢} - ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} + (-\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٣ - ٢ \sqrt{٦} + ٢ = ٥ - ٢ \sqrt{٦}$

٥) $(\sqrt{٣})^{٢} + ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٥} + (\sqrt{٥})^{٢} - ٢ \sqrt{١٥}$

$= ٣ + ٢ \sqrt{١٥} + ٥ - ٢ \sqrt{١٥} = ٨$

٦) $٢ \sqrt{٣} - \frac{١٢}{\sqrt{٦}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٦}} + ٢ \sqrt{٦} - ٣ \sqrt{٢}$

$= ٣ \sqrt{٢} - ٢ \sqrt{٦} + ٢ \sqrt{٦} - ٣ \sqrt{٢} =$ صفر

٦

١) $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{\sqrt{٦}}{٢}$

٢) $\frac{٥}{٣} \sqrt{\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٣} = \frac{\sqrt{١٥}}{٣}$

٣) $\frac{٥ \sqrt{٣}}{٥} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{٥ \sqrt{١٥}}{٥} = \sqrt{١٥}$

٤) $\frac{٤ \sqrt{٣} - \sqrt{٣}}{٢ \sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{١٢ - \sqrt{٦}}{٦}$

٧

١) (أ) $\quad$ ٢) (ب) $\quad$ ٣) (جـ) $\quad$ ٤) (أ)

٥) (ب) $\quad$ ٦) (جـ) $\quad$ ٧) (أ) $\quad$ ٨) (أ)

٩) (جـ) $\quad$ ١٠) (ب)

٨

١) $\frac{١}{٢}$ $\quad$ ٢) $\sqrt{٣}$ $\quad$ ٣) $\sqrt{٣}$

٤) $\frac{٣}{٢}$ $\quad$ ٥) -٢ $\quad$ ٦) $\sqrt{١٢٥}$

٧) $\pm \frac{٢ \sqrt{٣}}{٣}$ $\quad$ ٨) ٢٠ ، صفر

٩

١) $س + ص = ٣ + ٥ \sqrt{٢} + ١ - ٥ \sqrt{٢} = ٤$

، $س \times ص = (٣ + ٥ \sqrt{٢})(١ - ٥ \sqrt{٢})$

$= ٣ - ٢ \sqrt{٥} - ٥ = -٢ - ٢ \sqrt{٥}$

٢) $س + ص = ٣ \sqrt{٢} - ٢ \sqrt{٣} + ٣ \sqrt{٣} + ٢ \sqrt{٢} = ٢ \sqrt{٣}$

، $س \times ص = (٣ \sqrt{٢} - ٢ \sqrt{٣})(٣ \sqrt{٣} + ٢ \sqrt{٢})$

$= ١$

٣) $س + ص = ٥ - ٣ \sqrt{٢} + ٥ - ٢ \sqrt{٢}$

$= ١٠ - ٦ \sqrt{٢}$

، $س \times ص = (٥ - ٣ \sqrt{٢})(٥ - ٢ \sqrt{٢})$

$= ٢٥ - ١٠ \sqrt{٢} + ١٠ \sqrt{٢} - ٤٣$

١٠

$\because س = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٦}}{٣}$

، $ص = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٦}}{٣}$

$\therefore ٦ (س + ص) = ٦ (\frac{\sqrt{٦}}{٣} + \frac{\sqrt{٦}}{٣})$

$= ٦ \times \frac{\sqrt{٦}}{٣} + ٦ \times \frac{\sqrt{٦}}{٣}$

$= ٢ \sqrt{٦} + ٣ \sqrt{٦} = ٥ \sqrt{٦}$

١١

$\because س = \frac{١٠}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{١٠ \sqrt{٥}}{٥} = ٢ \sqrt{٥}$

، $ص = ٣ \sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ ، $ع = ٢ \sqrt{٣} + \sqrt{٥}$

$\therefore (س - ص + ع)^{٢}$

$= (٢ \sqrt{٥} - ٣ \sqrt{٥} - \sqrt{٣} + ٢ \sqrt{٣} + \sqrt{٥})^{٢}$

$= (\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

١٢

نعلم أن : $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

$\therefore س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

$= (٢ \sqrt{٥} + \sqrt{٣} + ٢ \sqrt{٥} - \sqrt{٣})^{٢}$

$= (٤ \sqrt{٥})^{٢} = ١٦ \times ٥ = ٨٠$

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٢

$\because$ س $= \sqrt{٣} + \frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{٣} = \sqrt{٣} + \sqrt{٣}$

، ص $= \frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{٣} - \sqrt{٣} = \sqrt{٣} - \sqrt{٣}$

$\therefore$ س^{٢} ص^{٢} $= (\text{س ص})^{٢}$

$= ((\sqrt{٣} + \sqrt{٣})(\sqrt{٣} - \sqrt{٣}))^{٢}$

$= (٧ - ٣)^{٢} = ٤^{٢} = ١٦$

١٣

٣ س + ص $= ٣$ س $+ ٢$ ص $= ٦ + \sqrt{٣}$

$= \frac{٦}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٦\sqrt{٣}}{٣} = ٢\sqrt{٣}$

١٤

[١] $\frac{٥}{٨}$

[٢] $\frac{٢\sqrt{٣} \times (\sqrt{٣})^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٣}}{(\sqrt{٣})^{٤}}$

$= ٢ \times (\sqrt{٣})^{-٢} = \frac{٢}{(\sqrt{٣})^{٢}} = ١$

إجابات تمارين ٧

١

[١] $\sqrt{٣} - \sqrt{٣}$ [٢] $٥ + ٢\sqrt{٣}$

[٣] $\because \sqrt{٣} + \frac{٢}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٣} + \sqrt{٣}$

$\therefore$ المرافق هو : $\sqrt{٣} - \sqrt{٣}$

٢

[١] $\frac{(\sqrt{٣} + \sqrt{٣})٥}{٧ - ٢} = \frac{٥}{\sqrt{٣} - \sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٣} + \sqrt{٣}}$

$= \sqrt{٣} + \sqrt{٣}$

[٢] $\frac{(\sqrt{٣} + ٢)\sqrt{٣}}{٤ - ٢} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣} - ٢} \times \frac{\sqrt{٣} + ٢}{\sqrt{٣} + ٢}$

$= ٢ + ٣\sqrt{٣}$

[٣] $\frac{١٦ + ٦\sqrt{٧}}{٩ - ٧} = \frac{٣ + \sqrt{٧}}{٣ - \sqrt{٧}} \times \frac{٣ + \sqrt{٧}}{٣ + \sqrt{٧}}$

$= -٨ - ٣\sqrt{٧}$

٣

$\because$ س $= \frac{٢}{٥\sqrt{٣} - \sqrt{٧}} \times \frac{٥\sqrt{٣} + \sqrt{٧}}{٥\sqrt{٣} + \sqrt{٧}} = \frac{٢(٥\sqrt{٣} + \sqrt{٧})}{٧٥ - ٧}$

$= \frac{٥\sqrt{٣} + \sqrt{٧}}{٥}$

$\therefore (\text{س} + \text{ص})^{٢} = (\frac{٥\sqrt{٣} + \sqrt{٧}}{٥} + \sqrt{٧} + ٥\sqrt{٣} - \sqrt{٧})^{٢}$

$= (٢\sqrt{٣})^{٢} = ٢٨$

٤

س^{٢} ص^{٢} $= (\text{س ص})^{٢}$

$= (\frac{٤}{٣\sqrt{٣} - \sqrt{٧}} \times \frac{٤}{٣\sqrt{٣} + \sqrt{٧}})^{٢}$

$= (\frac{١٦}{٣٠ - ٧})^{٢} = (٤)^{٢} = ١٦$

٥

الطرف الأيمن $= \frac{٤}{\text{س}} + ٢$ س

$= \frac{٤}{٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣}} + ٢(٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣})$

$= \frac{٤(٣\sqrt{٥} - ٥\sqrt{٣})}{(٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣})(٣\sqrt{٥} - ٥\sqrt{٣})}$

$+ ٢(٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣})$

$= \frac{٤(٣\sqrt{٥} - ٥\sqrt{٣})}{٢} + ٢(٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣})$

$= ٢(٣\sqrt{٥} - ٥\sqrt{٣}) + ٢(٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٣})$

$= ٦\sqrt{٥} - ١٠\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٥} + ١٠\sqrt{٣}$

$= ١٢\sqrt{٥}$ = الطرف الأيسر

٦

$\because$ ب $= \frac{١}{٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢}} \times \frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢}} = \frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢}}{٢٠ - ١٨}$

$= ٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢}$

ونعلم أن : $(١ - \text{ب})(١ + \text{ب}) = ١^{٢} - \text{ب}^{٢}$

$\therefore (٢\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢})(٢\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢})$

$= ٢\sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٣} = ٤ \times ٦ = ٢٤$

٧

$\because$ ص $= \frac{٢}{٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢}} \times \frac{٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}{٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢}} = \frac{٢(٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢})}{٢٠ - ٥}$

$= ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢}$

$\therefore$ س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} $= (\text{س} + \text{ص})^{٢}$

$= (٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢} + ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢})^{٢} = (٤\sqrt{٥})^{٢} = ٨٠$

٨

$\because$ ص $= \frac{٢}{٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢}} \times \frac{٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}{٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢}} = \frac{٢(٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢})}{٢٠ - ٥}$

$= ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢}$

، س $= ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$ $\therefore$ س ، ص مترافقان

، س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} $= (\text{س} - \text{ص})^{٢}$

$= (٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢} - ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢})^{٢} = (-٢\sqrt{٢})^{٢} = ٨$

٩

$\because$ س $= ٣ + ٢\sqrt{٥}$

، ص $= \frac{٤}{٢ + ٢\sqrt{٥}} \times \frac{٣ - ٢\sqrt{٥}}{٣ - ٢\sqrt{٥}} = \frac{٤(٣ - ٢\sqrt{٥})}{٩ - ٢٠}$

$= ٣ - ٢\sqrt{٥}$

$\therefore$ س ، ص مترافقان

[١] س ص $= (٣ + ٢\sqrt{٥})(٣ - ٢\sqrt{٥}) = ٩ - ٢٠ = ٤$

[٢] س^{٢} + ص^{٢} $= (\text{س} + \text{ص})^{٢} - ٢$ س ص

$= (٣ + ٢\sqrt{٥} + ٣ - ٢\sqrt{٥})^{٢} - ٢ \times ٤$

$= ٣٦ - ٨ = ٢٨$

١٠

$\because$ س $= \frac{٢}{٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}} \times \frac{٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣}}{٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣}} = \frac{٢(٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣})}{٣٠ - ٢٤}$

$= \frac{٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣}}{٣}$

، ص $= \frac{٢}{٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣}} \times \frac{٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}}{٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}} = \frac{٢(٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣})}{٣٠ - ٢٤}$

$= \frac{٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}}{٣}$

$\therefore$ س^{٢} − س ص + ص^{٢} $= (\text{س} - \text{ص})^{٢}$ − س ص

$= (\frac{٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢}}{٣} - \frac{٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}}{٣})^{٢} + (\frac{٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢}}{٣})(\frac{٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}}{٣})$

$= (\frac{٥\sqrt{٣}}{٣})^{٢} + ٢ = ٢٥ + ٢ = ٢٧$

١١

$\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س ص} - ١} = \frac{٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}}{(٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣})(٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٣}) - ١}$

$= \frac{٥\sqrt{٢}}{٢} = \frac{٥\sqrt{٢}}{٢}$

١٢

$\because$ س $= \frac{٤}{٣\sqrt{٢} - ٧} \times \frac{٣\sqrt{٢} + ٧}{٣\sqrt{٢} + ٧} = \frac{٤(٣\sqrt{٢} + ٧)}{١٨ - ٤٩}$

$= ٣\sqrt{٢} + ٧$

، ب $= \frac{٤}{٣\sqrt{٢} + ٧} \times \frac{٣\sqrt{٢} - ٧}{٣\sqrt{٢} - ٧} = \frac{٤(٣\sqrt{٢} - ٧)}{١٨ - ٤٩}$

$= ٣\sqrt{٢} - ٧$

$\therefore \frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا ب}} = \frac{٣\sqrt{٢} + ٧ - ٣\sqrt{٢} + ٧}{(٣\sqrt{٢} + ٧)(٣\sqrt{٢} - ٧)}$

$= \frac{١٤}{٢} = \frac{٣٤}{٢}$

١٣

$\because$ س $= ٢ - ٣\sqrt{٢}$

، ص $= \frac{٥}{٢ - ٣\sqrt{٢}} \times \frac{٢ + ٣\sqrt{٢}}{٢ + ٣\sqrt{٢}}$

$= \frac{٥(٢ + ٣\sqrt{٢})}{-٨} = -٢ - ٣\sqrt{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ س ، ص مترافقان

∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{(\sqrt{٣}+\sqrt{٢})^{٢} + (\sqrt{٣}-\sqrt{٢})^{٢}}{(\sqrt{٣}+\sqrt{٢})(\sqrt{٣}-\sqrt{٢})}$

$= \frac{٤\sqrt{٣}}{٥} = \frac{٤\sqrt{٣}}{٣-٨}$

١٤

∵ س $= \frac{٥+\sqrt{١٠}}{٥} \times \frac{٥-\sqrt{١٠}}{٥-\sqrt{١٠}} = \frac{٥\sqrt{٥}+\sqrt{٥٠}}{٥}$

$= \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$

، ص $= \frac{٥\sqrt{٥}-\sqrt{٥٠}}{٥} \times \frac{\sqrt{٥}-\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}-\sqrt{٢}} = \frac{٥\sqrt{٥}-٥\sqrt{٢}-\sqrt{٥٠}+\sqrt{١٠}}{٣}$

$= \sqrt{٥} - \sqrt{٢}$

① $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = (\text{س}+\text{ص})^{٢} - ٢\,\text{س ص}$

$= (\sqrt{٥}+\sqrt{٢}+\sqrt{٥}-\sqrt{٢})^{٢}$

$- ٢(\sqrt{٥}+\sqrt{٢})(\sqrt{٥}-\sqrt{٢})$

$= (٢\sqrt{٥})^{٢} - ٢ \times (٥-٢) = ٤٠ - ٦ = ٣٤$

② س ص $= (\sqrt{٥}+\sqrt{٢})(\sqrt{٥}-\sqrt{٢}) = ٥ - ٢ = ٣$

∴ $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = ٣٤\,\text{س ص}$

١٥

∵ س $= \frac{١}{\sqrt{٣}+\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}}{٣-٢}$

$= \sqrt{٣} - \sqrt{٢}$

، ص $= \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣٦}}{٣} = ٤\sqrt{٣}$

∴ $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = (\sqrt{٣}-\sqrt{٢})^{٢} + ٤\sqrt{٣}$

$= ٥ - ٤\sqrt{٦} + ٣ + ٤\sqrt{٣} = ٧$

١٦

ص $= \sqrt{٣} - \sqrt{٢}$

، س $= \frac{\sqrt{٣}+\sqrt{٢}}{(\sqrt{٣}-\sqrt{٢})(\sqrt{٣}+\sqrt{٢})} = \sqrt{٣}+\sqrt{٢}$

∴ $(\text{س}+\text{ص})^{٢} = (\sqrt{٣}+\sqrt{٢}+\sqrt{٣}-\sqrt{٢})^{٢}$

$= (٢\sqrt{٣})^{٢} = ١٢$

١٧

∵ س ص $= ١$

∴ ص $= \frac{١}{\text{س}} = \frac{١}{\sqrt{٦}+\sqrt{١٣}}$

$= \frac{١}{\sqrt{٦}+\sqrt{١٣}} \times \frac{\sqrt{٦}-\sqrt{١٣}}{\sqrt{٦}-\sqrt{١٣}} = \frac{\sqrt{٦}-\sqrt{١٣}}{٧}$

ونعلم أن :

$(\text{س} - ٧\,\text{ص})(\text{س} + ٧\,\text{ص}) = \text{س}^{٢} - ٤٩\,\text{ص}^{٢}$

∴ $(\sqrt{١٣}+\sqrt{٦}-٧(\frac{\sqrt{٦}-\sqrt{١٣}}{٧}))$

$(\sqrt{١٣}+\sqrt{٦}+٧(\frac{\sqrt{٦}-\sqrt{١٣}}{٧}))$

$= (\sqrt{١٣}+\sqrt{٦}-\sqrt{٦}+\sqrt{١٣})$

$(\sqrt{١٣}+\sqrt{٦}+\sqrt{٦}-\sqrt{١٣})$

$= ٢\sqrt{٦} \times ٢\sqrt{١٣} = ٤\sqrt{٧٨}$

١٨

∵ س $= \frac{٤(\sqrt{٧}+\sqrt{٣})}{(\sqrt{٧}-\sqrt{٣})(\sqrt{٧}+\sqrt{٣})} = \frac{٤(\sqrt{٧}+\sqrt{٣})}{٧-٣}$

$= \sqrt{٧} + \sqrt{٣}$

، ص $= \sqrt{٧} - \sqrt{٣}$ ∴ س ، ص مترافقان

∴ $\text{س}^{٢}\,\text{ص}^{٢} = (\text{س ص})^{٢}$

$= ((\sqrt{٧}+\sqrt{٣})(\sqrt{٧}-\sqrt{٣}))^{٢}$

$= (٧-٣)^{٢} = ٤^{٢} = ١٦$

١٩

∵ ص $= \frac{٢}{\sqrt{٥}+\sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٥}-\sqrt{٧}}{\sqrt{٥}-\sqrt{٧}} = \frac{٢(\sqrt{٥}-\sqrt{٧})}{٥-٧}$

$= -\sqrt{٥} + \sqrt{٧}$

∴ $\frac{\text{س}+\text{ص}}{\text{س ص}} = \frac{\sqrt{٧}+\sqrt{٥}-\sqrt{٧}+\sqrt{٥}}{(\sqrt{٧}+\sqrt{٥})(\sqrt{٧}-\sqrt{٥})}$

$= \frac{٢\sqrt{٧}}{٧-٥} = \sqrt{٧}$

٢٠

∵ س $= \frac{\sqrt{٥}+\sqrt{٦}}{\sqrt{٥}-\sqrt{٦}} \times \frac{\sqrt{٥}+\sqrt{٦}}{\sqrt{٥}+\sqrt{٦}} = \frac{٣٠\sqrt{٢}+١١}{٥-٦}$

$= ٣٠\sqrt{٢} + ١١$

، $\frac{١}{\text{س}} = \frac{١}{٣٠\sqrt{٢}+١١} \times \frac{٣٠\sqrt{٢}-١١}{٣٠\sqrt{٢}-١١}$

$= \frac{٣٠\sqrt{٢}-١١}{١٢٠-١٢١} = ١١ - ٣٠\sqrt{٢}$

∴ س $+ \frac{٦}{\text{س}} = ١١ + ٣٠\sqrt{٢} + ١١ - ٣٠\sqrt{٢} = ٢٢$

٢١

① ٤ ② $٣-\sqrt{٢}$ ، ٧

③ $\sqrt{٥}-\sqrt{٣}$ ④ $١-\sqrt{٧}$

⑤ $\sqrt{٣}-\sqrt{٢}$ ⑥ ٢٠

⑦ ٢٠ ⑧ $\sqrt{٥}+٢$

⑨ $(-١ ، ٢\sqrt{٣})$ ⑩ -١

٢٢

① $\frac{١١}{٢\sqrt{٥}+٢} = \frac{١١(٢\sqrt{٥}-٣)}{(٢\sqrt{٥}+٣)(٢\sqrt{٥}-٣)}$

$= \frac{١١(٢\sqrt{٥}-٣)}{٩-٢٠} = ٣-٢\sqrt{٥}$

∴ أ $= ٢$ ، ب $= -٣$

② $\frac{٣}{٢\sqrt{٥}-٥} = \frac{٣(٢\sqrt{٥}+٣\sqrt{٢})}{(٢\sqrt{٥}-٣\sqrt{٢})(٢\sqrt{٥}+٣\sqrt{٢})}$

$= \frac{٣(٢\sqrt{٥}+٣\sqrt{٢})}{٥-٨} = -٢\sqrt{٥}-٣\sqrt{٢}$

∴ أ $= ٢$ ، ب $= ١$

③ $\frac{٧}{\sqrt{٨}+١} = \frac{٧(\sqrt{٨}-١)}{(\sqrt{٨}+١)(\sqrt{٨}-١)}$

$= \sqrt{٨} - ١ = ٢\sqrt{٢} - ١$

$\frac{٧(\sqrt{٨}-١)}{٨-١}$

∴ أ $= ٢$ ، ب $= -١$

٢٣

المقدار $= \frac{٤(\sqrt{٥}-\sqrt{٣})+٤(\sqrt{٥}+\sqrt{٣})}{(\sqrt{٥}+\sqrt{٣})(\sqrt{٥}-\sqrt{٣})}$

$= \frac{٤\sqrt{٥}-٤\sqrt{٣}+٤\sqrt{٥}+٤\sqrt{٣}}{٣-٥} = -٤\sqrt{٥}$

② المقدار $= \frac{(\sqrt{٦}+\sqrt{٥})^{٢}-(\sqrt{٦}-\sqrt{٥})^{٢}}{(\sqrt{٥}+\sqrt{٦})(\sqrt{٥}-\sqrt{٦})}$

$= \frac{٦+٥+٢\sqrt{٣٠}-٦-٥+٢\sqrt{٣٠}}{٥-٦}$

$= -٤\sqrt{٣٠}$

③ المقدار $= \frac{١٠(١+\sqrt{٣})}{(١+\sqrt{٣})(١-\sqrt{٣})} + ٥ - ٣\sqrt{٥}$

$= ٥ + ٥ - ٣\sqrt{٥} + ٥ + ٣\sqrt{٥} = ١٠$

٢٤

$(\text{س}+\text{ص})^{٣} = \text{س}^{٣} + ٣\,\text{س ص}\,(\text{س}+\text{ص}) + \text{ص}^{٣}$

$= (\sqrt{٤+\sqrt{٧}})^{٣} + ٣(\sqrt{٤+\sqrt{٧}})(\sqrt{٤-\sqrt{٧}})$

$(\sqrt{٤+\sqrt{٧}}+\sqrt{٤-\sqrt{٧}})$

$= ٤+\sqrt{٧}+٣\sqrt{(٤+\sqrt{٧})(٤-\sqrt{٧})}(\sqrt{٤+\sqrt{٧}}+\sqrt{٤-\sqrt{٧}}) + ٤-\sqrt{٧}$

$= ٨ + ٣\sqrt{١٦-٧}(\sqrt{٤+\sqrt{٧}}+\sqrt{٤-\sqrt{٧}})$

$= ٨ + ٣\sqrt{٩}(\sqrt{٤+\sqrt{٧}}+\sqrt{٤-\sqrt{٧}})$

$= ٨ + ٦ = ١٤$

٢٥

$\text{س ص}^{-١} + \text{ص س}^{-١} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{س}^{٢}+\text{ص}^{٢}}{\text{س ص}}$

$= \frac{(\sqrt{٥}+١)^{٢}+(\sqrt{٥}-١)^{٢}}{(\sqrt{٥}+١)(\sqrt{٥}-١)}$

$= \frac{٦+٢\sqrt{٥}+٦-٢\sqrt{٥}}{٥-١}$

$= \frac{١٢}{٤} = ٣$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ALEFwoK.Com

٦

$\frac{٣س^{٢}+٢ص^{٢}}{س ص} = \frac{٣(س^{٢}+ص^{٢})}{س ص}$

$= ٣(\frac{س^{٢}}{س ص}+\frac{ص^{٢}}{س ص}) = ٣(\frac{س}{ص}+\frac{ص}{س})$

$\because \frac{س}{ص} = \sqrt{٣}-\sqrt{٢}$

$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{١}{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}+\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}+\sqrt{٢}} = \sqrt{٣}+\sqrt{٢}$

$\therefore$ المقدار $= ٣(\sqrt{٣}-\sqrt{٢}+\sqrt{٣}+\sqrt{٢})$

$= ٣(٢\sqrt{٣}) = ٦\sqrt{٣}$

٧

$\because \frac{س^{٨}ص^{٩}-ص}{(س+ص)^{٥}} = \frac{ص(س^{٨}ص^{٨}-١)}{(س+ص)^{٥}}$ (١)

$\because س^{٨}ص^{٨} = (س ص)^{٨}$

$= ((\sqrt{٧}+\sqrt{٦})(\sqrt{٧}-\sqrt{٦}))^{٨} = ١^{٨} = ١$

من (١) : $\frac{س^{٨}ص^{٩}-ص}{(س+ص)^{٥}} = \frac{ص(١-١)}{(س+ص)^{٥}}$

$= \frac{صفر}{(س+ص)^{٥}} =$ صفر

إجابات تمارين ٨

١

١ $\sqrt{٨} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٢ \times ٨} = ٤$ ٢ $\sqrt{٣} \times \sqrt{-٢٧} = -\sqrt{٢ \times ٢٧} = -٣\sqrt{٦}$

٣ $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٢٥} = \sqrt{٢ \times ٥} = ١٠$ ٤ $\sqrt{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt{-٢٧} = \frac{٣}{٥} \times -٣\sqrt{٥} = -\frac{٩}{٥}\sqrt{٥}$

٥ $\sqrt{\frac{١}{٣}} \times \sqrt{٢٧} = \sqrt{٩} = ٣$

٦ $-٢\sqrt{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt{١٢٥} = -٢٠\sqrt{٥}$

٢

١ $\sqrt{٣٢} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٦٤} = ٤$

٢ $\sqrt{\frac{٧٢}{٩}} = \sqrt{٨} = ٢$

٣ $\sqrt{\frac{٤}{٢}} \times \sqrt{\frac{-٥٤}{-٢}} = ٢\sqrt{٢٧} = ٢ \times ٣ = ٦$

٤ $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٦} \times \sqrt{١٠٠} \times \sqrt{١٠} = \sqrt{١٠٠٠} \times ٣ = ١٠ \times ٣ = ٣٠$

٥ $\sqrt{\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٢٥}} = \sqrt{\frac{٨}{١٢٥}} = \frac{٢}{٥}$

٦ $\sqrt{\frac{٢}{٤} \div \frac{٢}{٩}} = \sqrt{\frac{٩}{٢} \times \frac{٢}{٤}} = \sqrt{\frac{٧٢}{٨}} = \frac{٣}{٢}$

٣

١ $٢\sqrt{٣} - \sqrt{٣} = \sqrt{٣}$ ٢ $٥ - ٢\sqrt{٣}$

٣ $٣\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} = \sqrt{٣}$

٤ $٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} =$ صفر

٥ $٢ \times ٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$

٦ $٢\sqrt{٣} - \frac{١}{٣} \times ٣\sqrt{٣} =$ صفر

٧ $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٢٥٠} = ٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٢} = ٧\sqrt{٢}$

٨ $٢\sqrt{٣} - ٢ \times ٣\sqrt{\frac{١٢٥}{٩}} = ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{\frac{١٢٥}{٢٧ \times ٩}}$

$= ٢\sqrt{٣} - ٢ \times ٥\sqrt{٣}$

$= -٨\sqrt{٣}$

٤

١ الطرف الأيمن $= ٤\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} - ٢ \times ٣\sqrt{٢}$

$=$ صفر $=$ الطرف الأيسر

٢ الطرف الأيمن $= ٣\sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٣} \div (٦\sqrt{٤})$

$= ٦\sqrt{٤} \div ٦\sqrt{٤} = ١$

$=$ الطرف الأيسر

٥

١ $٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} - \sqrt{\frac{١}{٩} \times ٢٧}$

$= ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} - \sqrt{٣} =$ صفر

٢ $٣\sqrt{٢} - ٤\sqrt{\frac{١}{٤} \times ٨} + ٥ \times ٢\sqrt{٢}$

$= ٣\sqrt{٢} - ٤\sqrt{٢} + ١٠\sqrt{٢} = ٩\sqrt{٢}$

٣ $٣\sqrt{٤} - ٢\sqrt{\frac{٤}{٨}}$

$= ٣\sqrt{٤} - ٢\sqrt{٤} - \frac{١}{٢}\sqrt{٤} = ٤\sqrt{٤}$

٤ $٣\sqrt{٢٤} + \sqrt{\frac{١}{٩} \times ٢٧}$

$= ٣\sqrt{٤} - ٢\sqrt{٣} + \sqrt{٣} =$ صفر

٦

١ $\frac{٧}{٢} \times ٢\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٢}$

$= ٧\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} = ٥\sqrt{٢}$

٢ $٣\sqrt{٢} + \frac{١}{٢} \times ٣ - ٣\sqrt{\frac{١}{٩} \times ٩} - ١ =$ صفر

٣ $-٢\sqrt{٢} + \frac{١٤}{\sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٧}}{٧} - ٢\sqrt{٧} + ٣\sqrt{٢}$

$= -٢\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٧} - ٢\sqrt{٧} + ٣\sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$

٤ $٣\sqrt{٢} + ٣\sqrt{\frac{٢١٦}{١٢}} - ٢\sqrt{٢}$

$= ٣\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} - ٣\sqrt{١٨} = ٣\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} - ٣\sqrt{٢}$

$= \sqrt{٢}$

٥ $٥\sqrt{٢} - \frac{١}{٢} \times ١٠\sqrt{٢} + \sqrt{١٢٥}$

$= ٥\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٥ = ٥$

٧

$٤\sqrt{٢}(٣\sqrt{٤} + ١٠\sqrt{٤} - \sqrt{\frac{٨}{٢}})$

$= ٤\sqrt{٢}(٣\sqrt{٤} + ١٠\sqrt{٤} - ٤\sqrt{٤})$

$= ٤\sqrt{٢} \times ١٢\sqrt{٤} = ٤٨\sqrt{٨} = ٩٦$

٨

١ (ب) ٢ (أ) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥ (أ)

٩

١ -٢ ٢ ٩ ٣ ٢٥٠

٤ $\frac{٢}{٣}\sqrt{٧}$ ٥ $-\frac{١}{٢}$ ٦ ١

١٠

١ $(\sqrt{٥}+١-\sqrt{٥}+١)^{٥} = ٢^{٥} = ٣٢$

٢ $(\sqrt{٥}+١+\sqrt{٥}-١)^{٣} = (٢\sqrt{٥})^{٣}$

$= ٨ \times ٥ = ٤٠$

١١

$\because س - ص = ٣ + \sqrt{٦} - ٣ + \sqrt{٦} = ٢\sqrt{٦}$

$، س + ص = ٣ + \sqrt{٦} + ٣ - \sqrt{٦} = ٦$

$\therefore (\frac{س-ص}{س+ص})^{٢} = (\frac{٢\sqrt{٦}}{٦})^{٢} = (\frac{\sqrt{٦}}{٣})^{٢}$

$= \frac{(\sqrt{٦})^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

١٢

$٢\sqrt{٤} + ٢\sqrt{٤} - ٤\sqrt{\frac{١}{٢} \times ٨} - ٤ \times \sqrt{-٢} \times \sqrt{-٢} + ١ - \frac{٤}{٤}$

$= ٢\sqrt{٤} + ٢\sqrt{٤} - ٤\sqrt{٤} + ١ - ٢ = -١$

١٣

الطرف الأيمن $= س^{٢} + ص^{٢} = (س+ص)^{٢} - ٢ س ص$

$= (\sqrt{٣}+١+\sqrt{٣}-١)^{٢} - ٢[(\sqrt{٣}+١)(\sqrt{٣}-١)]$

$= (٢\sqrt{٣})^{٢} - ٢[(\sqrt{٣})^{٢} - ١]$

$= ٤\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٤} + ٢ = ٢\sqrt{٤} + ٢ =$ الطرف الأيسر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٤

$$\frac{٢}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢} \times ٢}{\sqrt{٤} \times \sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{٤}}$$

حل آخر : $\frac{٢}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٨}}{٢} = \sqrt{\frac{٨}{٤}} = \sqrt{٤}$

إجابات تمارين ٩

١ (١) ١٢ل (٢) ٩٦ (٣) ٤ل^{٢}
(٤) ٦ل^{٢} (٥) ٨ل^{٢}

٢
∵ مساحة الوجه الواحد = $\frac{٣٦}{٤}$ = ٩ سم^{٢}
∴ طول حرف المكعب = $\sqrt{٩}$ = ٣ سم
(١) مساحته الكلية = ٦ل^{٢} = ٦ × ٣^{٢} = ٥٤ سم^{٢}
(٢) حجمه = ل^{٣} = ٣^{٣} = ٢٧ سم^{٣}

٣
طول حرف المكعب = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣ سم
(١) حجم المكعب = ل^{٣} = ٣^{٣} = ٢٧ سم^{٣}
(٢) مساحته الجانبية = ٤ل^{٢} = ٤ × ٣^{٢} = ٣٦ سم^{٢}

٤
طول حرف المكعب = $\frac{٦٠}{١٢}$ = ٥ سم
(١) حجم المكعب = ل^{٣} = ٥^{٣} = ١٢٥ سم^{٣}
(٢) مساحته الكلية = ٦ل^{٢} = ٦ × ٥^{٢} = ١٥٠ سم^{٢}

٥ (١) (ب) (٢) (ب) (٣) (ب)
(٤) (أ) (٥) (ب) (٦) (ب)
(٧) (ب) (٨) (ب) (٩) (أ)

٦
(١) حجم متوازى المستطيلات
= س × ص × ع = ٩ × ١٠ × ٥ = ٤٥٠ سم^{٣}
(٢) مساحته الجانبية = ٢ (س + ص) × ع
= ٢ (٩ + ١٠) × ٥ = ١٩٠ سم^{٢}
(٣) مساحته الكلية = ٢ (س ص + ص ع + ع س)
= ٢ (٩ × ١٠ + ١٠ × ٥ + ٥ × ٩)
= ٢ (٩٠ + ٥٠ + ٤٥) = ٣٧٠ سم^{٢}

٧
الحجم = س × ص × ع = $\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٦}$ = ٦ سم^{٣}

٨
∵ مساحة القاعدة = $\sqrt{٣}(\sqrt{٣} - ١) = ٣ - \sqrt{٣}$ سم^{٢}
∴ الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع
$= (٢ - \sqrt{٣})(\sqrt{٣} + ٢)$
= ٩ − ٣ = ٦ سم^{٣}

٩
∵ المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع
∴ الارتفاع = $\frac{٤٨٠}{١٠ \times ٤}$ = ١٢ سم

١٠
∵ مساحة القاعدة = $\frac{\text{الحجم}}{\text{الارتفاع}} = \frac{٧٢٠}{٥}$ = ١٤٤ سم^{٢}
∴ طول ضلع القاعدة = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم
∴ المساحة الكلية = ٢ (س ص + ص ع + س ع)
= ٢ × (١٢ × ١٢ + ١٢ × ٥ + ٥ × ١٢)
= ٥٢٨ سم^{٢}

١١
∵ مساحة وجه المكعب = $\frac{٢٩٤}{٦}$ = ٤٩ سم^{٢}
∴ طول حرفه = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ سم
∴ حجم المكعب = ل^{٣} = ٧^{٣} = ٣٤٣ سم^{٣}
∵ حجم متوازى المستطيلات = س × ص × ع
= ٧ × $\sqrt{٣} \times ٥$
= ٣٥٠ سم^{٣}
∴ حجم متوازى المستطيلات أكبر من حجم المكعب.

١١
الحجم = س × ص × ع = ١٧ × ٧ × ٤ = ٤٧٦ سم^{٣}
، المساحة الكلية = ٢ (س + ص) × ع + س ص
= ٢ (١٧ + ٧) × ٤ + ١٧ × ٧
= ١٩٢ + ١١٩ = ٣١١ سم^{٢}

١٢
محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٠,٥ = ٦٦ سم
، مساحة الدائرة = π نق^{٢} = $\frac{٢٢}{٧}$ (١٠,٥)^{٢}
= ٣٤٦,٥ سم^{٢}

١٣
∵ مساحة الدائرة = π نق^{٢} ∴ ١٥٤ = $\frac{٢٢}{٧}$ نق^{٢}
∴ نق^{٢} = $\frac{١٥٤ \times ٧}{٢٢}$ = ٤٩ ∴ نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ سم
∴ محيطها = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤ سم
، طول قطرها = ٢ × ٧ = ١٤ سم

١٤
∵ مساحة الدائرة = π نق^{٢} ∴ ٦٤ π = π نق^{٢}
∴ نق^{٢} = ٦٤ ∴ نق = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم
، محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٨ ≈ ٥٠ سم

١٥
∵ مساحة الدائرة = ٢ × ١٢,٣٢ = ٢٤,٦٤ سم^{٢}
∴ π نق^{٢} = ٢٤,٦٤
∴ نق^{٢} = ٢٤,٦٤ × $\frac{٧}{٢٢}$ = ٧,٨٤
∴ نق = $\sqrt{٧,٨٤}$ = ٢,٨ سم
∴ محيط الشكل = π نق + ٢ نق
= $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢,٨ + ٢ × ٢,٨
= ١٤,٤ سم

١٦
∵ مساحة الدائرة = $\frac{٢٢}{٧}$ × (٧)^{٢} − $\sqrt{٢} \times ٧ \times \sqrt{٢} \times ٧$
$= \frac{١٥٤ - ٩٨}{٤}$ = ١٤ سم^{٢}
، محيط الجزء المظلل = $\frac{١}{٤}$ محيط الدائرة + طول ضلع المربع
$= \frac{١}{٤} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ + \sqrt{٢} \times ٧ = (١١ + ٧\sqrt{٢})$ سم

١٧
مساحة الجزء المظلل = مساحة الدائرة الكبرى
− مساحة الدائرة الصغرى
= π نق$_{١}^{٢}$ − π نق$_{٢}^{٢}$
= π × ٢٥ − π × ٩ = ١٦ π سم^{٢}

١٨
نفرض أن طول نصف قطر الدائرة = س سم
∴ طول ضلع المربع = ٢ س سم
∴ مساحة الجزء المظلل
= $\frac{\text{مساحة المربع} - \text{مساحة الدائرة}}{٢}$
= $\frac{٤ \text{ س}^{٢} - \pi \text{ س}^{٢}}{٢} = \frac{٧٥}{٧} = ١٠\frac{٥}{٧}$
∴ ٤ س^{٢} − $\frac{٢٢}{٧}$ س^{٢} = $\frac{٧٥}{٧}$ × ٢
∴ $\frac{٦}{٧}$ س^{٢} = $\frac{١٥٠}{٧}$ ∴ س^{٢} = $\frac{١٥٠}{٧} \times \frac{٧}{٦}$ = ٢٥
∴ س = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم
∴ محيط الجزء المظلل
= $\frac{١}{٢}$ محيط الدائرة + $\frac{١}{٥}$ محيط المربع
= $\frac{١}{٢} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٥ + \frac{١}{٥} \times ٤ \times ٢ \times ٥$
= ٣٥ $\frac{٥}{٧}$ سم

١٩
في Δ أ ب ء القائم الزاوية في أ :
∵ (أ ب)^{٢} + (أ ء)^{٢} = (ب ء)^{٢} (ولكن أ ب = أ ء)
∴ ٢ (أ ب)^{٢} = (١٤)^{٢} ∴ (أ ب)^{٢} = $\frac{١٩٦}{٢}$ = ٩٨
∴ أ ب = $\sqrt{٩٨}$ = ٧$\sqrt{٢}$ سم
∴ مساحة الجزء المظلل
= $\frac{\text{مساحة الدائرة} - \text{مساحة المربع}}{٤}$
= $\frac{\frac{٢٢}{٧} \times (٧)^{٢} - \sqrt{٢} \times ٧ \times \sqrt{٢} \times ٧}{٤}$
= $\frac{١٥٤ - ٩٨}{٤}$ = ١٤ سم^{٢}
، محيط الجزء المظلل = $\frac{١}{٤}$ محيط الدائرة + طول ضلع المربع
$= \frac{١}{٤} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ + \sqrt{٢} \times ٧ = (١١ + ٧\sqrt{٢})$ سم

٢٠
حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع = $\frac{٢٢}{٧}$ × (١٤)^{٢} × ٢٠
= ١٢٣٢٠ سم^{٣}
، المساحة الكلية للأسطوانة = ٢ π نق ع + ٢ π نق^{٢}
= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ٢٠ + ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × (١٤)^{٢}
= ٢٩٩٢ سم^{٢}

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٩

∵ المساحة الجانبية = ٢ π نق ع

∴ ٥٢ = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق × ع

∴ ع = $\frac{٧ \times ٥٢}{٤ \times ٢٢ \times ٢}$ = $\frac{٩١}{٤٤}$ سم

∴ حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ٤^{٢} × $\frac{٩١}{٤٤}$ = ١٠٤ سم^{٣}

٣٠

∵ حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

∴ π ٣٦ = π × نق^{٢} × ٤

∴ نق^{٢} = $\frac{٣٦}{٤}$ = ٩ ∴ نق = ٣ سم

∴ طول حرف المكعب = ٣ سم

∴ المساحة الكلية للمكعب = ٦ ل^{٢} = ٦ × (٣)^{٢}

= ٥٤ سم^{٢}

٣١

∵ حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

∴ ٧٥٣٦ = ٣,١٤ × نق^{٢} × ٢٤

∴ نق^{٢} = $\frac{٧٥٣٦}{٢٤ \times ٣,١٤}$ = ١٠٠ ∴ نق = ١٠ سم

∴ المساحة الكلية = ٢ π نق ع + ٢ π نق^{٢}

= ٢ × ٣,١٤ × ١٠ × ٢٤ + ٢ × ٣,١٤ × (١٠)^{٢}

= ٢١٣٥,٢ سم^{٢}

٣٢

∵ حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧^{٢} × ١٠ = ١٥٤٠ سم^{٣}

∴ حجم المكعب = ل^{٣} = ١١^{٣} = ١٣٣١ سم^{٣}

∴ حجم الأسطوانة أكبر من حجم المكعب.

٣٣

(١) ٢ π نق ع ، π نق^{٢} ع (٢) ٢ سم

(٣) ٢٠ سم (٤) نق (٥) نق

٣٤

∵ محيط القاعدة = ٢ π نق

∴ ٤٤ = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق ∴ نق = $\frac{٧ \times ٤٤}{٢٢ \times ٢}$ = ٧ سم

∴ حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع = $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧^{٢} × ٢٥

= ٣٨٥٠ سم^{٣}

٣١

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ × (٢,١)^{٣}

= ٣٨,٨٠٨ سم^{٣}

، مساحة الكرة = ٤ π نق^{٢}

= ٤ × $\frac{٢٢}{٧}$ × (٢,١)^{٢}

= ٥٥,٤٤ سم^{٢}

٣٢

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

∴ ٤١٨٨ = $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤١ × نق^{٣}

∴ نق^{٣} = $\frac{٣ \times ٤١٨٨}{٤ \times ٣,١٤١}$ = ١٠٠٠ ∴ نق = ١٠ سم

٣٣

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

∴ ٥٦٢,٥ π = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

∴ نق^{٣} = $\frac{٣ \times ٥٦٢,٥}{٤}$ = ٤٢١,٨٧٥

∴ نق = $\sqrt[٣]{٤٢١,٨٧٥}$ = ٧,٥ سم

∴ مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢}

= ٤ × π × (٧,٥)^{٢} = ٢٢٥ π سم^{٢}

٣٤

(١) (ب) (٢) (أ) (٣) (جـ) (٤) (جـ)

(٥) (ب) (٦) (د) (٧) (ب)

٣٥

حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع = π × (٤)^{٢} × ١٨

= ٢٨٨ π سم^{٣}

∵ حجم الأسطوانة = حجم الكرة

∴ حجم الكرة = ٢٨٨ π سم^{٣}

∴ $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} = ٢٨٨ π ∴ نق^{٣} = $\frac{٣ \times ٢٨٨}{٤}$ = ٢١٦

∴ طول نصف قطر الكرة = ٦ سم

٣٦

∵ حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

∴ ٧٥٣٦ = ٣,١٤ × نق^{٢} × ٢٤

∴ نق^{٢} = $\frac{٧٥٣٦}{٢٤ \times ٣,١٤}$ = ١٠٠

∴ نق = $\sqrt[٢]{١٠٠}$ = ١٠ سم

، ∵ طول نصف قطر الكرة

= طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة

∴ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤ × (١٠)^{٣} = ٤١٨٦$\frac{٢}{٣}$ سم^{٣}

٣٧

حجم متوازى المستطيلات = ٧٧ × ٢٤ × ٢١

= ٣٨٨٠٨ سم^{٣}

، ∵ حجم متوازى المستطيلات = حجم الكرة

∴ ٣٨٨٠٨ = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

∴ نق^{٣} = $\frac{٧ \times ٣ \times ٣٨٨٠٨}{٢٢ \times ٤}$ = ٩٢٦١

∴ نق = $\sqrt[٣]{٩٢٦١}$ = ٢١ سم

٣٨

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ × π × (٣)^{٣} = ٣٦ π سم^{٣}

، ∵ حجم الأسطوانة = حجم الكرة

∴ حجم الأسطوانة = ٣٦ π سم^{٣}

∴ π نق^{٢} ع = ٣٦ π ∴ π ٩ ع = π ٣٦

∴ ع = ٤ سم

٣٩

∵ الكرة مست أوجه المكعب الستة

∴ طول حرف المكعب = ٢ نق

، ∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

∴ π ٣٦ = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} ∴ نق^{٣} = $\frac{٣ \times ٣٦}{٤}$ = ٢٧

∴ نق = ٣ سم

∴ طول حرف المكعب = ٢ × ٣ = ٦ سم

∴ حجم المكعب = ل^{٣} = ٦^{٣} = ٢١٦ سم^{٣}

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢

∵ حجم الكرة = حجم ٨ كرات صغيرة

∴ $\frac{٤}{٣}\pi$ نق$_١^٣$ = ٨ × $\frac{٤}{٣}\pi$ نق$_٢^٣$

∴ (١٦,٨)^٣ = ٨ نق$_١^٣$ ∴ $\frac{(١٦,٨)^٣}{٨}$ = نق$_٢^٣$

∴ نق$_٢$ = $\frac{١٦,٨}{٢}$ = ٨,٤ سم

٣

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ × π × (١٥)^٣

= ٤٥٠٠ π سم^٣

، ∵ حجم الأسطوانة = $\frac{٥}{٩}$ حجم الكرة

∴ π نق^٢ ع = $\frac{٥}{٩}$ × ٤٥٠٠ π

∴ نق^٢ × ٢٠ = ٢٠٠٠ ∴ نق^٢ = $\frac{٢٠٠٠}{٢٠}$ = ١٠٠

∴ نق = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

٤

∵ مجموع أطوال أحرفه = ٥٢ سم

، مجموع الأربعة ارتفاعات = ٣ × ٤ = ١٢ سم

∴ مجموع باقي الأحرف الثمانية = ٥٢ − ١٢ = ٤٠ سم

، ∵ القاعدة مربعة الشكل

∴ طول ضلعها = $\frac{٤٠}{٨}$ = ٥ سم

∴ الحجم = ٣ × ٥ × ٥ = ٧٥ سم^٣

٥

حجم المعدن = الحجم الخارجي − الحجم الداخلي

= $\frac{٤}{٣}\pi$ نق$_١^٣$ − $\frac{٤}{٣}\pi$ نق$_٢^٣$

= $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ [(٣,٥)^٣ − (٢,١)^٣]

= $\frac{٨٨}{٢١}$ × ٣٣,٦١٤ ≈ ١٤٠,٨٥٩ سم^٣

∴ كتلة المعدن = ١٤٠,٨٥٩ × ٢٠ ≈ ٢٨١٧ جرامًا

إجابات تمارين ١٠

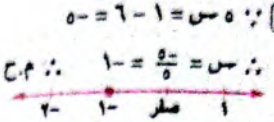
١

[١] ∵ س = −٥ ∴ م.ح = {−٥}



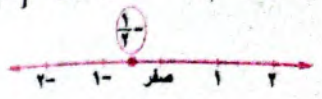
[٢] ∵ ٥ س = ١ − ٦ = −٥

∴ س = $\frac{-٥}{٥}$ = −١ ∴ م.ح = {−١}



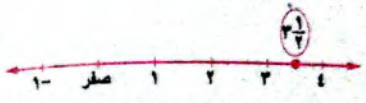
[٣] ∵ ٢ س = ٣ − ٤ = −١

∴ س = $-\frac{١}{٢}$ ∴ م.ح = $\left\{-\frac{١}{٢}\right\}$



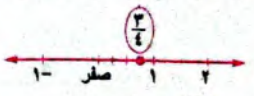
[٤] ∵ ٢ س = ٤ + ٣ = ٧ ∴ س = $\frac{٧}{٢}$ = ٣$\frac{١}{٢}$

∴ م.ح = $\left\{٣\frac{١}{٢}\right\}$



[٥] ∵ ٤ س − ١ = ٢ ∴ ٤ س = ٢ + ١ = ٣

∴ س = $\frac{٣}{٤}$ ∴ م.ح = $\left\{\frac{٣}{٤}\right\}$



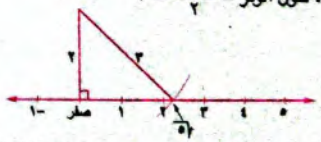
[٦] ∵ $\sqrt{٥}$ س = ٤ + ١ = ٥

∴ س = $\frac{٥}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{٥\sqrt{٥}}{٥} = \sqrt{٥}$

∴ م.ح = $\left\{\sqrt{٥}\right\}$

∴ طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٥-١}{٢}$ = ٢

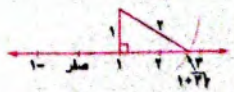
، طول الوتر = $\frac{٥+١}{٢}$ = ٣



[٧] ∵ س = $\sqrt{٣}$ + ١ ∴ م.ح = $\left\{\sqrt{٣}+١\right\}$

∴ طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٣-١}{٢}$ = ١

، طول الوتر = $\frac{٣+١}{٢}$ = ٢



[٨] ∵ ٢ − $\sqrt{٦}$ س = ٨

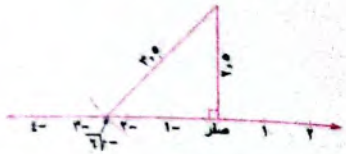
∴ − $\sqrt{٦}$ س = ٨ − ٢ = ٦

∴ س = − $\frac{٦}{\sqrt{٦}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٦}} = -\frac{٦\sqrt{٦}}{٦} = -\sqrt{٦}$

∴ م.ح = $\left\{-\sqrt{٦}\right\}$

∴ طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٦-١}{٢}$ = ٢,٥

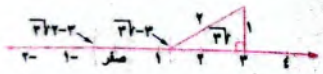
، طول الوتر = $\frac{٦+١}{٢}$ = ٣,٥



[٩] ∵ س = ٣ − ٢ $\sqrt{٣}$ ∴ م.ح = $\left\{٣-٢\sqrt{٣}\right\}$

طول أحد ضلعي القائمة = $\frac{٣-١}{٢}$ = ١

طول الوتر = $\frac{٣+١}{٢}$ = ٢



٢

[١] (أ) [٢] (ب) [٣] (ب)

[٤] (د) [٥] (أ) [٦] (د)

٣

[١] ∵ س < ٣ ∴ م.ح =]−∞ ، ٣[



[٢] ∵ س ≥ ٢ ∴ م.ح = [٢ ، ∞[

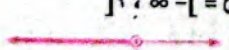


[٣] ∵ س ≥ ٢ ∴ م.ح = [٢ ، ∞[



[٤] ∵ − س > −٢ ∴ س < ٢

∴ م.ح =]−∞ ، ٢[



[٥] ∵ ٢ س ≤ −٢ ∴ س ≤ −١

∴ م.ح =]−∞ ، −١]



[٦] ∵ −٥ س > ٥ ∴ س < −١

∴ م.ح =]−∞ ، −١[



[٧] ∵ $\frac{١}{٢}$ س ≥ ١ ∴ س ≥ ٢

∴ م.ح = [٢ ، ∞[



[٨] ∵ −٢ س ≥ ٤ ∴ س ≤ −٢

∴ م.ح =]−∞ ، −٢]



٤

[١] ∵ ١ < س ≤ ٤ ∴ م.ح =]١ ، ٤]



[٢] ∵ −٨ < س < ٦ ∴ م.ح =]−٨ ، ٦[

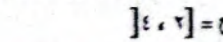


[٣] ∵ −٣ ≤ س < −٢ ∴ م.ح = [−٣ ، −٢[



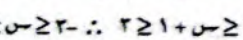
[٤] ∵ −٤ < −س ≤ −٢ ∴ ٤ > س ≥ ٢

∴ م.ح = [٢ ، ٤[



[٥] ∵ −٢ ≤ س + ١ ≤ ٣ ∴ −٣ ≤ س ≤ ٢

∴ م.ح = [−٣ ، ٢]



[٦] ∵ ٢ < −س ≤ ٦ ∴ −٢ > س ≥ −٦

∴ م.ح = [−٦ ، −٢[



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ ∵ $-٩ \leq ٢س \leq ٢$ ∴ $-٢ \leq س \leq ١$

∴ م.ح = $[-٢ ، ١]$

٨ ∵ $٢ < ٢س - ١ < ٥$ ∴ $٤ < ٢س < ٦$

∴ $٢ < س < ٣$

∴ م.ح = $]٢ ، ٣[$

٩ ∵ $-١ < \frac{١}{٢} س \leq ٢$ ∴ $-٢ < س \leq ٤$

∴ م.ح = $]-٢ ، ٤]$

١٠ بالضرب فى ٣

∴ $٠ \geq -٢س + ٦ > ١٢$

∴ $-٦ \geq -٢س > -١٢$ ∴ $٣ \leq س < ٦$

∴ م.ح = $[٣ ، ٦[$

٥ مثل بنفسك مجموعة الحل على خط الأعداد.

١ ∵ $٢س - ٣ < ٥$ ∴ $س < ٤$

∴ م.ح = $]-\infty ، ٤[$

٢ ∵ $٧س - ٤ \leq ٩$ ∴ $٢س \leq ٩$

∴ $س \leq ٢$ ∴ م.ح = $]-\infty ، ٢]$

٣ ∵ $٥س - ٢ < ٩ + ٢$

∴ $٢س < ١٢$ ∴ $س < ٤$

∴ م.ح = $]-\infty ، ٤[$

٤ ∵ $٧س - ٥ \leq ٨ + ١٢$ ∴ $٢س \leq ٤$

∴ $س \leq ٢$ ∴ م.ح = $]-\infty ، ٢]$

٥ ∵ $س + ٣ \geq ١ + ٢$ ∴ $٢س \geq ٤$

∴ $س \geq ٢$ ∴ م.ح = $[٢ ، \infty[$

٦ ∵ $-س + ٢ \leq -٣ - ١$ ∴ $س \leq -٤$

∴ م.ح = $]-\infty ، -٤]$

٦ مثل بنفسك مجموعة الحل على خط الأعداد.

١ ∵ $س + ٣ - س \leq ٢س - س \leq س - ٢ - س$

∴ $٣ \leq س \leq -٢$ ∴ م.ح = $[-٢ ، ٣]$

٢ ∵ $-س + س < س + س < ٤ - س + س$

∴ $٠ < ٢س < ٤$ ∴ $٠ < س < ٢$

∴ م.ح = $]٠ ، ٢[$

٣ ∵ $٤س - ٤ \leq ٥س + ٢ - ٤ \leq ٤س + ٢ - ٤س$

∴ $٠ \leq س + ٢ < ٣$ ∴ $-٢ \leq س < ١$

∴ م.ح = $[-٢ ، ١[$

٤ ∵ $س - ١ - س < ٢س - ١ - س \leq س + ١ - س$

∴ $-١ < ٢س - ١ \leq ١$

∴ $٠ < ٢س \leq ٢$ ∴ $٠ < س \leq ١$

∴ م.ح = $]٠ ، ١]$

٥ ∵ $٢ + ٢س - ٢ - س \leq ٣س + ٢ - ٢ - س$

$< ٥ + ٢س - ٢ - س$ ∴ $٢ \geq س + ٣ > ٥$

∴ $-١ \leq س < ٢$ ∴ م.ح = $[-١ ، ٢[$

٦ بالضرب فى ٦

∴ $٣س - ٤ < ٦س + ٦ < ٣س + ٩$

∴ $-٤ < ٣س + ٦ < ٩$

∴ $-١٠ < ٣س < ٣$

∴ $-\frac{١٠}{٣} < س < ١$

∴ م.ح = $]-\frac{١٠}{٣} ، ١[$

٧

١ ≤ ٣ ٢ < ٣ ٣ > -٣

٤ $\leq -\frac{٣}{٢}$ ٥ $\leq ٢\sqrt{٣}$ ٦ $]٢ ، ٤[$

٧ $]-٢ ، ٥[$ ٨ $]٢ ، \infty[$ ٩ ٦

٨ ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (جـ) ٥ (جـ)

٩

∵ وزن الصندوق الواحد = ٤٥ كجم

ويفرض أن عدد الصناديق س صندوق

، ∵ أقصى حمولة للمصعد ٢٢٠٠ كجم

∴ لابد أن يكون وزن الصناديق ≤ أقصى حمولة للمصعد

∴ $٤٥ س \leq ٢٢٠٠$

∴ $س \leq ٤٨ \frac{٩}{٨}$

∴ أكبر عدد من الصناديق يستطيع المصعد حمله فى المرة الواحدة هو ٤٨ صندوق.

١٠

∵ $-٤ < -٢س < ٢$ ∴ $٢ > س > -١$

∴ م.ح = $]-١ ، ٢[$

، ∵ $\sqrt{٣} \approx ١,٧$ ∴ $\sqrt{٣} \in]-١ ، ٢[$

١١

∵ $ا + ٢ \geq س \geq ب + ٣$

∴ م.ح = $[ا + ٣ ، ب + ٣]$

∴ $[٤ ، ٧] = [ا + ٣ ، ب + ٣]$

∴ $ا + ٣ = ٤$ ∴ $ا = ١$

، $ب + ٣ = ٧$ ∴ $ب = ٤$

١٢

∵ $\frac{١}{٥} \geq \frac{٢س + ١}{٥} \geq ١$ ∴ $١ \geq ٢س + ١ \geq ٥$

∴ $٠ \geq ٢س \geq ٤$ ∴ $٠ \geq س \geq ٢$

∴ م.ح = $[٠ ، ٢]$ ∴ م = م، ٠ + م، ٢ = ٢

∴ $ن = ٢$

١٣

∵ $٥ \geq \frac{٢س}{٣} + ١ \geq ٧$ ∴ $٤ \geq \frac{٢س}{٣} \geq ٦$

∴ $١٢ \geq ٢س \geq ١٨$ ∴ $٦ \geq س \geq ٩$

∴ $٤ \geq س - ٢ \geq ٧$

∴ أصغر قيمة للمقدار : س − ٢ هى ٤

١٤

بضرب الطرفين فى $(\sqrt{٣} - \sqrt{٥})$

∴ $س \geq (\sqrt{٣} + \sqrt{٥})(\sqrt{٥} - \sqrt{٣})$

، لاحظ تغير الإشارة لأن $\sqrt{٣} - \sqrt{٥}$ عدد سالب

لأن $\sqrt{٣} < \sqrt{٥}$ ،

∴ $س \geq -٢$ ∴ م.ح = $]-\infty ، -٢]$

موقع التفوق
ALTFWOK.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات الوحدة الثانية

إجابات تمارين ١١

١ (٥ ، ١٤) ، (٢ ، ٥) ، (٠ ، -١) ، (-٣ ، -١٠)

٢ الزوج المرتب (-١ ، ٣) يحقق العلاقة

٣
١ (١ ، -٣) ، (٢ ، -١) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، ٥)
٢ (٠ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٧) ، (٦ ، ٨)
٣ (٠ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٢) ، (-٤ ، ٢)
٤ (٢,٥ ، ٧) ، (٢,٥ ، ٣) ، (٢,٥ ، -٧) ، (٢,٥ ، ٤)

«توجد حلول أخرى»

٤
١

س	٠	١	٢	٣
ص	١	٥	٩	١٣

٢

س	-٤	-٣	-٢
ص	٥	٠	٥-

٣

أ	١	٤	٣
ب	٣-	٠	١-

٤

أ	٢	٥	١-
ب	١-	٠	٢-

٥ ١ ٧ ٢ -٩ ٣ صفر ٤ -١

٦ ∵ (٣ ، ٦) يحقق العلاقة ص = ك س
∴ ٦ = ٣ ك
∴ ك = ٢

٧ ∵ (٣ ، ١) يحقق العلاقة ص - ٣ س = أ
∴ ١ - ٣ × ٣ = أ ∴ أ = -٨

٨ ∵ (-٣ ، ٢) يحقق العلاقة ٣ س + ب ص = ١
∴ ٣ × -٣ + ب × ٢ = ١
∴ ٢ ب = ٩ + ١ ∴ ٢ ب = ١٠ ∴ ب = ٥

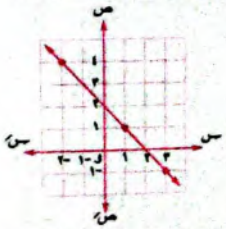
٩ ∵ (٣ ، أ) يحقق العلاقة ص - ٢ س = ٤
∴ أ - ٢ × ٣ = ٤ ∴ أ = ١٠

١٠ ∵ (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة س + ص = ١٥
∴ ك + ٢ ك = ١٥ ∴ ٣ ك = ١٥
∴ ك = ٥

١١ ١ س = ٣ ٢ ص = صفر

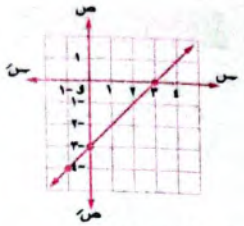
١٢ ١

س	١	٣	-٢
ص	١	١-	٤



٢

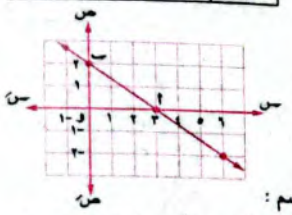
س	٠	٣	١-
ص	-٣	٠	-٤



٣ : ٨ «مثل بيانيًا بنفسك»

١٣ ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٢

س	٠	٣	٦
ص	٢	٠	-٢



من الرسم :
مساحة Δ د أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٢ = ٣ وحدة مربعة

١٤ ∵ المستقيم يقطع محور السينات فى (٣ ، ب)
∴ ب = ٠ ، (٣ ، ٠) تحقق العلاقة ٢ س - ص = أ
∴ ٢ × ٣ - ٠ = أ ∴ أ = ٦

١٥ ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (ب) ٤ (ب) ٥ (د)
٦ (أ) ٧ (ب) ٨ (أ) ٩ (د) ١٠ (جـ)
١١ (جـ) ١٢ (جـ) ١٣ (جـ) ١٤ (جـ)

١٦ نفرض أن العدد الأول = س ، العدد الثانى = ص
∴ ٢ س + ص = ١٢ ∴ ص = ١٢ - ٢ س
∵ العددان طبيعيان زوجيان
∴ س تأخذ القيم : ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ويمكن رصد الإمكانيات المختلفة للعددين فى الجدول التالى

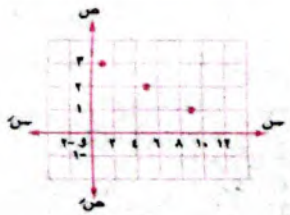
س	٠	٢	٤	٦
ص	١٢	٨	٤	٠

١٧ نفرض أن طول المستطيل = س سم
، عرض المستطيل = ص سم ∴ س > ص
∵ محيط المستطيل = ١٤ سم
∴ ٢ (س + ص) = ١٤ ∴ س + ص = ٧
∴ يمكن رصد الإمكانيات المختلفة لطول وعرض المستطيل فى الجدول التالى

س	٦	٥	٤
ص	١	٢	٣

١٨ نفرض أن عدد الأوراق المالية فئة ٥ جنيهات هو س فتكون قيمتها ٥ س جنيهًا
ونفرض أن عدد الأوراق المالية فئة ٢٠ جنيهًا هو ص فتكون قيمتها ٢٠ ص جنيهًا
∴ ٥ س + ٢٠ ص = ٦٥ حيث س ، ص عددان طبيعيان
∴ س + ٤ ص = ١٣ ∴ ص = $\frac{١٣ - س}{٤}$
∴ س ≥ ١٠ ، (١٣ - س) يقبل القسمة على ٤
أى أن س تأخذ القيم : ٩ ، ٥ ، ١
ويمكن رصد الإمكانيات المختلفة فى الجدول التالى

س	١	٥	٩
ص	٣	٢	١



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات تمارين ١٢

١ شكل (١) ميله موجب ، شكل (٢) ميله سالب ، شكل (٣) ميله غير معرف ، شكل (٤) ميله صفر

٢ [١] سالب [٢] صفر
[٣] غير معرف [٤] موجب

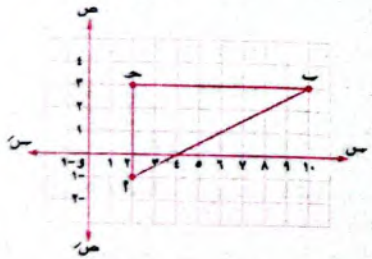
٣ [١] صفر [٢] غير معرف
[٣] السينات [٤] $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$

٤
[١] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٤-٣}{٣-١} = \frac{١}{٢}$
[٢] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٠-٢}{٥-١} = -\frac{١}{٢}$
[٣] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٥-٢}{٦-٣} = ١$
[٤] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{-١+١}{٤-٢} =$ صفر
[٥] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٣-٣}{٢-١} =$ صفر
[٦] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٤-٢}{٥-٥} = \frac{٢}{\text{صفر}}$ (غير معرف)
[٧] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٢+١}{٣-٣} = \frac{٣}{٠}$ (غير معرف)
[٨] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٢+١}{٤-٤} = \frac{٣}{١} = ٣$
[٩] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٣-١}{١+٢} = \frac{٢}{٣}$
[١٠] ميل $\overleftrightarrow{ه ك} = \frac{-٢+٧}{-٤-١} = \frac{٥}{-٥} = -١$
[١١] ميل $\overleftrightarrow{هـ و} = \frac{٠+١}{٠+٣} = \frac{١}{٣}$
[١٢] ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{-١+٩}{-١+٦} = \frac{٨}{٥}$

٥
[١] باخذ النقطتين (٠ ، ٠) ، (١ ، ٢)
الواقعتين على المستقيم نجد أن :
الميل $= \frac{٢-٠}{١-٠} = \frac{٢}{١} = ٢$

٦ $\because$ ن (∠ د م) $= ٤٥°$
$\therefore$ المثلث م ن ل متساوى الساقين $\therefore$ م ل $=$ ل ن
، $\because$ طول $\overline{م ل} = ٤$ وحدات
$\therefore$ طول $\overline{ل ن} = ٤$ وحدات
$\therefore$ ن $= (٣ ، ٦)$
، ميل $\overleftrightarrow{م ن} = \frac{٦-٢}{٣-٧} = \frac{٤}{-٤} = -١$

٧ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٣+١}{١٠-٢} = \frac{١}{٢}$
، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٣-٣}{١٠-٢} =$ صفر
، ميل $\overleftrightarrow{أ حـ} = \frac{٣+١}{٢-٢} = \frac{٤}{\text{صفر}}$ (غير معرف)



من الرسم : Δ أ ب حـ قائم الزاوية.

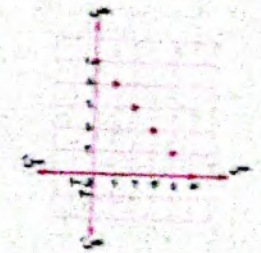
٨ $\because$ ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٣ ، ك) $= ٣$
$\therefore \frac{ك-٣}{١-٣} = ٣$ $\therefore \frac{ك-٣}{-٢} = ٣$
$\therefore$ ك $- ٣ = ٦$ $\therefore$ ك $= ٩$

٩ $\because$ مجموع المثلث $= ١٩$ سم
$\therefore$ ٢ س + ص $= ١٩$ $\therefore$ ص $= ١٩ - ٢$ س
ونظرًا لأن س ، ص قيم صحيحة موجبة
فإن س لا تزيد عن ٩ ومن متباينة المثلث
فإن س تأخذ القيم ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩
$\therefore$ يمكن رصد جميع الإمكانات المتاحة فى الجدول الآتى

س	٥	٦	٧	٨	٩
ص	٩	٧	٥	٣	١

١٠ $\because$ س ، ص عددان طبيعيان $\therefore$ ٢ س + ص $= ١٠$
$\therefore$ ص $= ١٠ - ٢$ س $\therefore$ س لا تزيد عن ٥
$\therefore$ يمكن رصد التوقعات الممثلة لعدد المأمولات والكراسى فى الجدول التالى

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	١٠	٨	٦	٤	٢	٠



١١ نفرض أن طول أى من الضلعين المتساويين فى المثلث هو س سم ، طول الضلع الثالث ص سم
$\because$ محيط المثلث $= ١٩$ سم
$\therefore$ ٢ س + ص $= ١٩$ $\therefore$ ص $= ١٩ - ٢$ س
ونظرًا لأن س ، ص قيم صحيحة موجبة
فإن س لا تزيد عن ٩ ومن متباينة المثلث
فإن س تأخذ القيم ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩
$\therefore$ يمكن رصد جميع الإمكانات المتاحة فى الجدول الآتى

س	٥	٦	٧	٨	٩
ص	٩	٧	٥	٣	١

٣ باخذ النقطتين (٠ ، -١) ، (-٢ ، ٣)
الواقعتين على المستقيم نجد أن :
الميل $= \frac{٣-(-١)}{٠-(-٢)} = \frac{٤}{٢} = ٢$

١٢ $\because$ المستقيم يوازى محور السينات
$\therefore$ الميل = صفر $\therefore \frac{ك-٤}{٣-٢} =$ صفر
$\therefore$ ك $- ٤ =$ صفر $\therefore$ ك $= ٤$

١٣ $\because$ المستقيم يوازى محور الصادات
$\therefore$ ميله غير معرف
$\therefore$ س$_٢$ $-$ س$_١$ $= ٠$ $\therefore ٦ - ٢$ س $= ٠$
$\therefore -٢$ س $= -٦$ $\therefore$ س $= ٣$

١٤ $\because$ المستقيم عمودى على محور الصادات
$\therefore$ المستقيم يوازى محور السينات
$\therefore$ الميل = صفر $\therefore$ ص$_٢$ $-$ ص$_١$ = صفر
$\therefore ٢$ ص $- ٦ = ٠$ $\therefore ٢$ ص $= ٦$
$\therefore$ ص $= ٢$

١٥ $\because$ ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٣ ، حـ) ، (٥ ، -٢) يساوى -٢
$\therefore \frac{-٢-حـ}{٥-٣} = -٢$ $\therefore \frac{-٢-حـ}{٢} = -٢$
$\therefore -٢-$ حـ $= -٦$ $\therefore$ حـ $= ٤$

١٦ $\because \frac{٤-٢}{س-(-١)} = -٢$ $\therefore \frac{-٢}{س+١} = -٢$
$\therefore -٢$ س $- ٢ = -٢$ $\therefore -٢$ س $= ٠$
$\therefore$ س $= ٠$

١٧ $\because \frac{-١-ص}{-٣-(-٢)} = ٠,٦-$ $\therefore \frac{-١-ص}{٥} = -٠,٦$
$\therefore -١-$ ص $= -٣$ $\therefore$ ص $= ٢$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٥

∵ ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٥ ، ١١) ، (٠ ، ٨)

$= \frac{١١ - ٨}{(-٥) - ٠} = \frac{٣}{٥}$ (١)

∵ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ٨) ، (٥ ، ٥)

$= \frac{٨ - ٥}{٠ - ٥} = \frac{٣}{-٥}$ (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن النقاط الثلاث تقع على نفس الخط المستقيم الذى ميله $= \frac{٣}{٥}$

١٦

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١ - ٢}{٣ - ٣} =$ غير معرف ، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٢ - ٥}{٣ - ٤} = ٣$

ميل $\overleftrightarrow{أ حـ} = \frac{١ - ٥}{٣ - ٤} = ٢$



نلاحظ أن النقاط الثلاث لا تقع على استقامة واحدة.

١٧

١) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٢ - ٢}{٣ - ٢} = ١$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٣٠ - ٣٠}{٣٠ - ٣٠} = ١$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ وهما مشتركان فى نقطة ب

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

٢) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{(-٣) - ٢}{٥ - ٦} = \frac{١٠}{١٠-} = -١$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٧ - ٤-}{(-٦) - ٥} = \frac{١١}{١١} = ١$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ وهما مشتركان فى نقطة ب

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

١٨

٣) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٤ - ١٢}{(-٢) - ٢} = \frac{٨-}{٤} = -٢$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٤ - ٤-}{٢ - ٦} = \frac{٨-}{٤} = -٢$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ وهما مشتركان فى نقطة ب

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

١٩

١) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٠ - ١}{٣ - ٢} = \frac{١}{١} = ١$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{١ - ٠}{٥ - ٣} = \frac{١}{٢}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ النقط أ ، ب ، حـ لا تقع على استقامة واحدة.

٢) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١ - ٢}{(-١) - ٣} = \frac{١}{٤-}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٢ - ١}{٧ - ٣} = \frac{١}{٤}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ النقط أ ، ب ، حـ لا تقع على استقامة واحدة.

٣) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{(-٣) - ٢}{٠ - ٢} = \frac{٥}{٢}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٣٠- - ٣٠-}{٢٠- - ٣٠-} = ١$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ النقط أ ، ب ، حـ لا تقع على استقامة واحدة.

٢٠

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٥ - ٣-}{٢ + ١} = \frac{٢}{٣}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٥ - ١}{٢ - ٨} = \frac{٢}{٣-}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ∴ حـ $\notin \overleftrightarrow{أب}$

٢١

∵ ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٤ ، ١) ، (-٢ ، ٧)

$= \frac{١ - ٧}{٤ - ٢-} = \frac{٦-}{٦} = -١$

∵ ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين (-٢ ، ٧) ، (٣ ، ص)

$= \frac{ص - ٧}{٣ - (-٢)} = \frac{ص - ٧}{٥}$

∵ الثلاث نقاط تقع على مستقيم واحد.

∴ ميل المستقيم ثابت لأى زوج من النقط التى تقع عليه.

∴ $\frac{ص - ٧}{٥} = -١$ ∴ ص - ٧ = -٥

∴ ص = -٥ + ٧ ∴ ص = ٢

٢٢

∵ ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين

(٣ ، -١) ، (س ، ١) = $\frac{٢}{٣}$

∴ $\frac{١ - (-١)}{س - ٣} = \frac{٢}{٣}$ ∴ $\frac{٢}{س - ٣} = \frac{٢}{٣}$

∴ س - ٣ = ٣ ∴ س = ٦

∵ ميل المستقيم الذى يمر بالنقطتين

(٣ ، -١) ، (٩ ، ص) = $\frac{٢}{٣}$

∴ $\frac{ص - (-١)}{٩ - ٣} = \frac{٢}{٣}$ ∴ $\frac{ص + ١}{٦} = \frac{٢}{٣}$

∴ ٣ ص + ٣ = ١٢ ∴ ٣ ص = ٩

∴ ص = ٣

إجابات تمارين ١٣

١

∵ السرعة المنتظمة = $\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن الذى قطعت فيه}}$

$= \frac{١٨٠}{٣} =$ ٦٠ كم/ساعة

∴ المسافة المقطوعة

= السرعة المنتظمة × الزمن الذى قطعت فيه

= ٦٠ × ٥ = ٣٠٠ كم

٢

∵ معدل استهلاك الآلة للوقود

$= \frac{\text{كمية الوقود المستهلكة}}{\text{الزمن الذى استهلكت فيه}} = \frac{٢,٤٧}{٣}$

$= \frac{٢٤٧}{٣٠٠}$ لتر/ساعة

∴ كمية الوقود المستهلكة

= معدل استهلاك الوقود × الزمن الذى استهلكت فيه

$= \frac{٢٤٧}{٣٠٠} \times ١٠ = \frac{٢٤٧}{٣٠}$ لتر $٨\frac{١}{٣}$

٣

١) عند بدء الحركة الجسم على بعد ٢ متر من نقطة ثابتة

، عند زمن = ٦ يكون الجسم على بعد ٨ أمتار

ويأخذ النقطتين (٠ ، ٢) ، (٦ ، ٨) على الخط المستقيم الممثل للعلاقة بين زمن ، ف

∴ الميل = $\frac{٨ - ٢}{٦ - ٠} = \frac{٦}{٦} = ١$

وهو يمثل سرعة الجسم فى رحلة ذهاب.

٢) عند بدء الحركة الجسم على بعد ١٢ مترًا من نقطة ثابتة

، عند زمن = ٦ يكون الجسم على بعد ٣ متر

ويأخذ النقطتين (٠ ، ١٢) ، (٦ ، ٣) على الخط المستقيم الممثل للعلاقة بين زمن ، ف

∴ الميل = $\frac{٣ - ١٢}{٦ - ٠} = \frac{٩-}{٦} = \frac{٣}{٢}-$

وهو يمثل سرعة الجسم فى رحلة عودة.

٣) عند بدء الحركة الجسم على بعد ٨ أمتار

، عند زمن = ٦ يكون على بعد ٨ أمتار

، ∵ الخط الممثل للعلاقة أفقى

∴ الميل = صفر وهو يدل على أن الجسم ساكن

٤

نأخذ أى نقطتين على الخط المستقيم الممثل للعلاقة بين زمن ، ف ولتكن (٠ ، ٥٠) ، (٤ ، ١٥٠)

∴ السرعة المنتظمة = ميل الخط البيانى = $\frac{١٥٠ - ٥٠}{٤ - ٠}$

$= \frac{١٠٠}{٤} =$ ٢٥ كم/ساعة

٥

١) نأخذ أى نقطتين على الخط المستقيم الممثل للعلاقة بين زمن ، ف ولتكن (٠ ، ٥٠) ، (٢ ، ٢٠٠)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

∴ السرعة المنتظمة = ميل الخط البياني

$= \frac{٥٠ - ٢٠٠}{٠ - ٣} = ٧٥$ كم/ ساعة

[٢] من الشكل البياني : السيارة تبعد عن نقطة (و) ٢٧٥ كم بعد مرور ٣ ساعات من بداية الحركة.

٦

[١] السرعة خلال الساعات الثلاث الأولى

= ميل $\overleftrightarrow{وب} = \frac{١٢٥}{٣}$

$= ٤١\frac{٢}{٣}$ كم/ساعة

، السرعة خلال الساعتين التاليتين

= ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{١٢٥}{٢}$

$= ٦٢\frac{١}{٢}$ كم/ساعة

[٤] السرعة المتوسطة للسيارة خلال الرحلة كلها

$= \frac{\text{المسافة الكلية التي قطعت}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{٢٥٠}{٥}$

= ٥٠ كم/ساعة

٧

[١] السرعة خلال الثلاث ساعات الأولى

= ميل الخط البياني $= \frac{٢٠ - ٦٠}{٠ - ٣} = \frac{٤٠}{٣}$

$= ١٣\frac{١}{٣}$ كم/ساعة

[٣] السرعة خلال الأربع ساعات التالية

= ميل الخط البياني $= \frac{٦٠ - ٠}{٣ - ٧} = \frac{-٦٠}{٤}$

= -١٥ كم/ساعة

والإشارة السالبة تدل على أن الدراجة في طريق العودة عائدة بسرعة ١٥ كم/ س

، المسافة الكلية التي تحركتها الدراجة

= ٤٠ + ٦٠ = ١٠٠ كم

٨

[١] ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٢٠ - ٦٠}{٠ - ٤} = \frac{٤٠}{٤} = ١٠$

وهو يدل على تزايد رأس المال خلال الأربعة سنوات الأولى بمعدل ١٠ آلاف جنيه/ سنة

، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٦٠ - ٦٠}{٤ - ٦} =$ صفر

وهو يدل على ثبات رأس المال خلال السنتين الخامسة والسادسة.

، ميل $\overleftrightarrow{حـ ء} = \frac{٦٠ - ٥٠}{٦ - ٨} = \frac{-١٠}{٢} = -٥$

وهو يدل على تناقص رأس المال خلال السنتين السابعة والثامنة بمعدل ٥ آلاف جنيه/ سنة

[٢] رأس مال الشركة عند بدء عملها ٢٠ ألف جنيهًا.

٩

[١] ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١٢٥ - ٥٠}{٨ - ٠} = \frac{٧٥}{٨} = ٩\frac{٣}{٨}$

ويدل على تزايد الطول بزيادة عدد سنوات العمر

، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{١٧٥ - ١٢٥}{١٨ - ٨} = \frac{٥٠}{١٠} = ٥$

ويدل على تزايد الطول بزيادة عدد سنوات العمر ولكن بمعدل أقل منه في الثمانية أعوام الأولى.

، ميل $\overleftrightarrow{حـ ء} = \frac{١٧٥ - ١٧٥}{٢٢ - ١٨} =$ صفر

ويدل على ثبات الطول بالرغم من زيادة سنوات العمر من بعد ١٨ سنة.

[٣] ∵ طول الشخص عند عمر ٣٠ سنة = ١٧٥ سم

، طول الشخص عند عمر ٨ سنوات = ١٢٥ سم

∴ الفرق = ١٧٥ - ١٢٥ = ٥٠ سم

١٠

[١] أكبر سعة للخزان ٧٠ لترًا

[٢] يفرغ الخزان بعد مرور ٣٠ ساعة

[٣] يتبقى بالخزان ٣٥ لترًا

[٤] بأخذ النقطتين (٠ ، ٧٠) ، (٣٠ ، ٠) على الخط المستقيم الممثل للعلاقة.

∴ معدل استهلاك الوقود = ميل الخط البياني

$= \frac{٠ - ٧٠}{٣٠ - ٠} = -٢\frac{١}{٣}$ لتر/ساعة

والإشارة السالبة تدل على معدل استهلاك

أي أن كمية الوقود تستهلك بمعدل $٢\frac{١}{٣}$ لتر/ ساعة

١١

[١] ١٠٠ صفحة

[٢] وبأخذ النقطتين (٠ ، ١٠٠) ، (٣ ، ٤٠) على الخط المستقيم الممثل للعلاقة نجد أن معدل نقصان الصفحات المتبقية = ميل الخط البياني

$= \frac{٤٠ - ١٠٠}{٣ - ٠} = \frac{-٦٠}{٣} = -٢٠$ صفحة/ساعة

والإشارة السالبة تدل على نقصان الصفحات المتبقية.

أي أن الصفحات المتبقية تنقص بمعدل ٢٠ صفحة/ساعة.

[٣] ∵ الصفحات المتبقية تنقص بمعدل ٢٠ صفحة لكل ساعة ، هناك ١٠٠ صفحة

∴ ينتهي هذا الشخص من قراءة الكتاب بعد $\frac{١٠٠}{٢٠}$

= ٥ ساعات

١٢

[١] عمق البئر قبل بدء عمل الحفار = ٥ متر

[٢] عمق البئر بعد انتهاء عمل الحفار = ٤٠ متر

[٣] الزمن الكلي الذي استغرقه الحفار في الحفر

= ١٠ ساعات

[٤] متوسط العمق الذي يحفره الحفار في الساعات الخمس الأولى = ميل الخط البياني $= \frac{٥ - ٢٧,٥}{٠ - ٥}$

= ٤,٥ متر/ساعة

[٥] متوسط العمق الذي يحفره الحفار في الساعتين الأخيرتين = ميل الخط البياني $= \frac{٤٠ - ٢٧,٥}{١٠ - ٨}$

= ٦,٢٥ متر/ساعة

١٣

[١] السرعة أثناء رحلة الذهاب = ميل الخط البياني

$= \frac{٠ - ٦٠}{٣ - ٠} =$ ٢٠ كم/ساعة

[٢] السرعة المتوسطة أثناء رحلة العودة

$= \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{٦٠}{٥} =$ ١٢ كم/ساعة

[٣] تدل على أن الدراجة توقفت خلال الساعة السادسة من بدء الحركة.

١٤

نفرض أن المسافة المقطوعة = ف كم

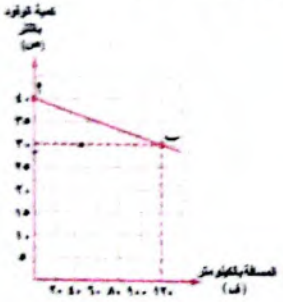
، كمية الوقود المتبقية بالخزان = ص لتر

∴ عند بدء الحركة تكون المسافة المقطوعة صفر

، كمية الوقود المتبقية بالخزان = ٤٠ لتر ويعبر عن ذلك بالنقطة أ (٠ ، ٤٠)

، ∵ بعد التحرك ١٢٠ كم فإن كمية الوقود المتبقية بالخزان $= \frac{٣}{٤} \times ٤٠ =$ ٣٠ لتر

ويعبر عن ذلك بالنقطة ب (١٢٠ ، ٣٠)



∴ معدل النقص في الوقود = ميل $\overleftrightarrow{أب}$

$= \frac{٣٠ - ٤٠}{١٢٠ - ٠} = \frac{-١٠}{١٢٠} = -\frac{١}{١٢}$

∴ كمية الوقود تنقص بمعدل لتر واحد لكل ١٢ كم

∴ المسافة التي تقطعها السيارة حتى يفرغ الخزان (٤٠ لتر) هي ١٢ × ٤٠ = ٤٨٠ كم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩

١ ١٠٠ كم

٢ القطار (أ) استغرق ساعتين

، القطار (ب) استغرق ساعتين ونصف الساعة

٣ السرعة المتوسطة = المسافة المقطوعة / الزمن الكلى الذى قطعت فيه

، بالنسبة للقطار (أ) السرعة المتوسطة = ٢٠٠ / ٢

= ١٠٠ كم/ساعة

، بالنسبة للقطار (ب) السرعة المتوسطة = ١٠٠ / ٢,٥

= ٤٠ كم/ساعة

٤ تدل على أن القطار (أ) كان ساكنًا من الساعة العاشرة ونصف حتى الساعة الحادية عشرة ونصف.

١٠

١ السلحفاة

٢ سرعة السلحفاة = المسافة المقطوعة / الزمن الذى قطعت فيه

= ١٠٠ / ٦٠ = ١ ٢/٣ متر/دقيقة

٣ السرعة المتوسطة للأرنب = المسافة الكلية / الزمن الكلى = ١٠٠ / ٦٥

= ١ ٧/١٣ متر/دقيقة

٤ تدل على أن الأرنب توقف عن الحركة من الدقيقة العاشرة إلى الدقيقة الستين.

١١



١ سرعة الدراجة = ميل الخط البيانى

= (١٢٥ − ٢٠٠) / (٢ − ٨) = ١٢,٥ كم/ساعة

٢ ٣٠٠ دقيقة = ٥ ساعات وتكون الدراجة وقتها على بعد ١٦٢,٥ كم

٣ ٧ ساعات

٤ من الرسم البيانى : بعد نقطة البداية عن النقطة الثابتة = ١٠٠ كم

موقع التفوق
ALtfwok

إجابات الوحدة الثالثة

إجابات تمارين ١٤

١

المجموعات	العلامات	التكرار	المجموعات	التكرار
-٢٥	////	٥	-٢٥	٥
-٣٠	/// //// ///	١٣	-٣٠	١٣
-٣٥	/ //// //// ///	١٦	-٣٥	١٦
-٤٠	////	٥	-٤٠	٥
-٤٥	/	١	-٤٥	١
المجموع		٤٠	المجموع	٤٠

٢

المجموعات	العلامات	التكرار	المجموعات	التكرار
-٢٠	////	٤	-٣٠	٤
-٤٠	////	٥	-٤٠	٥
-٥٠	// ////	٧	-٥٠	٧
-٦٠	/// ////	٨	-٦٠	٨
-٧٠	/ ////	٦	-٧٠	٦
-٨٠	////	٤	-٨٠	٤
-٩٠	/ ////	٦	-٩٠	٦
المجموع		٤٠	المجموع	٤٠

والمجموعة التى بها أكبر تكرار هى ٦٠-

والمجموعات التى بها أقل تكرار هى ٨٠- ، ٣٠-

٣ ١

المجموعات	العلامات	التكرار	المجموعات	التكرار
-٢٠	///	٣	-٢٠	٣
-٢٤	//	٢	-٢٤	٢
-٢٨	/ ////	٦	-٢٨	٦
-٣٢	// ////	٧	-٣٢	٧
-٣٦	// //// ////	١٢	-٣٦	١٢
المجموع		٣٠	المجموع	٣٠

٢ ١٢ تلميذًا.

٤

المجموعات	العلامات	التكرار	المجموعات	التكرار
--	//	٢	--	٢
-٤	// ////	٧	-٤	٧
-٨	// //// ////	١٢	-٨	١٢
-١٢	//// //// ////	١٥	-١٢	١٥
-١٦	////	٤	-١٦	٤
المجموع		٤٠	المجموع	٤٠

النسبة المئوية للحاصلين على ١٢ درجة فأكثر

= ١٩ / ٤٠ × ١٠٠ = ٤٧,٥ ٪

٥

١ أقل طول : ١١٢ سم ، أكبر طول : ١٩٩ سم

، المدى = ١٩٩ − ١١٢ = ٨٧ سم

٢

المجموعات	العلامات	التكرار	المجموعات	التكرار
-١١٠	//	٢	-١١٠	٢
-١٢٠	///	٣	-١٢٠	٣
-١٣٠	///	٣	-١٣٠	٣
-١٤٠	/ ////	٦	-١٤٠	٦
-١٥٠	//// ////	٩	-١٥٠	٩
-١٦٠	/// ////	٨	-١٦٠	٨
-١٧٠	// ////	٧	-١٧٠	٧
-١٨٠	// ////	٧	-١٨٠	٧
-١٩٠	////	٥	-١٩٠	٥
المجموع		٥٠	المجموع	٥٠

٦

المجموعات	العلامات	التكرار	المجموعات	التكرار
-١٦٥	/// ////	٨	-١٦٥	٨
-١٧٠	//// ////	١٠	-١٧٠	١٠
-١٧٥	//// //// ////	١٥	-١٧٥	١٥
-١٨٠	/ ////	٦	-١٨٠	٦
-١٨٥	//// ////	١٠	-١٨٥	١٠
-١٩٠	////	٤	-١٩٠	٤
-١٩٥	/	١	-١٩٥	١
-٢٠٠	/	١	-٢٠٠	١
المجموع		٥٥	المجموع	٥٥

١ ٣٩ جنديًا.

٢ ٢٢ جنديًا.

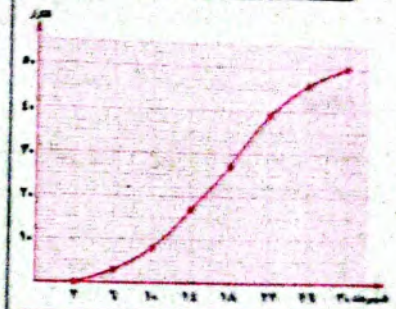
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات تمارين ١٥

أولاً مسائل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

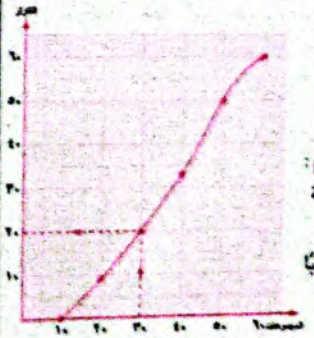
١

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢	صفر
أقل من ٤	٣
أقل من ٦	٨
أقل من ٨	١٧
أقل من ١٠	٢٧
أقل من ١٢	٣٩
أقل من ١٤	٤٦
أقل من ١٦	٥٠



٢

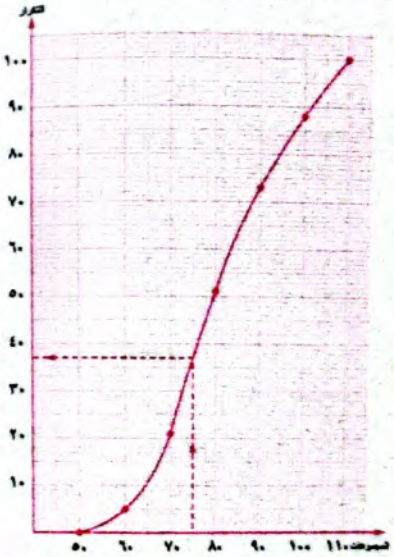
الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٠	٠
أقل من ٢٠	٩
أقل من ٣٠	٢٠
أقل من ٤٠	٣٣
أقل من ٥٠	٤٥
أقل من ٦٠	٥٠



من الرسم :
عدد الطلبة الراسبين = ٢٠ طالبًا

٣

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٥٠	٠
أقل من ٦٠	٥
أقل من ٧٠	٢١
أقل من ٨٠	٥١
أقل من ٩٠	٧٣
أقل من ١٠٠	٨٨
أقل من ١١٠	١٠٠



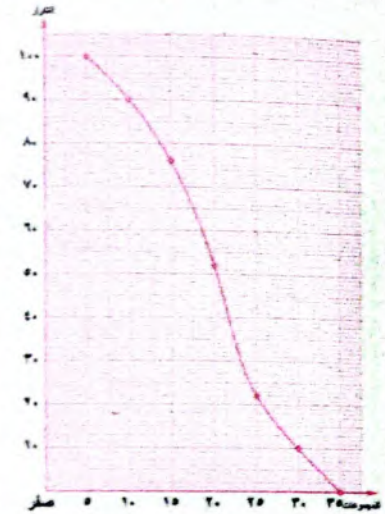
٢ من الرسم : عدد المصانع التى تعمل أقل من ٧٥ ساعة = ٣٧ مصنعًا

٣ النسبة المئوية لعدد المصانع التى تعمل أقل من ٧٥ ساعة = $\frac{٣٧}{١٠٠} \times ١٠٠\,\% = ٣٧\,\%$

ثانيًا مسائل على المنحنى التكراري المتجمع النازل

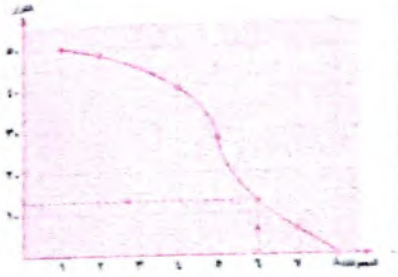
٤

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٥ فاكثر	١٠٠
١٠ فاكثر	٩٠
١٥ فاكثر	٧٦
٢٠ فاكثر	٥٢
٢٥ فاكثر	٢٢
٣٠ فاكثر	١٠
٣٥ فاكثر	صفر



٥

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١ فاكثر	٥٠
٢ فاكثر	٤٨
٣ فاكثر	٤٥
٤ فاكثر	٤٠
٥ فاكثر	٢٨
٦ فاكثر	١٣
٧ فاكثر	٦
٨ فاكثر	٠

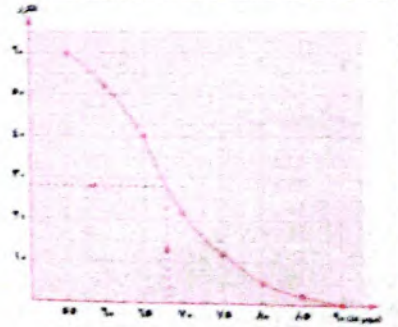


٢ من الرسم : عدد التلاميذ الذين يذاكرون ٦ ساعات فاكثر يوميًا = ١٣ تلميذًا .

٣ النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين يذاكرون ٦ ساعات فاكثر يوميًا = $\frac{١٣}{٥٠} \times ١٠٠\,\% = ٢٦\,\%$

٤ القيمة المجهولة بالجدول هى ١٠

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٥٥ فاكثر	٦٠
٦٠ فاكثر	٥٢
٦٥ فاكثر	٤٠
٧٠ فاكثر	٢٢
٧٥ فاكثر	١٢
٨٠ فاكثر	٥
٨٥ فاكثر	٢
٩٠ فاكثر	٠

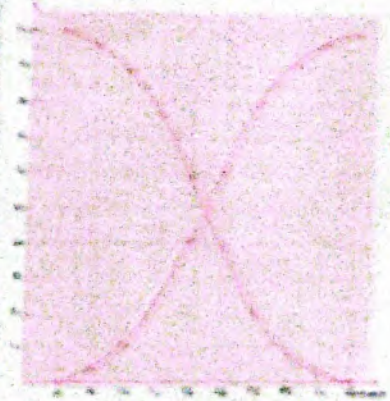


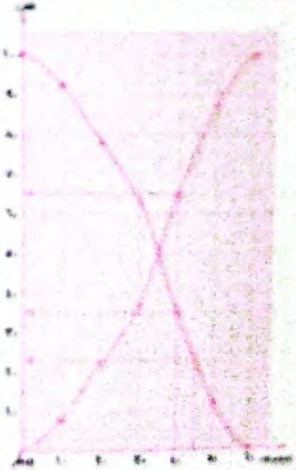
عدد الذين وزنهم ٦٨ كجم فاكثر = ٢٨ شخصًا

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner



٢ ٧٥٠ طالبًا. ٣ ١٥٠ طالبًا.





٤ عدد الطلاب الحاصلين على أقل من ٤ درجات = ٦٥
عدد الطلاب الحاصلين على ٤٠ درجة فأكثر = ٣٥
٤ عدد الطلاب الحاصلين على ٦٠ درجة فأكثر = ١٨
فإن نسبتهم المئوية = $\frac{١٨}{١٠٠} \times ١٠٠ = ١٨\%$
٥ عدد الطلاب الحاصلين على ٤٢ درجة فأكثر = ٢٣
فإن نسبتهم المئوية = $\frac{٢٣}{١٠٠} \times ١٠٠ = ٢٣\%$

إجابات تمارين ١٦

١ مجموع هذه القيم
عدد هذه القيم
٢ حدها الأدنى ، حدها الأعلى
٣ ٦٠ ٤ ١١ ٥ ١٤ ٦ ٢٩٤٠

٤ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (ب) ٤ (ب) ٥ (أ)

٢

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-٥	١٠	٦	٦٠
-١٥	٢٠	٨	١٦٠
-٢٥	٣٠	٤	١٢٠
-٣٥	٤٠	٢	٨٠
المجموع		٢٠	٤٢٠

∴ الوسط الحسابي = $\frac{٤٢٠}{٢٠} = ٢١$

٣

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-١٠	١٥	١	١٥
-٢٠	٢٥	٢	٥٠
-٣٠	٣٥	٤	١٤٠
-٤٠	٤٥	٢	٩٠
-٥٠	٥٥	١	٥٥
المجموع		١٠	٣٥٠

١ الوسط الحسابي = $\frac{٢٠٠}{١٠}$ = ٢٠ درجة
٢ عدد الطلاب الراسبين = ٣٠ طالبًا

٣

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-١٢	١٤	٦	٨٤
-٢٤	٢٢	١٤	٣٠٨
-٣٦	٣٠	٢٥	٧٥٠
-٤٨	٤٢	٢٠	٨٤٠
-٦٠	٥٤	١٢	٦٤٨
-٧٢	٦٦	٩	٥٩٤
-٨٤	٧٨	٤	٣١٢
المجموع		١٠٠	٣٨١٦

∴ الوسط الحسابي = $\frac{٣٨١٦}{١٠٠}$ = ٣٨ ، ١٦ سم

٤

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-١٥	٢٠	٣	٦٠
-٢٥	٣٠	٣	٩٠
-٣٥	٤٠	٥	٢٠٠
-٤٥	٥٠	٨	٤٠٠
-٥٥	٦٠	٦	٣٦٠
-٦٥	٧٠	٤	٢٨٠
-٧٥	٨٠	٣	٢٤٠
المجموع		٣٠	١٤٣٠

∴ الوسط الحسابي للأجور = $\frac{١٤٣٠}{٣٠}$ = ٤٧ جنيهًا

٥

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-١٤٠	١٤٢	١٢	١٧٠٤
-١٤٤	١٤٦	٣٠	٤٣٨٠
-١٤٨	١٥٠	٣٨	٥٧٠٠
-١٥٢	١٥٤	٢٢	٣٣٨٨
-١٥٦	١٥٨	١٧	٢٦٨٦
-١٦٠	١٦٢	١١	١٧٨٢
المجموع		١٤٠	١٨١٨٠

∴ الوسط الحسابي = $\frac{١٨١٨٠}{١٤٠}$ = ١٢٩ ، ٥ سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩ (١)

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-١	١,٥	٢	٣
-٢	٢,٥	٣	٧,٥
-٣	٣,٥	٥	١٧,٥
-٤	٤,٥	١٢	٥٤
-٥	٥,٥	١٥	٨٢,٥
-٦	٦,٥	٧	٤٥,٥
-٧	٧,٥	٦	٤٥
المجموع		٥٠	٢٥٥

∴ الوسط الحسابى لعدد ساعات المذاكرة اليومية

$= \frac{٢٥٥}{٥٠} = ٥,١$ ساعة

(٢) عدد التلاميذ الذين يذاكرون أقل من ٤ ساعات

= ٢ + ٣ + ٥ = ١٠ تلاميذ

١٠ (١) ٢٥ - ، ١٠

(٢)

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-٥	١٠	٣	٣٠
-١٥	٢٠	١٠	٢٠٠
-٢٥	٣٠	١٢	٣٦٠
-٣٥	٤٠	١٠	٤٠٠
-٤٥	٥٠	٥	٢٥٠
المجموع		٤٠	١٢٤٠

∴ الوسط الحسابى $= \frac{١٢٤٠}{٤٠} = ٣١$ درجة

(٣) عدد الطلاب الذين لا تقل درجاتهم عن ٣٥

يساوى ١٥ طالبًا

١١ العدد الناقص فى الجدول = ٥

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-٦	٨	٢	١٦
-١٠	١٢	٣	٣٦
-١٤	١٦	٥	٨٠
-١٨	٢٠	٨	١٦٠
-٢٢	٢٤	٦	١٤٤
-٢٦	٢٨	٤	١١٢
-٣٠	٣٢	٢	٦٤
المجموع		٣٠	٦١٢

∴ الوسط الحسابى $= \frac{٦١٢}{٣٠} = ٢٠,٤$ كجم

١٢ (١) س = ٣٠

، ك + ٢ = ١٠٠ - (١٠ + ١٧ + ٢٠ + ٣٢ + ٤) = ١٧

∴ ك = ١٥

(٢)

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-١٠	١٥	١٠	١٥٠
-٢٠	٢٥	١٧	٤٢٥
-٣٠	٣٥	٢٠	٧٠٠
-٤٠	٤٥	٣٢	١٤٤٠
-٥٠	٥٥	١٧	٩٣٥
-٦٠	٦٥	٤	٢٦٠
المجموع		١٠٠	٣٩١٠

∴ الوسط الحسابى $= \frac{٣٩١٠}{١٠٠} = ٣٩,١$

١٣ (١) ٢ ك + ٤ ك = ٥٠ - (٧ + ١٠ + ٨ + ٤)

∴ ٧ ك = ٢١ ∴ ك $= \frac{٢١}{٧} = ٣$

(٢)

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-٣٠	٣٢,٥	٧	٢٢٧,٥
-٣٥	٣٧,٥	٩	٣٣٧,٥
-٤٠	٤٢,٥	١٢	٥١٠
-٤٥	٤٧,٥	١٠	٤٧٥
-٥٠	٥٢,٥	٨	٤٢٠
-٥٥	٥٧,٥	٤	٢٣٠
المجموع		٥٠	٢٢٠٠

∴ الوسط الحسابى $= \frac{٢٢٠٠}{٥٠} = ٤٤$ كجم

١٣ (١) ك - ٢ = ٥٠ - (٤ + ٥ + ٨ + ٧ + ١)

∴ ك - ٢ = ٢٠ ∴ ك = ٢٢

(٢)

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-٢	٤	٤	١٦
-٦	٨	٥	٤٠
-١٠	١٢	٨	٩٦
-١٤	١٦	٢٠	٣٢٠
-١٨	٢٠	٧	١٤٠
-٢٢	٢٤	٥	١٢٠
-٢٦	٢٨	١	٢٨
المجموع		٥٠	٧٦٠

∴ الوسط الحسابى $= \frac{٧٦٠}{٥٠} = ١٥,٢$ يومًا

١٤ ∵ مجموع درجات التلميذ فى الخمسة أشهر الأولى

= ٥ × ٢٣,٨ = ١١٩ درجة

نفرض أن درجة التلميذ فى الشهر السادس = س

∴ $\frac{١١٩ + س}{٦} = ٢٤$

∴ ١١٩ + س = ١٤٤

∴ س = ١٤٤ - ١١٩ = ٢٥ درجة

∴ درجة التلميذ فى الشهر السادس يجب أن تكون ٢٥ درجة.

١٥ ∵ مجموع درجات مجدى فى ٤ اختبارات

= ٤ × ١٦ = ٦٤ درجة

نفرض أن درجة مجدى فى الاختبار الخامس = س

∴ $\frac{٦٤ + س}{٥} = ١٨$ ∴ ٦٤ + س = ٩٠

∴ س = ٩٠ - ٦٤ = ٢٦ درجة

∴ درجة مجدى فى الاختبار الخامس يجب أن تكون ٢٦ درجة.

١٦ (١) أ $= \frac{٤ + ٠}{٢} = ٢$ ، ب $= \frac{٩٠}{٦} = ١٥$

، حـ $= \frac{٣٠٠}{٣٠} = ١٠$ ، د $= \frac{٤ + ٤}{٢} = ٦$ ∴ ٤ = ٨

، هـ $= \frac{١٢ + ١٦}{٢} = ١٤$ ، و $= \frac{١٦ + ٢٠}{٢} = ١٨$

، س = ١٠ × ١٨ = ١٨٠

، ص = ١١٤٠ - (١٠ + ٩٠ + ٣٠٠ + ١٨٠) = ٥٦٠

، ع $= \frac{٥٦٠}{١٤} = ٤٠$

، م = ٥ + ١٥ + ٣٠ + ٤٠ + ١٠ = ١٠٠

(٢) الوسط الحسابى $= \frac{١١٤٠}{١٠٠} = ١١,٤$ درجة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات تمارين ١٧

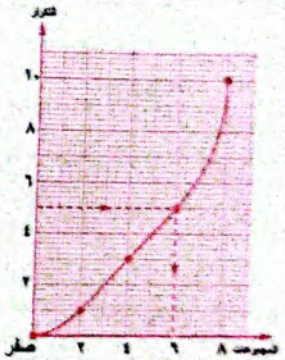
١

(١) (ب)　(٢) (جـ)　(٣) (أ)　(٤) (د)

(٥) (ب)　(٦) (هـ)　(٧) (د)

٢

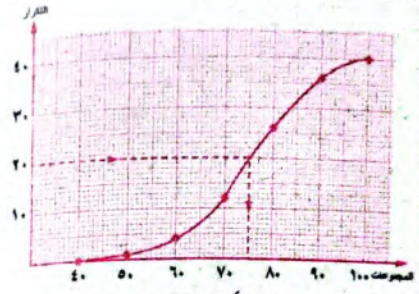
الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٠	٠
أقل من ٢	١
أقل من ٤	٣
أقل من ٦	٥
أقل من ٨	١٠



∵ ترتيب الوسيط = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥　∴ الوسيط = ٦

٣

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٤٠	٠
أقل من ٥٠	١
أقل من ٦٠	٤
أقل من ٧٠	١٢
أقل من ٨٠	٢٦
أقل من ٩٠	٣٦
أقل من ١٠٠	٤٠

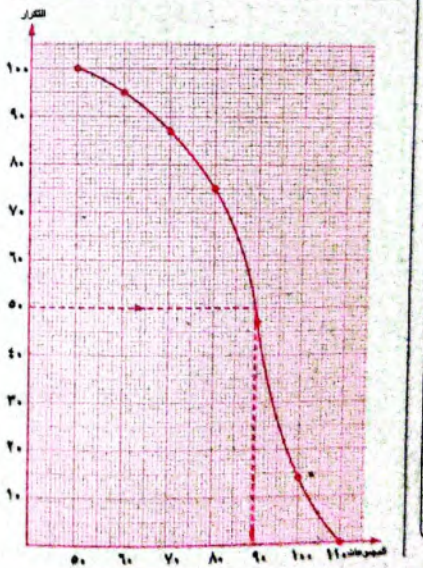


∵ ترتيب الوسيط = $\frac{٤٠}{٢}$ = ٢٠

∴ نسبة الذكاء الوسيطة = ٧٥٪ تقريبًا

٤

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٥٠ فأكثر	١٠٠
٦٠ فأكثر	٩٥
٧٠ فأكثر	٨٧
٨٠ فأكثر	٧٥
٩٠ فأكثر	٤٧
١٠٠ فأكثر	١٤
١١٠ فأكثر	٠

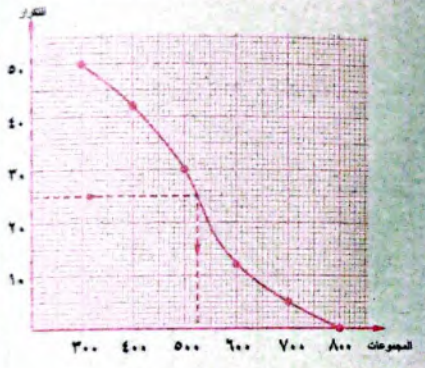


∵ ترتيب الوسيط = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

∴ العدد الوسيط لساعات العمل = ٨٩,٥ ساعة تقريبًا

٥

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٣٠٠ فأكثر	٥٠
٤٠٠ فأكثر	٤٢
٥٠٠ فأكثر	٣٠
٦٠٠ فأكثر	١٢
٧٠٠ فأكثر	٥
٨٠٠ فأكثر	صفر

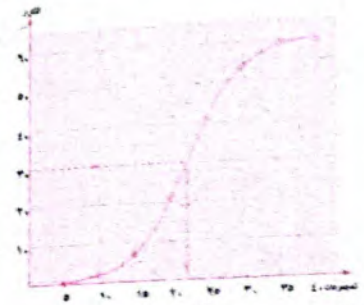


∵ ترتيب الوسيط = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

∴ الأجر الوسيط = ٥٢٠ جنيهًا تقريبًا

٦

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٥	٠
أقل من ١٠	٢
أقل من ١٥	٧
أقل من ٢٠	٢١
أقل من ٢٥	٤١
أقل من ٣٠	٥٤
أقل من ٣٥	٥٩
أقل من ٤٠	٦٠

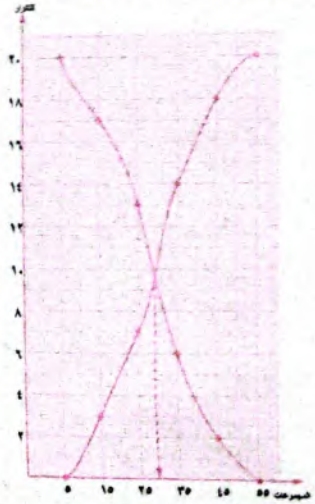


∵ ترتيب الوسيط = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠

∴ الدرجة الوسيطة = ٢٢ درجة تقريبًا

٧

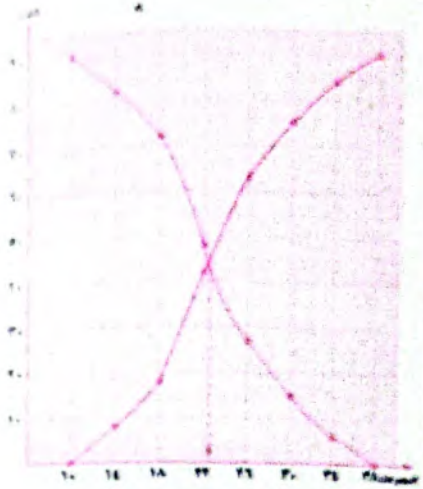
الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
أقل من ٥	٠	٥ فأكثر	٢٠
أقل من ١٥	٣	١٥ فأكثر	١٧
أقل من ٢٥	٧	٢٥ فأكثر	١٣
أقل من ٣٥	١٤	٣٥ فأكثر	٦
أقل من ٤٥	١٨	٤٥ فأكثر	٢
أقل من ٥٥	٢٠	٥٥ فأكثر	٠



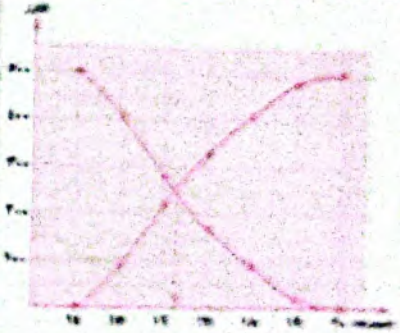
∴ الوزن الوسيط = ٢٩ كجم تقريبًا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
أقل من ١٥	٠	١٤ فأكثر	٥٠٠
أقل من ١٦	٩٠	١٥ فأكثر	٤١٠
أقل من ١٧	٢٢٠	١٦ فأكثر	٣٨٠
أقل من ١٨	٣٣٠	١٧ فأكثر	١٧٠
أقل من ١٩	٤١٠	١٨ فأكثر	٩٠
أقل من ٢٠	٤٨٠	١٩ فأكثر	٢٠
أقل من ٢١	٥٠٠	٢٠ فأكثر	٠



∴ الدرجة الوسيطة = ٢٢,٥ درجة تقريبًا



∴ العمر الوسيط = ١٩,٣ سنة تقريبًا

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ك)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ك)
-٢	٤	٣	١٢
-٦	٨	٥	٤٠
-١٠	١٢	٩	١٠٨
-١٤	١٦	١٠	١٦٠
-١٨	٢٠	١٢	٢٤٠
-٢٢	٢٤	٧	١٦٨
-٢٦	٢٨	٤	١١٢
المجموع		٥٠	٨٤٠

∴ الوسط الحسابي = $\frac{٨٤٠}{٥٠}$ = ١٦,٨

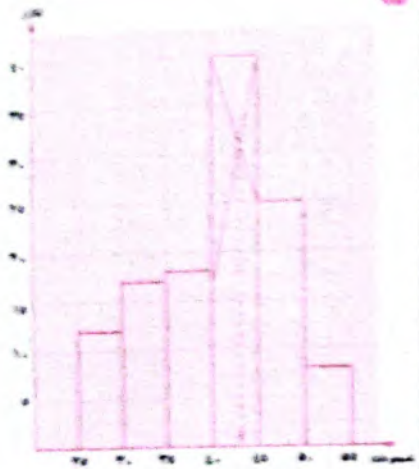
ب تكون جدول التكرار المتجمع الصاعد :

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢	٠
أقل من ٦	٣
أقل من ١٠	٨
أقل من ١٤	١٧
أقل من ١٨	٢٧
أقل من ٢٢	٣٩
أقل من ٢٦	٤٦
أقل من ٣٠	٥٠

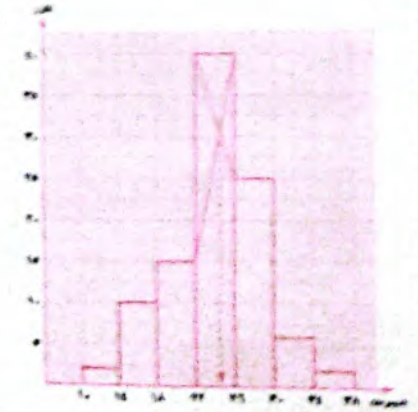
الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
أقل من ١٠	٠	١٠ فأكثر	٩٠
أقل من ١٢	٨	١٢ فأكثر	٨٢
أقل من ١٤	١٥	١٤ فأكثر	٧٢
أقل من ١٦	٢٤	١٦ فأكثر	٤٨
أقل من ١٨	٣٣	١٨ فأكثر	٣٧
أقل من ٢٠	٤٥	٢٠ فأكثر	١٥
أقل من ٢٢	٨٤	٢٢ فأكثر	٦
أقل من ٢٤	٩٠	٢٤ فأكثر	٠

تدريب (١٨)

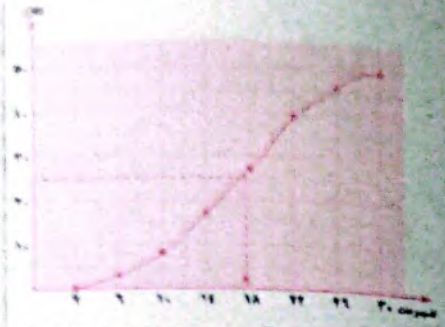
١ (ب) ٢ (أ) ٣ (جـ) ٤ (جـ) ٥ (أ) ٦ (جـ) ٧ (أ)



∴ من الرسم : العمر المئوي = ٤٣ سنة



∴ من الرسم : الدرجة المئوية = ٢٤,٥ درجة



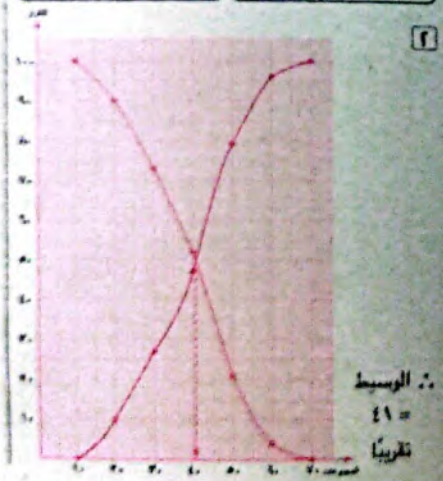
∴ ترتيب الوسيط = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥ ∴ الوسيط = ١٧,٦ تقريبًا

٩ أ س = ٣٠ ، ك + ٢ = ١٠٠ - (١٠ + ١٧ + ٢٠ + ٣٢ + ٤)

∴ ك + ٢ = ١٧ ∴ ك = ١٥

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
أقل من ١٠	٠	١٠ فأكثر	١٠٠
أقل من ٢٠	١٠	٢٠ فأكثر	٩٠
أقل من ٣٠	٢٧	٣٠ فأكثر	٧٣
أقل من ٤٠	٤٧	٤٠ فأكثر	٥٣
أقل من ٥٠	٧٩	٥٠ فأكثر	٣١
أقل من ٦٠	٩٦	٦٠ فأكثر	٤
أقل من ٧٠	١٠٠	٧٠ فأكثر	٠

ب

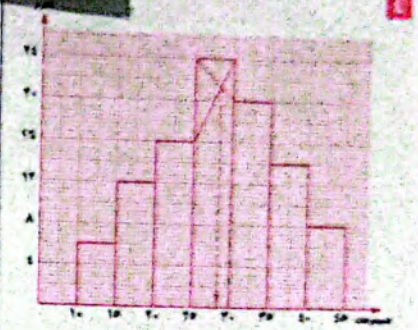


∴ الوسيط = ٤١ تقريبًا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

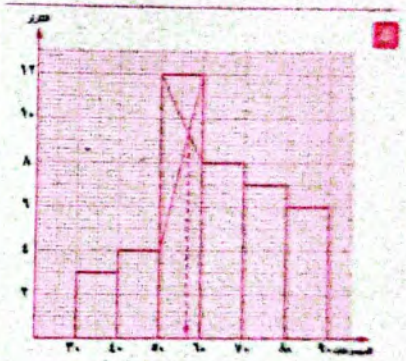
موقع التفوق

٤



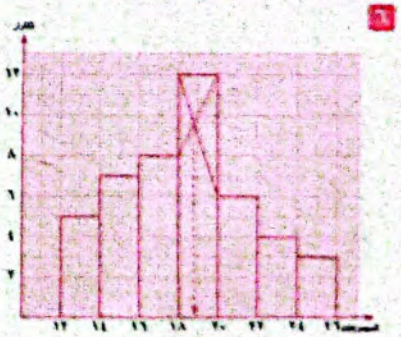
* من الرسم : الأجر المنوالى ≈ ٢٨,٥ جنيهًا

٥



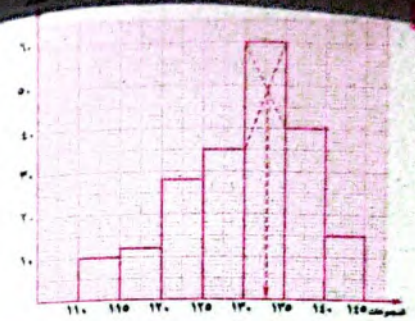
* من الرسم : المنوال = ٥٧ درجة

٦



* من الرسم : العمر المنوالى ≈ ١٨,٨ سنة

٧



* من الرسم : الطول المنوالى ≈ ١٣٢,٧٥ سم

٨

١ ∵ ل + ٤ + ٣ ل + ٤ ل + ٣ ل + ١

+ ٣ ل − ١ + ل + ١ = ٥٠

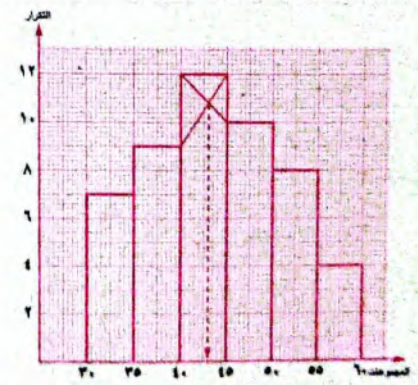
∴ ١٥ ل + ٥ = ٥٠

∴ ١٥ ل = ٤٥

∴ ل = ٣

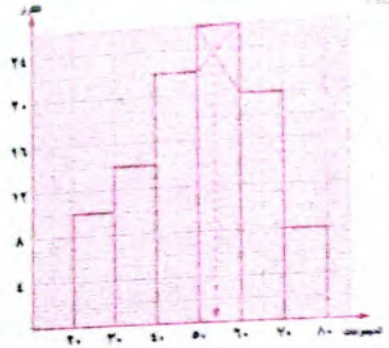
٢

الوزن بالكجم	-٢٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	-٥٥	المجموع
عدد التلاميذ	٧	٩	١٢	١٠	٨	٤	٥٠



* من الرسم : الوزن المنوالى = ٤٣ كجم

٣



* من الرسم : القيمة المنوالية = ٥٤

٩

١ ∵ ٣ ل + ٤ ل = ٥٠ − (٧ + ١٠ + ٨ + ٤)

∴ ٧ ل = ٢١ ∴ ل = $\frac{٢١}{٧}$ = ٣

٢

المجموعات	التكرارات (ل)	مراكز المجموعات (م)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ل)
-٣٠	٧	٣٢,٥	٢٢٧,٥
-٣٥	٩	٣٧,٥	٣٣٧,٥
-٤٠	١٢	٤٢,٥	٥١٠
-٤٥	١٠	٤٧,٥	٤٧٥
-٥٠	٨	٥٢,٥	٤٢٠
-٥٥	٤	٥٧,٥	٢٣٠
المجموع	٥٠		٢٢٠٠

∴ الوسط الحسابى = $\frac{٢٢٠٠}{٥٠}$ = ٤٤ كجم

٣

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٣٠	٠
أقل من ٣٥	٧
أقل من ٤٠	١٦
أقل من ٤٥	٢٨
أقل من ٥٠	٣٨
أقل من ٥٥	٤٦
أقل من ٦٠	٥٠

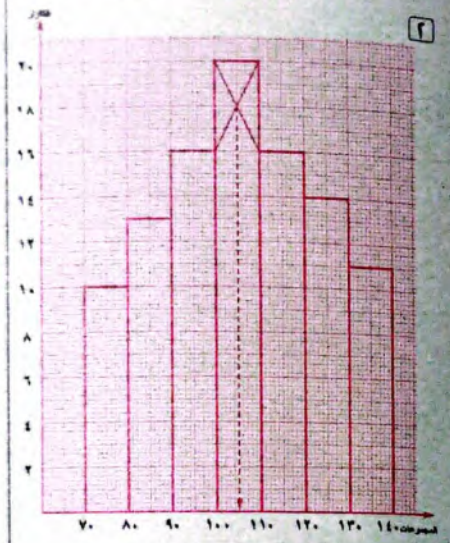
١٠

١ ل = ١٠٠ − (١٠ + ٢٢ + ٢٦ + ٢٠ + ٨) = ١٤

٢

المجموعات	مراكز المجموعات (م)	التكرارات (ل)	مراكز المجموعات × التكرارات (م × ل)
-٢٠	٢٥	١٠	٢٥٠
-٣٠	٣٥	١٤	٤٩٠
-٤٠	٤٥	٢٢	٩٩٠
-٥٠	٥٥	٢٦	١٤٣٠
-٦٠	٦٥	٢٠	١٣٠٠
-٧٠	٧٥	٨	٦٠٠
المجموع		١٠٠	٥٠٦٠

∴ الوسط الحسابى = $\frac{٥٠٦٠}{١٠٠}$ = ٥٠,٦



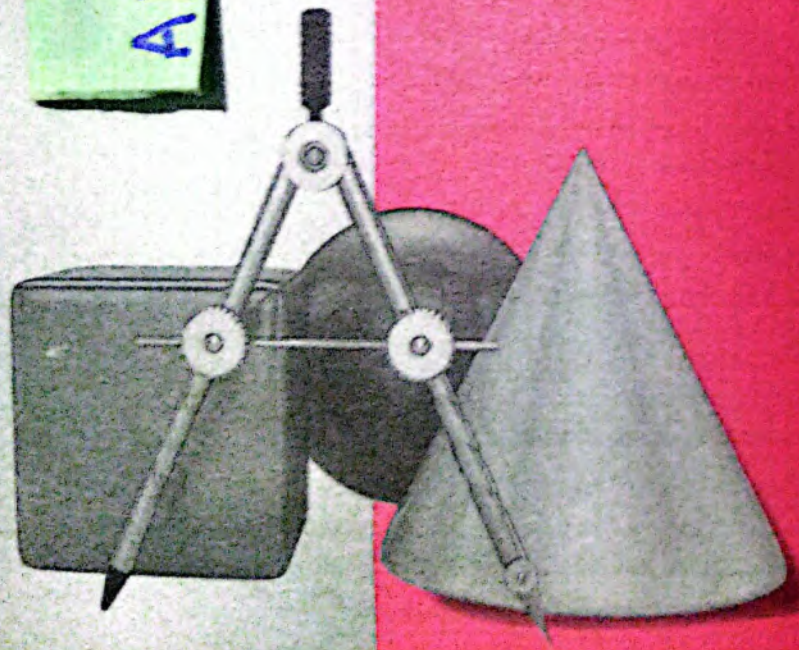
* من الرسم : الأجر المنوالى = ١٠٥ جنيهات

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق
ALtFw٥٩٨.com

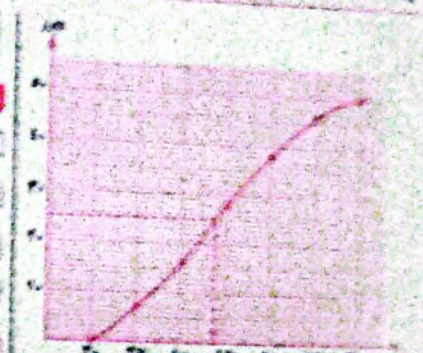
إجابات تمارين

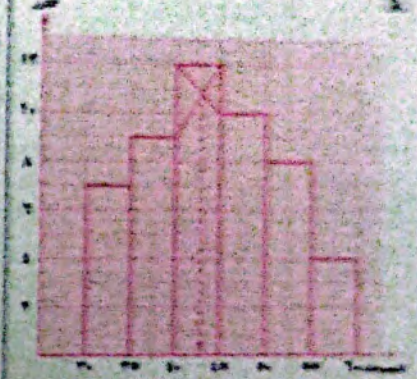
الهندسة



١ ٦	٢ صفر	٣ ١٥
٤ ١٥٤	٥ ٢١	٦ $\frac{٢}{٣}$
٧ ٧٥٠٠	٨ ٤	٩ ١٢
١٠ ٩	١١ ٣٧ ساعة	١٢ ٢٠٨٠٦

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (أ)
٤ (أ)	٥ (د)	٦ (جـ)
٧ (د)	٨ (ب)	٩ (د)
١٠ (د)	١١ (جـ)	١٢ (أ)





من الرسم، الوتر المتوالي = ١٢ كم

ترتيب الوسيط = $\frac{٢٥}{٢}$ = ١٢,٥

∴ الوسيط = ١٢,٥ كم

موقع التفوق
ALtFwoK

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات الوحدة الرابعة

إجابات تمارين ١

١ (١) متوسطًا (٢) ٢ (٣) نقطة واحدة
(٤) ٢ : ١ (٥) ٢ : ١ (٦) ٤ (٧) ١٦

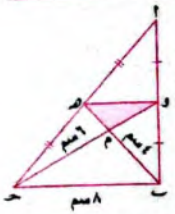
٢ (١) (د) (٢) (أ) (٣) (د) (٤) (د)
(٥) (أ) (٦) (د) (٧) (جـ)

٣
(١) ٨ سم ، ٥ سم (٢) ٦ سم ، ٤ سم ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$
(٣) ٦ سم ، ٣ سم ، ٤ سم
(٤) ٥ سم ، ١٢ سم ، ٣٧ سم

٤
∵ $\overline{أء}$ ، $\overline{بهـ}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ
، $\overline{أء} \cap \overline{بهـ} = \{م\}$
∴ م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
∴ م ء = $\frac{١}{٢}$ أ ء = $\frac{١}{٢} \times ٦ = ٢$ سم (١)
، م هـ = $\frac{١}{٢}$ ب هـ = $\frac{١}{٢} \times ٩ = ٣$ سم (٢)
، ∵ ء منتصف $\overline{بحـ}$
، هـ منتصف $\overline{أحـ}$ فى Δ أ ب حـ
∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب = $\frac{١}{٢} \times ٩ = ٤,٥$ سم (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣)
∴ محيط Δ م ء هـ = ٢ + ٣ + ٤,٥ = ٩,٥ سم
(وهو المطلوب)

٥
∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$ (معطى)
∴ ب حـ = ٢ ء هـ ∴ ب حـ = ٨ سم
، ∵ م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
∴ م حـ = ٢ ء م ∴ م حـ = ٦ سم
، ب م = $\frac{٢}{٣}$ ب هـ ∴ ب م = ٤ سم
∴ محيط Δ ب م حـ = ٨ + ٦ + ٤ = ١٨ سم
(وهو المطلوب)

٦
∵ م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
∴ س م = $\frac{١}{٢}$ م حـ = ٤ سم
∴ محيط Δ م س ص = ٤ + ٥ + ٣ = ١٢ سم
(المطلوب أولاً)
، أ م = ٢ م ص = ٦ سم
، ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{بحـ}$
∴ أ حـ = ٢ س ص = ١٠ سم
∴ محيط Δ م أ حـ = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ سم
(المطلوب ثانيًا)

٧


∵ و منتصف $\overline{أب}$
، هـ منتصف $\overline{أحـ}$
∴ $\overline{بهـ}$ ، $\overline{حو}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ
∴ م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
∴ م هـ = $\frac{١}{٢}$ ب م = ٢ سم (١)
، م و = $\frac{١}{٢}$ م حـ = ٣ سم (٢)
، ∵ و منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$
∴ و هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٤ سم (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ محيط Δ م و هـ = ٢ + ٣ + ٤ = ٩ سم
(وهو المطلوب)

٨
∵ م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
∴ م و = $\frac{١}{٢}$ أ م (١)
، م ء = $\frac{١}{٢}$ م حـ (٢)
، ∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ، و منتصف $\overline{بحـ}$ فى Δ أ ب حـ
∴ ء و = $\frac{١}{٢}$ أ حـ (٣)

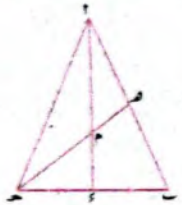
بجمع (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ م و + م ء + ء و = $\frac{١}{٢}$ أ م + $\frac{١}{٢}$ م حـ + $\frac{١}{٢}$ أ حـ
∴ محيط Δ م و ء = $\frac{١}{٢}$ (أ م + م حـ + أ حـ)
= $\frac{١}{٢}$ محيط Δ أ م حـ
= $\frac{١}{٢} \times ٣٦ = ١٨$ سم (وهو المطلوب)

٩
∵ م نقطة تلاقى متوسطات Δ أ ب حـ
∴ $\overline{حء}$ ، $\overline{أهـ}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ
∴ م ء = $\frac{١}{٢}$ م حـ = ٣ سم
، ∵ Δ أ م ء قائم الزاوية فى م
∴ (أ م)^{٢} = (أ ء)^{٢} − (م ء)^{٢} = ٢٥ − ٩ = ١٦
∴ أ م = ٤ سم
∴ م هـ = $\frac{١}{٢}$ أ م = ٢ سم (وهو المطلوب)

١٠
∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع
∴ القطران ينصف كل منهما الآخر
∴ م منتصف $\overline{أحـ}$ ∴ $\overline{ءم}$ متوسط فى Δ أ ء حـ
، ∵ ء هـ = ٢ هـ م
∴ هـ نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ء حـ
، ∵ هـ ∈ $\overline{وحـ}$ ∴ $\overline{حو}$ متوسط فى Δ أ ء حـ
∴ أ و = و ء (وهو المطلوب)

١١
∵ قطرا المستطيل ينصف كل منهما الآخر
∴ م منتصف $\overline{أحـ}$ ∴ $\overline{بم}$ متوسط فى Δ أ ب حـ
، ∵ هـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{حهـ}$ متوسط فى Δ أ ب حـ
، ∵ $\overline{حهـ} \cap \overline{بم} = \{و\}$
∴ و نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ (المطلوب أولاً)
∴ ب و = $\frac{٢}{٣}$ ب م ، ∵ ب و = ٤ سم
∴ ب م = ٦ سم
، ∵ قطرا المستطيل متساويان فى الطول وينصف كل منهما الآخر
∴ أ م = ب م = ٦ سم (المطلوب ثانيًا)

١٢
∵ ء منتصف $\overline{بحـ}$ ∴ $\overline{أء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ
، ∵ أ م = $\frac{٢}{٣}$ أ ء
∴ م هى نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ
∴ $\overline{حو}$ متوسط فى Δ أ ب حـ
∴ و منتصف $\overline{أب}$ ∴ ب و = $\frac{١}{٢}$ أ ب
، ∵ أ حـ = أ ب
∴ ب و = $\frac{١}{٢}$ أ حـ (وهو المطلوب)

١٣


∵ ء منتصف $\overline{بحـ}$
∴ $\overline{أء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ
، ∵ أ م = ٢ م ء
∴ م نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ
، ∵ م ∈ $\overline{حهـ}$ ∴ $\overline{حهـ}$ متوسط فى Δ أ ب حـ
∴ هـ م = $\frac{١}{٣}$ هـ حـ = $\frac{١}{٣} \times ١٢ = ٤$ سم (وهو المطلوب)

١٤
∵ م نقطة تلاقى متوسطات Δ أ ب حـ ، م ∈ $\overline{حء}$
∴ $\overline{حء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ ∴ ء منتصف $\overline{أب}$
∴ فى Δ أ م ب :
∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{بم}$
∴ $\overline{مء}$ ، $\overline{أهـ}$ متوسطان فى Δ أ م ب
∴ ن نقطة تلاقى متوسطات Δ أ م ب
∴ م ن = ٢ ن ء
∴ س + ٢ = ٢ (س − ١)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ س = ٢ × ٢ = ٤ سم

∴ ص = ٥

∴ ب د = ٦ − ٢ = ٤ سم ، م د = ٤ ÷ ٢ = ٢ سم

∴ ب م = ٢ + ٢ = ٤ سم

∴ ب ج = ٢ × ٤ = ٨ سم

∵ م د متوسط في Δ ١ ب ج

∴ م د = ٣ سم (وهو المطلوب)

٩



∵ ١ ب ج د متوازي أضلاع

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

∵ م منتصف ب د ∴ ١ م متوسط في Δ ١ ب ج

∵ ه منتصف ب م

∴ ١ ه متوسط في Δ ١ ب م

∴ و نقطة تقاطع متوسطات Δ ١ ب م

∴ ب و ينصف ١ ه (المطلوب أولاً)

∴ ب و = $\frac{2}{3}$ ب ه

∵ ب ه = $\frac{1}{2}$ ١ ج

∴ ب و = $\frac{2}{3}$ × $\frac{1}{2}$ ١ ج = $\frac{1}{3}$ ١ ج (المطلوب ثانياً)

١٠

∵ ١ ه ، ب م متوسطان في Δ ١ ب ج

∴ م نقطة تقاطع متوسطات Δ ١ ب ج

∵ ب م = ٣ م و ∴ م و متوسط في Δ ١ ب ج

∴ ج منتصف ١ ب

في Δ ١ ب م : ∵ ه منتصف ١ ب ، ن منتصف ب م

∴ ن ه // ١ م ∴ ن ه // ج و (١)

في Δ ب ج م

∵ ن منتصف ب م ، ن منتصف ب م

∴ ن ه // ج م ∴ ن ه // ج و (٢)

من (١) ، (٢) : الشكل ن ه و ج متوازي أضلاع (وهو المطلوب)

١١

∵ ج ه ، ب م متوسطان

في Δ ١ ب ج

∴ م نقطة تقاطع متوسطات Δ ١ ب ج

∴ ١ و متوسط في Δ ١ ب ج ∴ و منتصف ب ج

∵ ه منتصف ١ ج

∴ و ه // ١ ب ، و ه = $\frac{1}{2}$ ١ ب

أي أن : و ه // ب م ، و ه = ب م

∴ ب م و ه متوازي أضلاع (وهو المطلوب)

١٢

∵ ب منتصف ب ج ∴ ١ ب متوسط في Δ ١ ب ج

∴ ١ م = ٢ م ء ، م ∈ ١ ء

∴ م نقطة تقاطع متوسطات Δ ١ ب ج

∵ ب م ∈ ب ج ∴ ب ج متوسط في Δ ١ ب ج

∴ ب م = ٢ م ه ∴ م ه = ٤ سم

∴ ب ه = ٢ + ٤ = ٦ سم

∵ Δ ب ج ه فيه ء منتصف ب ج ، ء و // ب ه

∴ و منتصف ج ه ∴ ء و = $\frac{1}{2}$ ب ه = ٣ سم

(وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٣

١

[١] ٢ [٢] نصف طول وتر هذا المثلث

[٣] قائمة [٤] نصف طول الوتر [٥] ضعف

[٦] ضعف

٢

[١] ٣ [٢] ١٠ [٣] ٨

[٤] ١٨ ، ٩ ، $\frac{1}{2}$ ٣٠ [٥] ٥ ، ٥ ، ١٥

[٦] ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ٢٧

٣ [١] (ب) [٢] (ب) [٣] (ج)

[٤] (أ) [٥] (ب) [٦] (أ)

٤

في Δ ١ ء ج : ∵ ق (∠ ء) = ٩٠°

، ه منتصف ١ ج ∴ ء ه = $\frac{1}{2}$ ١ ج (١)

، في Δ ١ ب ج :

∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠ ١ ج ب) = ٣٠°

∴ ١ ب = $\frac{1}{2}$ ١ ج (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ١ ب = ء ه (وهو المطلوب)

٥

في Δ ل س ع : ∵ ء منتصف ل س

، ه منتصف ل ع

∴ ء ه = $\frac{1}{2}$ س ع (١)

، من Δ س ص ع :

∵ ق (∠ ص) = ٩٠° ، م منتصف س ع

∴ ص م = $\frac{1}{2}$ س ع (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ء ه = ص م (وهو المطلوب)

٦

في Δ ١ ج ب : ∵ م منتصف ب ، ن منتصف ج ب (معطى)

∴ م ن = $\frac{1}{2}$ ١ ج ∴ ١ ج = ٢ سم

، في Δ ١ ب ج

∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠ ١ ج ب) = ٦٠°

∴ ١ ب = $\frac{1}{2}$ ١ ج ∴ ١ ب = ١ سم (وهو المطلوب)

٧

في Δ ١ ب ج

∵ ق (∠ ب ١ ج) = ٩٠° ، ء منتصف ب ج

∴ ب ج = ٢ ١ ء = ٢ × ٣ = ٦ سم

في Δ ب ج ه

∵ ق (∠ ب ج ه) = ٩٠° ، ق (∠ ب ه) = ٦٠°

∴ ه ج = ٢ ب ج = ٢ × ٦ = ١٢ سم

∵ و منتصف ه ج

∴ ب و = $\frac{3}{4}$ ه ج = $\frac{1}{2}$ × ١٢ = ٦ سم

(وهو المطلوب)

٨

في Δ ١ ب ج

∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠ ١ ج ب) = ٦٠°

∴ ق (∠ ج ١ ب) = ٣٠° ∴ ب ج = $\frac{1}{2}$ ١ ج

∵ ء ه = ب ج ∴ ء ه = $\frac{1}{2}$ ١ ج

∵ ء ه متوسط في Δ ١ ج ب

∴ ق (∠ ب ١ ج) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٩

في Δ ١ ب ج

∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠ ١ ج ب) = ٦٠°

∴ ١ ب = $\frac{1}{2}$ ١ ج

∵ ١ ب = ء ه = ٤ سم ∴ ء ه = $\frac{1}{2}$ ١ ج

∵ ء ه متوسط في Δ ١ ج ب

∴ ق (∠ ب ١ ج) = ٩٠° (وهو المطلوب)

Alfwok.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠

في Δ أ ب حـ : $\because$ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

، $\overline{هـ و} \parallel \overline{ب أ}$ ∴ هـ و = $\frac{١}{٢}$ ب أ

، $\because$ أ م = هـ و ∴ أ م = $\frac{١}{٢}$ ب أ

، $\because$ $\overline{أ م}$ متوسط في Δ أ ب أ

∴ ق(∠ب أ و) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١١

$\because$ د ء حـ خارجة عن Δ أ ب ء

∴ ق(∠ء أ حـ) = ٣٣° + ٢٧° = ٦٠°

في Δ أ ء حـ

ق(∠ء حـ أ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٩٠°) = ٣٠°

∴ ء حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ء ∴ أ ء = ٨ سم (وهو المطلوب)

١٢

في Δ أ ء حـ :

$\because$ ق(∠ب أ ء) = ٩٠° ، أ هـ = هـ ب

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب

وبالمثل في Δ أ حـ ب :

$\because$ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، أ هـ = هـ ب

∴ حـ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب ∴ ء هـ = حـ هـ

∴ Δ حـ هـ ء متساوي الساقين (وهو المطلوب)

١٣

في Δ ل ص هـ : $\because$ ق(∠ص ل هـ) = ٩٠°

، ق(∠هـ) = ٣٠°

∴ ل ص = $\frac{١}{٢}$ ص هـ = ٥ سم

، في Δ ع ص س :

$\because$ ق(∠ع ص س) = ٩٠° ، ل منتصف $\overline{ع س}$

∴ ص ل = $\frac{١}{٢}$ ع س

∴ ع س = ١٠ سم (وهو المطلوب)

١٤

في Δ أ ب حـ :

$\because$ ق(∠د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق(∠د) = ٣٠°

∴ أ حـ = ٢ أ ب = ١٤ سم

، $\because$ ء منتصف $\overline{أ حـ}$

∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = ٧ سم (المطلوب أولاً)

، في Δ ء هـ حـ :

$\because$ ق(∠ء هـ حـ) = ٩٠° ، ق(∠د حـ) = ٣٠°

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ء حـ ، $\because$ ء حـ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = ٧ سم

∴ ء هـ = ٣,٥ سم (المطلوب ثانيًا)

١٥

في Δ أ ب حـ :

$\because$ ق(∠د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق(∠د حـ) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ حـ ∴ أ ب = ٤ سم

، $\because$ س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ س ص = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = ٤ سم

، في Δ س ب ص :

$\because$ ق(∠د س ب ص) = ٩٠° ، ع منتصف $\overline{س ص}$

∴ ب ع = $\frac{١}{٢}$ س ص = ٢ سم (وهو المطلوب)

١٦

في Δ م هـ ء :

$\because$ ق(∠د م هـ ء) = ٩٠° ∴ (م ء)^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٢٥

∴ م ء = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

، $\because$ م نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب حـ

∴ أ ء = ٣ م ء ∴ أ ء = ١٥ سم

، $\because$ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أ ء}$ متوسط

في Δ أ ب حـ : ∴ ب حـ = ٢ أ ء

∴ ب حـ = ٣٠ سم (وهو المطلوب)

١٧

في Δ أ ب حـ :

$\because$ ق(∠د أ ب حـ) = ٩٠°

∴ (ب حـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٩)^{٢} = ٢٢٥

∴ ب حـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

، $\because$ $\overline{أ ء}$ متوسط ، ق(∠د أ حـ) = ٩٠°

∴ أ ء = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٧$\frac{١}{٢}$ سم

، $\because$ م نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب حـ

∴ أ م = $\frac{٢}{٣}$ أ ء = ٥ سم (وهو المطلوب)

١٨

$\because$ أ ب حـ ء متوازي أضلاع.

∴ ق(∠حـ) = ق(∠أ) = ٦٠°

في Δ ء هـ حـ :

ق(∠د ء حـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٩٠°) = ٣٠°

∴ حـ هـ = $\frac{١}{٢}$ ء حـ ∴ ء حـ = ٨ سم

∴ محيط متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

= (١٢ + ٨) × ٢ = ٤٠ سم (وهو المطلوب)

١٩

$\because$ ق(∠ب أ ء) = ٩٠° ، ق(∠ب أ هـ) = ٣٠°

∴ ق(∠ء أ و) = ٦٠° ، من Δ أ و ء :

$\because$ ق(∠أ و ء) = ٩٠° ، ق(∠ء أ و) = ٦٠°

∴ ق(∠أ ء و) = ٣٠° ∴ أ و = ٢ أ ء = ٨ سم

∴ مساحة المربع = ٦٤ سم^{٢} (وهو المطلوب)

٢٠

في Δ ب حـ هـ القائم الزاوية في حـ :

$\because$ ق(∠هـ ب حـ) = ٣٠° ∴ حـ هـ = $\frac{١}{٢}$ ب هـ (١)

، $\because$ ق(∠هـ ب حـ) = ٣٠°

∴ ق(∠أ ب هـ) = ٦٠°

∴ في Δ أ ب هـ : $\because$ ق(∠أ هـ ب) = ٩٠°

∴ ق(∠هـ أ ب) = ٣٠° ∴ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ حـ هـ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ أ ب = $\frac{١}{٤}$ أ ب (وهو المطلوب)

٢١

في Δ أ ب حـ :

$\because$ ق(∠د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق(∠د أ) = ٣٠°

∴ أ حـ = ٢ ب حـ = ٦ سم

، ق(∠د حـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°

، في Δ ب حـ ء :

$\because$ ق(∠د ب حـ ء) = ٩٠° ، ق(∠د حـ) = ٦٠°

∴ ق(∠د حـ ب ء) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠°

∴ حـ ء = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٤ سم

∴ أ ء = أ حـ − حـ ء = ١٦ − ٤ = ١٢ سم (وهو المطلوب)

٢٢

في Δ أ ب حـ :

$\because$ ق(∠ب) = ٣٠° ، ق(∠د حـ) = ٩٠°

∴ أ حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب

، $\because$ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ، و منتصف $\overline{أ حـ}$

∴ هـ و = $\frac{١}{٢}$ أ ب ∴ هـ و = أ حـ

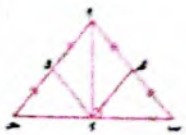
في Δ ء هـ و :

$\because$ س منتصف $\overline{ء هـ}$ ، ص منتصف $\overline{ء و}$

∴ س ص = $\frac{١}{٢}$ هـ و

∴ س ص = $\frac{١}{٤}$ أ حـ (وهو المطلوب)

٢٣



في Δ أ ء ب :

$\because$ ق(∠د أ ء ب) = ٩٠°

، هـ منتصف $\overline{أ ب}$

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب

، في Δ أ ء حـ :

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∵ ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

∴ ء و = $\frac{1}{2}$ أ حـ ∴ ء هـ = ء و = $\frac{1}{2}$ أ ب ، و هـ = $\frac{1}{2}$ أ حـ

ولكن أ ب = أ حـ (معطى)

∴ ء هـ = ء و = $\frac{1}{2}$ أ ب ، و هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = أ ء

(وهو المطلوب)

٥

في Δ أ ب حـ ∵ $\overline{ء و}$ // $\overline{أحـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$

∴ و منتصف $\overline{ب حـ}$

∵ ب حـ = ٥ + ١٢ = ١٧ سم

∴ ب و = $\frac{1}{2}$ ب حـ = ٨ سم

∴ ء و = ٨ − ٤ = ٤ سم ∴ ب و = ء و

∵ $\overline{ء و}$ // $\overline{أحـ}$ ، $\overline{أ ب}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ب ء و) = ق(∠ أ) = ٩٠° (بالتناظر)

∴ ء و = $\frac{1}{2}$ ب و = ٤ سم (وهو المطلوب)

٦

نفرض أن محطة التنمية

تقع عند نقطة ء منتصف $\overline{أ ب}$

∴ طول الطريق المطلوب = طول $\overline{ء حـ}$

في Δ أ ب حـ

∵ ق(∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∴ (أ ب)² = (أ حـ)² + (ب حـ)²

= ١٦٠٠ + ٩٠٠ = ٢٥٠٠

∴ أ ب = ٥٠ كم

∵ ء منتصف $\overline{أ ب}$

∴ ء حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{2}$ × ٥٠ = ٢٥

∴ طول الطريق = ٢٥ كم (وهو المطلوب)

٧

العمل :

نرسم $\overline{ب م}$ يقطع $\overline{أحـ}$ في ء

البرهان :

∵ م نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب حـ

∴ م ء = $\frac{1}{3}$ ب م = ٤ سم

، في Δ أ م حـ :

∵ ق(∠ أ م حـ) = ٩٠° ، $\overline{م ء}$ متوسط

∴ م ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ

∴ أ حـ = ١٠ سم (المطلوب أولًا)

في Δ أ م حـ : ∵ ق(∠ أ م حـ) = ٩٠°

∴ (م حـ)² = (١٠)² − (٦)² = ٦٤

∴ م حـ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم (المطلوب ثانيًا)

٨

∵ $\overline{ع ء}$ // $\overline{ص حـ}$

، $\overline{ع حـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ع ء حـ) + ق(∠ ع حـ ص) = ١٨٠°

(زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∴ $\frac{1}{2}$ ق(∠ ع ء حـ) + $\frac{1}{2}$ ق(∠ ع حـ ص) = ٩٠°

∴ ق(∠ س ع حـ) + ق(∠ ع حـ س) = ٩٠°

ولكن مجموع قياسات زوايا Δ س ع حـ = ١٨٠°

∴ ق(∠ ع س حـ) = ٩٠°

∵ ع ص = ص حـ ∴ س ص = $\frac{1}{2}$ ع حـ

∴ س ص = ص حـ (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٣

١

١ س = ٥٠° ٢ س = ٥٦°

٣ س = ٦٢° ٤ ل = ٦٥° ، ع = ٥٠°

٥ س = ٤٥° ، ص = ١١٧°

٦ س = ٦٩° ، ص = ١١١°

٧ س = ١٢٠° ٨ س = ٦٨° ، ص = ١١٢°

٢

١ متطابقتين ٢ ٦٠° ٣ و

٤ ٥٠° ٥ ٧٠° ٦ ٢٠

٣

١ (ب) ٢ (ج) ٣ (ج) ٤ (ب)

٥ (أ) ٦ (ب) ٧ (د) ٨ (أ)

٩ (ب) ١٠ (ب)

٤

في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ حـ ب)

= $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠° (المطلوب أولًا)

، ∵ ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ حـ ب)

، د أ ء مكملة د أ ب حـ

، د أ حـ هـ مكملة د أ حـ ب

، مكملات الزوايا المتساوية في القياس متساوية في القياس.

∴ د أ ء ≡ د أ حـ هـ (المطلوب ثانيًا)

٥

من Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠ ب) = ق(∠ أ حـ ب) = ٧٠°

∴ ق(∠ ب أ حـ) = ١٨٠° − (٢ × ٧٠°) = ٤٠°

، في Δ أ حـ ء :

∵ أ حـ = حـ ء ∴ ق(∠ حـ أ ء) = ق(∠ ء)

، ∵ د أ حـ خارجة عن Δ أ حـ ء

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ حـ أ ء) + ق(∠ ء)

∴ ق(∠ حـ أ ء) = $\frac{٧٠°}{٢}$ = ٣٥°

∴ ق(∠ ب أ ء) = ق(∠ ب أ حـ) + ق(∠ حـ أ ء)

= ٤٠° + ٣٥° = ٧٥° (وهو المطلوب)

٦

∵ د أ حـ خارجة عن Δ أ ب حـ

∴ ق(∠ د أ حـ) = ٢٠° + ٤٠° = ٦٠°

، من Δ أ حـ ء : ∵ أ حـ = أ ء

∴ ق(∠ ء) = ق(∠ د أ حـ) = ٦٠° (المطلوب أولًا)

∴ ق(∠ د حـ أ ء) = ١٨٠° − (٦٠° + ٧٠°) = ٥٠°

(المطلوب ثانيًا)

٧

∵ Δ أ حـ ء متساوي الأضلاع

∴ ق(∠ د أ ء) = ٦٠° (١)

، من Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = ب حـ

∴ ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ ب حـ أ)

= $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠° (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق(∠ ب أ ء) = ٦٠° + ٧٠° = ١٣٠° (وهو المطلوب)

٨

في Δ أ ب ء : ∵ أ ب = أ ء

∴ ق(∠ د أ ء ب) = ق(∠ د أ ب ء)

= ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

∴ ق(∠ د أ ء ب) = $\frac{٦٠°}{٢}$ = ٣٠° (المطلوب أولًا)

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ء حـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ء حـ) + ق(∠ د أ ء حـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠ د حـ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٣٠°) = ٨٥°

(المطلوب ثانيًا)

٩

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أحـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ د حـ) = ق(∠ ء أ حـ) = ٢٠° (بالتبادل)

، في Δ أ ب حـ : ∵ أ حـ = ب حـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ ق (د ح أ ب) = ق (د ب)

، ∵ ق (د ح أ ب) + ق (د ب) = ١٨٠° − ٣٠°

= ١٥٠°

∴ ق (د ح أ ب) = ق (د ب) = ١٥٠° / ٢ = ٧٥°

(وهو المطلوب)

---

١٠ ∵ Δ ء ه ح متساوى الأضلاع.

∴ ق (د ه ح ء) = ٦٠° (١)

، من Δ أ ب ح : ∵ أ ب = أ ح

∴ ق (د ب) = ق (د أ ح ب)

، ∵ ق (د ب) + ق (د أ ح ب) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

∴ ق (د ب) = ق (د أ ح ب) = ١٠٠° / ٢ = ٥٠° (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (د ب ح ء) = ٥٠° + ٦٠° = ١١٠° (وهو المطلوب)

---

١١ في Δ أ ب ح : ∵ أ ب = ب ح

، ق (د ب) = ٨٠°

∴ ق (د أ ح ب) = ق (د ب ح أ)

= (١٨٠° − ٨٠°) / ٢ = ٥٠°

∴ ق (د ء أ ح) = ١١٤° − ٥٠° = ٦٤°

في Δ أ ء ح :

∵ أ ء = ء ح ، ق (د ء أ ح) = ٦٤°

∴ ق (د أ ء ح) = ١٨٠° − (٦٤° × ٢) = ٥٢°

(وهو المطلوب)

---

١٢ من Δ أ ب ح : ∵ أ ب = أ ح

∴ ق (د ب) = ق (د ب ح أ)

∵ ق (د ب) + ق (د ب ح أ) = ١٨٠° − ٤٨°

= ١٣٢°

∴ ق (د ب) = ق (د ب ح أ) = ١٣٢° / ٢ = ٦٦°

(المطلوب أولًا)

، ∵ ح ء ينصف د أ ح ب

∴ ق (د ب ح ء) = ٦٦° / ٢ = ٣٣° (المطلوب ثانيًا)

---

١٣ ∵ أ ب ح مثلث متساوى الأضلاع.

∴ ق (د أ ب ح) = ق (د أ ح ب) = ٦٠°

∴ ½ ق (د أ ب ح) = ½ ق (د أ ح ب) = ٣٠°

، ∵ ب ء ينصف د أ ب ح ، ح ء ينصف د أ ح ب

∴ ق (د ء ب ح) = ق (د ء ح ب) = ٣٠°

∴ من Δ ء ب ح : ∴ ق (د ء) = ١٨٠° − (٢ × ٣٠°)

= ١٢٠° (وهو المطلوب)

---

١٤ ∵ Δ أ ب ح متساوى الأضلاع.

∴ ق (د أ ب ح) = ٦٠° (١)

، من Δ ء ب ح :

∵ ء ب = ء ح ، ق (د ء) = ١٠٠°

∴ ق (د ء ب ح) = ق (د ء ح ب)

= (١٨٠° − ١٠٠°) / ٢ = ٤٠° (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (د أ ب ء) = ق (د أ ب ح) − ق (د ء ب ح)

= ٦٠° − ٤٠° = ٢٠° (وهو المطلوب)

---

١٥ ∵ Δ أ ب ح متساوى الأضلاع.

∴ ق (د أ ح ب) = ق (د ب) = ق (د ب أ ح) = ٦٠°

∴ ق (د أ ح ء) = ١٢٠°

، في Δ أ ح ء : ∵ أ ح = ح ء

∴ ق (د ح أ ء) = ق (د ء)

، ∵ ق (د ح أ ء) + ق (د ء) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

موقع التفوق

∴ ق (د ح أ ء) = ٦٠° / ٢ = ٣٠°

∴ ق (د ب أ ء) = ٦٠° + ٣٠° = ٩٠°

∴ ب أ ⊥ أ ء (وهو المطلوب)

حل آخر :

∵ ح منتصف ب ء

∴ أ ح متوسط فى Δ أ ب ء ، أ ح = ½ ب ء

∴ د ب أ ء قائمة.

∴ ب أ ⊥ أ ء (وهو المطلوب)

---

١٦ من Δ أ ب ح : ∵ أ ب = أ ح

∴ ق (د ب) = ق (د ح)

∴ Δ Δ أ ب ء ، أ ح ه فيهما :

- أ ب = أ ح
- ق (د ب) = ق (د ح)
- ب ء = ه ح

∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ ح ه وينتج أن : أ ء = أ ه

∴ Δ أ ء ه متساوى الساقين. (المطلوب أولًا)

∴ ق (د أ ء ه) = ق (د أ ه ء)

∴ د أ ء ه ≡ د أ ه ء (المطلوب ثانيًا)

---

١٧ ∵ Δ Δ أ ء ه ، ب ح ه فيهما :

- أ ء = ح ب
- أ ه = ه ب
- ق (د أ) = ق (د ب)

∴ Δ أ ء ه ≡ Δ ب ح ه وينتج أن : ء ه = ح ه

فى Δ ء ه ح : ∵ ء ه = ح ه

∴ ق (د ه ء ح) = ق (د ه ح ء)

، ∵ ق (د ه ء ح) = ٤٠°

∴ ق (د ه ء ح) + ق (د ه ح ء)

= ١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠°

∴ ق (د ه ء ح) = ١٤٠° / ٢ = ٧٠° (وهو المطلوب)

---

١٨ ∵ ل ع س خارجة عن Δ س ص ع

∴ ق (د س ع ل) = ق (د س) + ق (د ص) = ١٢٠°

، ∵ ع س = ع ص

∴ ق (د س) = ق (د ص)

∴ ق (د ص) = ١٢٠° / ٢ = ٦٥°

، ∵ ل م // س ص ، ل ص قاطع لهما

∴ ق (د م ل ص) = ق (د ص) = ٦٥° (وهو المطلوب)

---

١٩ ∵ أ ه // ب ح ، ب ء قاطع لهما

∴ ق (د ب) = ق (د ء أ ه) (بالتناظر)

، ∵ أ ه // ب ح ، أ ح قاطع لهما

∴ ق (د ح) = ق (د ه أ ح) (بالتبادل)

ولكن ق (د ب) = ق (د ح) لأن : أ ب = أ ح

∴ ق (د ء أ ه) = ق (د ه أ ح)

أى أن : أ ه ينصف د ء أ ح (وهو المطلوب)

---

٢٠ ∵ ب ∋ أ ء

∴ ق (د أ ب ح) + ق (د ح ب ه) + ق (د ه ب ء)

= ١٨٠° (١)

، ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق (د أ ب ح) + ق (د أ) + ق (د ح) = ١٨٠° (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (د ح ب ه) + ق (د ه ب ء) = ق (د أ) + ق (د ح)

، ∵ ق (د ح ب ه) = ق (د ه ب ء) (معطى)

، ق (د أ) = ق (د ح) (لأن : ب أ = ب ح)

∴ ق (د ح ب ه) = ق (د ح) وهما فى وضع تبادل.

∴ ب ه // أ ح (وهو المطلوب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩

في Δ ء هـ حـ : ∵ ء هـ = ء حـ

∴ ق(∠ ء هـ حـ) = ق(∠ هـ حـ) = $\frac{١٤٠^\circ - ١٨٠^\circ}{٢}$ = ٧٠°

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{هـ حـ}$ ، $\overline{أ هـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ ء هـ حـ) = ٧٠° (بالتبادل)

∵ أ ء = أ هـ

∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ هـ ء) = ٧٠° (المطلوب أولاً)

في Δ أ هـ ء

ق(∠ هـ أ ء) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

∵ ق(∠ ب أ ء) = ق(∠ أ ء هـ) = ٧٠°

(من خواص متوازي الأضلاع)

∴ ق(∠ ب أ هـ) = ٧٠° − ٤٠° = ٣٠° (المطلوب ثانيًا)

١٠

في Δ ء ب حـ : ∵ ء ب = ء حـ

∴ ق(∠ ء حـ ب) = ق(∠ ء ب حـ)

= $\frac{١٨٠^\circ - ١٤٠^\circ}{٢}$ = ٢٠°

∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ء حـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ هـ ء حـ) = ق(∠ ء حـ ب) = ٢٠° (بالتبادل)

في Δ ء حـ هـ : ∵ ء هـ = هـ حـ

∴ ق(∠ ء حـ هـ) = ق(∠ هـ ء حـ) = ٢٠°

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ٢٠° + ٢٠° = ٤٠°

من Δ أ ب حـ :

ق(∠ أ) = ١٨٠° − (٢٠° + ٤٠°)

= ١٢٠° (وهو المطلوب)

١١

من Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠ ب) = ق(∠ حـ)

∴ ٢ س + ١٣° = ٣ س − ١٧° ∴ س = ٣٠°

∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠° (وهو المطلوب)

١٢

في Δ ء ب حـ :

∵ ء ب = ء هـ

∴ ق(∠ ١) = ق(∠ ٢)

في Δ ء هـ حـ :

∵ ء هـ = ء حـ ∴ ق(∠ ٣) = ق(∠ ٤)

∵ هـ ∈ $\overline{ب حـ}$ ، ق(∠ ء هـ د) = ٩٠°

∴ ق(∠ ٢) + ق(∠ ٣) = ٩٠°

∴ ق(∠ ١) + ق(∠ ٤) = ٩٠°

ومن Δ أ ب حـ :

∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٩٠° = ٩٠° (وهو المطلوب)

١٣

١ ٣٠° ٢ ٥ سم ٣ ٥°

٤ ٦٦,٥° ٥ ٧° ٦ ٢٢°

١٤

١ س = ٦٠° ، ص = ١٢١°

٢ س = ٤٥° ، ص = ١٠٥°

٣ س = ٤٤°

٤ س = ٧٥° ، ص = ١٥°

٥ س = ٢٥° ، ص = ٩٢°

٦ ص = ١١٠° ، ل = ٤٠° ، ع = ٧٠°

٧ س = ٣٠° ، ص = ٤٠°

٨ س = ٧٠° ، ص = ٥٠°

٩ س = ١٢٠°

١٠ س = ٤٠°

١١ س = ١٠٠°

١٢ س = ١٥°

١٥

$\Delta\Delta$ هـ ء ب ، هـ ء حـ فيهما :

ء هـ ضلع مشترك

ق(∠ هـ ء ب) = ق(∠ هـ ء حـ)

ق(∠ هـ ب ء) = ق(∠ هـ حـ ء)

∴ Δ هـ ء ب ≡ Δ هـ ء حـ وينتج أن :

ب هـ = حـ هـ ، ق(∠ ب هـ ء) = ق(∠ حـ هـ ء)

∵ ب أ = ب هـ ∴ ب أ = حـ هـ

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ ب هـ أ)

∵ ق(∠ ب هـ أ) + ق(∠ ب هـ ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠ أ) + ق(∠ حـ) = ١٨٠° (وهو المطلوب)

١٦

$\Delta\Delta$ س ص م ، م ع ل فيهما :

س ص = م ع

ص م = ل ع

ق(∠ ص) = ق(∠ ع) = ٩٠°

∴ Δ س ص م ≡ Δ م ع ل وينتج أن :

س م = م ل ، ق(∠ س م ص) = ق(∠ م ل ع)

∵ ∠ م ل ع تتمم ∠ ل م ع

∴ ق(∠ س م ل) = ٩٠°

∴ من Δ س ل م :

∵ م س = م ل ، ق(∠ س م ل) = ٩٠°

∴ ق(∠ م س ل) = ق(∠ م ل س)

= $\frac{١٨٠^\circ - ٩٠^\circ}{٢}$ = ٤٥° (وهو المطلوب)

١٧

من Δ ء ب حـ : ∵ ء ب = ء حـ

∴ ق(∠ ء ب حـ) = ق(∠ ء حـ ب) (١)

∵ ∠ أ ء ب خارجة عن Δ ء حـ ب

∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ ء حـ) + ق(∠ ء حـ ب)

ومن (١) : ق(∠ أ ء ب) = ٢ ق(∠ ء حـ ب) (٢)

في Δ أ ء ب : ∵ أ ب = أ ء

∴ ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ أ ء ب)

ومن (٢) :

∴ ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ أ ء ب) = ٢ ق(∠ ء حـ ب)

∵ ∠ ب أ هـ خارجة عن Δ أ ب ء

∴ ق(∠ ب أ هـ) = ق(∠ أ ب ء) + ق(∠ أ ء ب)

= ٢ ق(∠ ء حـ ب) + ٢ ق(∠ ء حـ ب)

= ٤ ق(∠ ء حـ ب) (وهو المطلوب)

١٨



في Δ أ ب حـ

∵ ب حـ = ب أ

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ ١) = س

∵ ∠ ٢ خارجة عن Δ أ ب حـ

∴ ق(∠ ٢) = ق(∠ أ) + ق(∠ ١) = س + س = ٢ س

في Δ ء ب حـ : ∵ ب حـ = ب ء

∴ ق(∠ ٣) = ق(∠ ٢) = ٢ س

∵ ∠ ٤ خارجة عن Δ أ ء حـ

∴ ق(∠ ٤) = ق(∠ أ) + ق(∠ ٣)

= س + ٢ س = ٣ س (١)

∵ ق(∠ ء هـ حـ) = ١٨٠° − ١٢٦° = ٥٤°

في Δ حـ ء هـ : ∵ ء حـ = ء هـ

∴ ق(∠ ٤) = ق(∠ ء هـ حـ) = ٥٤° (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ٣ س = ٥٤

∴ س = $\frac{٥٤^\circ}{٣}$ = ١٨° (وهو المطلوب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات تمارين ٤

١ ١ أ ب = أ حـ ٢ س ص = ص ع
٣ س ص = س ع ٤ أ ب = أ حـ = ب حـ
٥ م ل = م ن ٦ ب أ = ب حـ
٧ ع س = ع ص ٨ حـ ب = حـ أ
٩ أ حـ = أ ب

٢ ١ متطابقين ، متساوى الساقين.
٢ متساوى الأضلاع ٣ متساوى الساقين
٤ متساوى الساقين ٥ متساوى الأضلاع
٦ ٦ سم ٧ ٦٠°

٣
∵ ب ∈ $\overline{ء حـ}$
∴ ق (د أ ب حـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°
، في Δ أ ب حـ :
ق (د حـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٥٥°) = ٥٥°
∴ ق (د أ ب حـ) = ق (د حـ) ∴ أ ب = أ حـ
∴ Δ أ ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

٤
∵ ص ∈ $\overline{ع ل}$
∴ ق (د س ص ع) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°
، ∵ س ص = س ع
∴ Δ س ص ع متساوى الأضلاع (وهو المطلوب)

٥
∵ ب ∈ $\overline{ء أ}$
∴ ق (د أ ب حـ) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°
وبالمثل ق (د أ حـ ب) = ٦٠°
∴ ق (د أ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٦٠°) = ٦٠°
∴ ق (د أ) = ق (د أ ب حـ) = ق (د أ حـ ب)
∴ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع. (وهو المطلوب)

٦
∵ $\overleftrightarrow{ء أ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ء ب}$ قاطع لهما
∴ ق (د ء ب حـ) = ق (د أ ء ب) = ٤٠° (بالتبادل)
، في Δ ء ب حـ :
ق (د حـ) = ١٨٠° − (١٠٠° + ٤٠°) = ٤٠°
∴ ق (د ء ب حـ) = ق (د حـ)
∴ ء ب = ء حـ
∴ Δ ء ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

٧
∵ $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{أ حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ قاطع لهما
∴ ق (د أ) = ق (د أ ب س) = ٦٢° (بالتبادل)
∴ ق (د أ ب حـ) = ١٨٠° − (٦٢° + ٥٦°) = ٦٢°
∴ ق (د أ ب حـ) = ق (د أ)
∴ حـ أ = حـ ب (وهو المطلوب)

٨
∵ أ ب = أ حـ ∴ ق (د ب) = ق (د حـ) (١)
، ∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ قاطع لهما
∴ ق (د أ س ص) = ق (د ب) (بالتناظر) (٢)
وبالمثل ق (د أ ص س) = ق (د حـ) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ ق (د أ س ص) = ق (د أ ص س)
∴ أ س = أ ص
∴ Δ أ س ص متساوى الساقين (المطلوب أولًا)
، ∵ أ ب = أ حـ ، أ س = أ ص
وبالطرح : ∴ س ب = ص حـ (المطلوب ثانيًا)

٩
من Δ أ ب حـ :
∵ ء ب = هـ حـ
∴ ق (د ب) = ق (د ء هـ)
، ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{أ حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ ء}$ قاطع لهما
∴ ق (د أ) = ق (د ب ء هـ) (بالتناظر) (٢)
وبالمثل : ق (د حـ) = ق (د ب ء هـ) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ق (د أ) = ق (د حـ)
∴ أ ب = ب حـ (وهو المطلوب)

١٠
∵ م ب = م حـ ∴ ق (د ب) = ق (د حـ) (١)
، ∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ قاطع لهما
∴ ق (د أ) = ق (د حـ) (بالتبادل) (٢)
وبالمثل ق (د ء) = ق (د ب) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ق (د أ) = ق (د ء)
∴ م أ = م ء (وهو المطلوب)

١١
∵ ب ∈ $\overline{أ هـ}$ ∴ د هـ ب حـ تكمل د أ ب حـ
وبالمثل د أ حـ ء تكمل د أ حـ ب
، ∵ ق (د هـ ب حـ) = ق (د أ ء)
∴ ق (د أ ب حـ) = ق (د أ حـ ب)
∴ أ ب = أ حـ = ٨ سم
∴ محيط Δ أ ب حـ = ٨ + ٨ + ١٠ = ٢٦ سم
(وهو المطلوب)

١٢
∵ أ ب = أ حـ ∴ ق (د ب) = ق (د حـ) (١)
، ∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{ء هـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب هـ}$ قاطع لهما
∴ ق (د ب) = ق (د ء هـ و) (بالتناظر) (٢)
وبالمثل ق (د حـ) = ق (د ء و هـ) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ ق (د ء هـ و) = ق (د ء و هـ)
∴ ء هـ = ء و (المطلوب أولًا)
في Δ أ ب حـ ، ء هـ و
∵ ق (د ب) = ق (د ء هـ و)
، ق (د حـ) = ق (د ء و هـ)
∴ ق (د ب أ حـ) = ق (د ء هـ و) (المطلوب ثانيًا)

١٣
∵ هـ ء // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ قاطع لهما
∴ ق (د هـ ء ب) = ق (د ء ب حـ) (بالتبادل)
ولكن : ق (د هـ ب ء) = ق (د ء ب حـ)
∴ ق (د هـ ء ب) = ق (د هـ ب ء) ∴ هـ ب = هـ ء
∴ Δ هـ ب ء متساوى الساقين (وهو المطلوب)

١٤
∵ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب أ}$ قاطع لهما
∴ ق (د ء أ هـ) = ق (د ب) (بالتناظر)
، ∵ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ قاطع لهما
∴ ق (د هـ أ حـ) = ق (د حـ) (بالتبادل)
لكن : ق (د ء أ هـ) = ق (د هـ أ حـ)
∴ ق (د ب) = ق (د حـ) ∴ أ ب = أ حـ (وهو المطلوب)

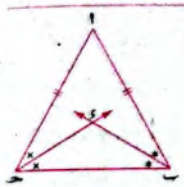
الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

١٥
∵ ق(د أ ب حـ) = ق(د أ حـ ب) ∴ أ ب = أ حـ
∴ Δ أ ب ء ، Δ أ حـ هـ فيهما :
أ ب = أ حـ
ب ء = حـ هـ
ق(د ء) = ق(د هـ) = ٩٠°
∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ هـ
∴ ق(د ء أ ب) = ق(د حـ أ هـ) (وهو المطلوب)

١٦
في Δ ص ع س : ∵ ص ع = ص س
∴ ق(د ع) = (١٨٠° − ٥٠°) ÷ ٢ = ٦٥°
، ∵ د ع م س خارجة عن Δ ص م س
∴ ق(د ع م س) = ٥٠° + ١٥° = ٦٥°
∴ في Δ م ع س : ق(د ع) = ق(د ع م س)
∴ ع م = ع س
∴ Δ م ع س متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

١٧
في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = أ حـ
∴ ق(د أ حـ ب) = ق(د أ ب حـ)
= (١٨٠° − ٧٠°) ÷ ٢ = ٥٥°
، ∵ ق(د م حـ أ) = ٢٥°
∴ ق(د م حـ ب) = ٥٥° − ٢٥° = ٣٠°
∴ ق(د م ب حـ) = ق(د م حـ ب)
∴ م ب = م حـ
∴ Δ م ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

١٨
∵ د أ ء حـ خارجة عن Δ أ ء ب
∴ ق(د أ ء حـ) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°
، ∵ أ ء = أ حـ ∴ ق(د حـ) = ق(د أ ء حـ) = ٧٠°
∴ في Δ أ ب حـ :
ق(د ب أ حـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٤٠°) = ٧٠°
∴ ق(د ب أ حـ) = ق(د حـ)
∴ أ ب = ب حـ (وهو المطلوب)

١٩

∵ أ ب = أ حـ
∴ ق(د أ ب حـ)
= ق(د أ حـ ب)
∴ ½ ق(د أ ب حـ) = ½ ق(د أ حـ ب)
، ∵ ق(د ء ب حـ) = ½ ق(د أ ب حـ)
، ق(د ء حـ ب) = ½ ق(د أ حـ ب)
∴ ق(د ء ب حـ) = ق(د ء حـ ب)
∴ ب ء = ء حـ
∴ Δ ء ب حـ متساوى الساقين (وهو المطلوب)

٢٠
∵ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع
∴ ق(د أ حـ ب) = ٦٠°
، ∵ د أ حـ ب خارجة عن Δ ء حـ و
∴ ق(د ء) = ٦٠° − ٣٠° = ٣٠°
∴ ق(د ء) = ق(د و) ∴ حـ ء = حـ و
∴ Δ ء حـ و متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

٢١
∵ أ ء = ء حـ
∴ ق(د حـ) = ق(د ء أ حـ) = ٣٠°
∴ ق(د أ ء ب) الخارجة عن Δ أ ء حـ
= ٣٠° + ٣٠° = ٦٠°

، ∵ أ ء = ء حـ
∴ Δ أ ب ء متساوى الأضلاع. (المطلوب أولًا)
، ∵ ق(د ب أ ء) = ٦٠° ، ق(د ء أ حـ) = ٣٠°
∴ ق(د ب أ حـ) = ٩٠°
∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ (المطلوب ثانيًا)

٢٢
∵ هـ ء // أ حـ ، هـ حـ قاطع لهما
∴ ق(د ء هـ حـ) = ق(د أ حـ هـ) (بالتبادل)
، ∵ ق(د ء هـ حـ) = ق(د أ هـ حـ)
∴ ق(د أ حـ هـ) = ق(د أ هـ حـ)
∴ أ هـ = أ حـ (١)
، ء هـ // أ حـ ، أ ب قاطع لهما
∴ ق(د أ) = ق(د ب هـ ء) = ٦٠° (بالتناظر) (٢)
من (١) ، (٢) :
∴ Δ أ هـ حـ متساوى الأضلاع. (وهو المطلوب)

٢٣
في Δ أ ب حـ :
ق(د أ حـ ب) = ١٨٠° − (٦٠° + ٩٠°) = ٣٠°
، في Δ هـ حـ ء :
ق(د هـ حـ ء) = ١٨٠° − (٣٠° + ٩٠°) = ٦٠°
، ∵ حـ هـ ∋ ب ء
∴ ق(د أ هـ حـ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٦٠°) = ٩٠°
، في Δ أ حـ هـ :
ق(د حـ أ هـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°
∴ ق(د حـ أ هـ) = ق(د حـ هـ أ) = ٤٥°
∴ حـ أ = حـ هـ
، في Δ هـ حـ ء :
∵ ق(د ء) = ٩٠° ، ق(د حـ هـ ء) = ٣٠°
∴ حـ هـ = ٢ حـ ء = ٦ سم ولكن : أ حـ = حـ هـ
∴ أ حـ = ٦ سم (وهو المطلوب)

٢٤
في Δ أ ء هـ : ∵ د أ ء هـ ≡ د أ هـ ء
∴ أ ء = أ هـ ، ء ∋ ب حـ ، هـ ∋ ب حـ
، ∵ د أ ء ب تكمل د أ ء هـ ، د أ هـ حـ تكمل د أ هـ ء
ولكن : ق(د أ ء هـ) = ق(د أ هـ ء)
∴ ق(د أ ء ب) = ق(د أ هـ حـ)
(مكملات الزوايا المتساوية فى القياس متساوية فى القياس)
∴ Δ Δ أ ء ب ، أ هـ حـ فيهما :
ق(د أ ء ب) = ق(د أ هـ حـ) (برهانًا)
أ ء = أ هـ (برهانًا)
ب ء = حـ هـ (معطى)
∴ Δ أ ء ب ≡ Δ أ هـ حـ وينتج أن : أ ب = أ حـ
∴ Δ أ ب حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

٢٥
∵ ب ص = ع حـ وبإضافة ص حـ للطرفين
∴ ب حـ = ع ص
∴ Δ Δ أ ب حـ ، س ع ص فيهما :
أ ب = س ع
ب حـ = ع ص
ق(د ب) = ق(د ع)
∴ Δ أ ب حـ ≡ Δ س ع ص وينتج أن :
ق(د أ حـ ب) = ق(د س ص ع)
∴ هـ حـ = هـ ص
∴ Δ هـ ص حـ متساوى الساقين. (وهو المطلوب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣

في Δ ا ب حـ :

∵ ق (د م ب حـ) = ق (د م حـ ب) ∴ م ب = م حـ

، ق (د ا ب م) = ق (د م حـ ء)

(متممات الزوايا المتساوية في القياس متساوية في القياس)

∴ Δ Δ ا ب م ، ء حـ م فيهما

ا ب = ء حـ	(طولا ضلعي مربع)
ب م = حـ م	(برهانًا)
ق (د ا ب م) = ق (د ء حـ م)	(برهانًا)

∴ Δ ا ب م ≡ Δ ء حـ م وينتج أن : ا م = ء م

∴ Δ ا م ء متساوي الساقين. (وهو المطلوب)

٣٧

في Δ Δ ا ب و ، ا م و :

ق (د ب) = ق (د ا م و) = ٩٠°

، ق (د ب ا و) = ق (د م ا و) (∵ $\overline{ا م}$ ينصف د ب ا حـ)

∴ ق (د ا و ب) = ق (د ا و م) (١)

، ∵ $\overline{ا ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ا و}$ قاطع لهما

∴ ق (د ء ا و) = ق (د ا و ب) (بالتبادل) (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ق (د ا و م) = ق (د ء ا و)

∴ ء ا = ء و (وهو المطلوب)

٣٨

∵ ق (د ا م ب) = ق (د ا م ء) ∴ ا م = م م

، ∵ $\overline{ا م}$ متوسط في Δ ا ب ء ، ق (د ب ا ء) = ٩٠°

∴ ا م = $\frac{1}{2}$ ب ء ∴ م م = $\frac{1}{2}$ ب ء (١)

، ∵ م منتصف $\overline{ب ء}$ ، $\overline{م م}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م م = $\frac{1}{2}$ ب حـ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{1}{2}$ ب ء = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ ب ء = ب حـ (وهو المطلوب)

٣٩

∵ ق (د ب) = ق (د حـ) ∴ ا ب = ا حـ

∴ ٢ س − ١ = س + ٣

∴ ٢ س − س = ٣ + ١ ∴ س = ٤

∴ ا ب = ا حـ = ٢ × ٤ − ١ = ٧ سم

، ب حـ = ٩ − ٤ = ٥ سم

∴ محيط Δ ا ب حـ = ٧ + ٧ + ٥ = ١٩ سم

(وهو المطلوب)

٤٠

(١) ∵ ٢ س + س + ٥٠° + ٣٠° = ١٨٠°

∴ ٤ س + ٨٠° = ١٨٠°

∴ ٤ س = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

∴ س = $\frac{١٠٠°}{٤}$ = ٢٥°

∴ ق (د ا) = ٣ × ٢٥° = ٧٥°

، ق (د ب) = ٢٥° + ٥٠° = ٧٥°

∴ ق (د ا) = ق (د ب) ∴ حـ ب = حـ ا

(٢) ∵ ٢ ع + ٣ ع − ١٠° + ع + ٤٠° = ١٨٠°

∴ ٦ ع + ٣٠° = ١٨٠°

∴ ٦ ع = ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠°

∴ ع = $\frac{١٥٠}{٦}$ = ٢٥°

∴ ق (د ب) = ٣ × ٢٥ − ١٠ = ٦٥°

، ق (د حـ) = ٢٥° + ٤٠° = ٦٥°

∴ ق (د ب) = ق (د حـ) ∴ ا ب = ا حـ

(٣) ∵ د ء حـ خارجة عن Δ ا ب حـ

∴ ٣ س = س − ٢٠° + س + ٧٠°

∴ ٣ س = ٢ س + ٥٠° ∴ س = ٥٠°

∴ ق (د ا) = ٥٠° − ٢٠° = ٣٠°.

، ق (د حـ) = ٥٠° + ٧٠° = ١٢٠°

∴ ق (د ا ب حـ) = ١٨٠° − (٣٠° + ١٢٠°) = ٣٠°

∴ ق (د ا) = ق (د ا ب حـ) ∴ حـ ب = حـ ا

٤١ (١) (جـ) (٢) (ب)

إجابات تمارين ٥

١

(١) محور تماثل له (٢) ٣ (٣) ١ (٤) صفر

(٥) ينصف زاوية الرأس ويكون عموديًا على القاعدة.

(٦) ينصف القاعدة ويكون عموديًا عليها.

(٧) ينصف كلًا من القاعدة وزاوية الرأس.

(٨) المستقيم العمودي عليها من منتصفها

(٩) متساويين (١٠) ٣ (١١) ١ (١٢) ٣

٢

(١) ٢٥° (٢) ٧٠° (٣) ٥٥° (٤) ٢ (٥) $\overrightarrow{ا ء}$

٣

(١) (أ) (٢) (جـ) (٣) (ب) (٤) (ب)

(٥) (أ) (٦) (أ) (٧) (ب) (٨) (أ)

٤

∵ ب ا = ب حـ ، $\overrightarrow{ب ء}$ ⊥ $\overline{ا حـ}$

∴ $\overrightarrow{ب ء}$ ينصف كلًا من : د ا ب حـ ، $\overline{ا حـ}$

∴ ا حـ = ٢ ا ء = ٤٠ سم

، ق (د ء ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (د ا ب حـ) = ٤٥° (١)

(المطلوب أولًا)

، ∵ Δ ا ب حـ فيه ق (د ب) = ٩٠° ، ب ا = ب حـ

∴ ق (د حـ) = ٤٥° (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ء ب = ء حـ

∴ Δ ء ب حـ متساوي الساقين. (المطلوب ثانيًا)

٥



∵ ا ب = ا حـ

، م هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث ا ب حـ

∴ $\overline{أو}$ متوسط للمثلث ا ب حـ

∴ $\overrightarrow{ا م}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ (المطلوب أولًا)

، $\overrightarrow{ا م}$ ينصف د ب ا حـ (المطلوب ثانيًا)

٦

في Δ ا ب حـ :

∵ ب ا = ب حـ ∴ ا ب = ا حـ

∴ ب حـ = ٢ × ٥ = ١٠ سم (المطلوب أولًا)

، في Δ ا ء ب القائم الزاوية في ء

∴ ا ء = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢}$ = ١٢ سم

∴ مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ١٢ = ٦٠ سم^٢

(المطلوب ثانيًا)

٧

∵ ا ب = ا حـ ، $\overrightarrow{ا ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ب حـ = ٥ سم

، ق (د ب ا حـ) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∴ Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع. ∴ ا ب = ١٠ سم

∴ في Δ ا ء ب القائم الزاوية في ء

ا ء = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٥)^٢}$ = ٥ $\sqrt{٣}$ سم (المطلوب أولًا)

، عدد محاور المثلث ا ب حـ = ٣ (المطلوب ثانيًا)

، مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٥ $\sqrt{٣}$

= ٢٥ $\sqrt{٣}$ سم^٢ (المطلوب ثالثًا)

٨

في Δ ا ب حـ :

∵ ا ب = ا حـ ، $\overline{ا م}$ ينصف د ب ا حـ

∴ ب م = $\frac{1}{2}$ ب حـ (المطلوب أولًا)

، $\overline{ا م}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ $\overrightarrow{ا م}$ محور تماثل $\overline{ب حـ}$ ، ء ∈ $\overrightarrow{ا م}$

∴ ب ء = حـ ء (المطلوب ثانيًا)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠

∵ حـ ∈ ب ء ، ق(د ا حـ ء) = ١٣٠°

∴ ق(د ا حـ ب) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

من Δ ا ب حـ : ق(د ب) = ١٨٠° − (٨٠° + ٥٠°) = ٥٠°

∴ ق(د ب) = ق(د ا حـ ب)

∴ Δ ا ب حـ متساوى الساقين.

∴ ا م ⊥ ب حـ (المطلوب أولًا)

، م منتصف ب حـ (المطلوب ثانيًا)

١١

∵ ق(د ا ب س) = ق(د ا حـ ص)

∴ ق(د ا ب حـ) = ق(د ا حـ ب)

(مكملات زوايا متساوية فى القياس)

∴ ا ب = ا حـ

، ∵ ا م متوسط فى Δ ا ب حـ المتساوى الساقين.

∴ ا م ⊥ ب حـ (وهو المطلوب)

١٢

∵ ا م // ب حـ ، ء ق قاطع لهما

∴ ق(د ا ء س) = ق(د ء حـ ب) (بالتبادل)

ولكن : ق(د ا ء) = ق(د ء حـ ب)

∴ ق(د ا ء س) = ق(د ا ء)

∴ فى Δ ا ء س : ا ب = ا ء (المطلوب أولًا)

، ∵ ا م ينصف د ب ا ء

∴ ا م ⊥ ب ء (المطلوب ثانيًا)

، ب م = م ء (المطلوب ثالثًا)

١٣

فى Δ ا ء حـ :

∵ م منتصف ء حـ ، ا م ⊥ ء حـ

∴ ا ء = ا حـ ∴ Δ ا ء حـ متساوى الساقين.

∴ ق(د ا ء حـ) = ق(د حـ) = ٧٠°

، ∵ د ا ء حـ خارجة عن Δ ا ب ء

∴ ق(د ا ء حـ) = ق(د ب) + ق(د ب ا ء)

، ∵ ب ء = ا حـ ، ا ء = ا حـ

∴ ق(د ب) = ق(د ب ا ء) = $\frac{٧٠°}{٢}$ = ٣٥°

(وهو المطلوب)

١٤

فى Δ س ص ل :

∵ س ل = س ص ، م منتصف ل ص

∴ س م ⊥ ل ص

وبالمثل فى Δ ع ص ل ، ع م ⊥ ل ص

∴ س ، م ، ع على استقامة واحدة. (وهو المطلوب)

١٥

∵ ا ب = ا حـ ∴ ا ∈ محور ب حـ (١)

، ق(د ا ب حـ) = ق(د ا حـ ب)

، ∵ ق(د ا ب ء) = ق(د ا حـ ء)

وبالطرح : ∴ ق(د ء ب حـ) = ق(د ء حـ ب)

، ∵ د ا ء حـ خارجة عن Δ ا ء ب

∴ ق(د ا ء حـ) = ٢٠° + ٣٠° = ٥٠°

ومن Δ حـ ء هـ :

ق(د ء حـ هـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٠°) = ٤٠°

، ∵ حـ هـ ينصف د ا حـ ء

∴ ق(د ا حـ هـ) = ق(د ء حـ هـ) = ٤٠° (وهو المطلوب)

∴ ب ء = ء حـ ∴ ء ∈ محور ب حـ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ا ء محور ب حـ (وهو المطلوب)

١٦

∵ ا ء ينصف القاعدة فى المثلث ا ب حـ المتساوى الساقين

∴ ا ء ⊥ ب حـ ∴ ق(د ا ء ب) = ٩٠°

، ∵ س ص // ب حـ ، ا ء قاطع لهما

∴ ق(د ص ا ء) = ق(د ا ء ب) = ٩٠° (بالتبادل)

∴ ا ء ⊥ س ص (وهو المطلوب)

١٧

∵ ا ب = ا حـ ، هـ ب = هـ حـ ∴ ا هـ محور ب حـ

∴ ب ء = ء حـ (المطلوب أولًا)

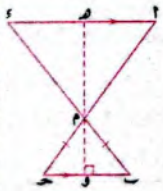
∴ ء حـ = ٣ سم

فى Δ ا ء حـ القائم الزاوية فى ء

∴ ا ء = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٣)^٢}$ = $\sqrt{١٠٠ - ٩}$ = $\sqrt{٩١}$ سم

(المطلوب ثانيًا)

١٨



العمل : نرسم م و ⊥ ب حـ يقطع ب حـ فى و ، ا ء فى م

البرهان : ∵ ا ء // ب حـ ، ا حـ قاطع لهما

∴ ق(د ا) = ق(د حـ) وبالمثل ق(د ب) = ق(د ء)

، ∵ م ب = م حـ ∴ ق(د ب) = ق(د حـ)

∴ ق(د ا) = ق(د ء) ∴ ا م = ء م

∴ Δ ا م ء متساوى الساقين. (المطلوب أولًا)

فى Δ م ب حـ : ∵ م ب = م حـ ، م و ⊥ ب حـ

∴ م و محور Δ م ب حـ

، ∵ ا ء // ب حـ ، و هـ قاطع لهما

∴ ق(د ب م هـ) = ق(د ء م هـ) = ٩٠°

∴ م هـ ⊥ ا ء ∴ م هـ محور Δ ا م ء

∴ هـ ق محور تماثل كل من Δ ا م ء ، Δ ب م حـ

(المطلوب ثانيًا)

١٩



∵ ا ب = ا حـ

∴ ق(د ١) = ق(د ٤) (١)

∴ ق(د ب حـ)

= ١٨٠° − ق(د ١) (٢)

، ق(د ب حـ هـ) = ١٨٠° − ق(د ٤) (٣)

ومن (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ق(د ب حـ) = ق(د ب حـ هـ)

∴ $\frac{١}{٢}$ ق(د ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(د ب حـ هـ)

∴ ق(د ٢) = ق(د ٥)

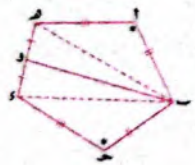
∴ و ب = و حـ

∴ Δ ب و حـ متساوى الساقين. (المطلوب أولًا)

، ∵ ا ب = ا حـ ، و ب = و حـ

∴ ا و محور تماثل ب حـ (المطلوب ثانيًا)

٢٠



العمل : نرسم ب ء ، ب هـ

البرهان :

∵ Δ Δ ا ب هـ ، حـ ب ء فيهما :

ق(د ا) = ق(د حـ)

ا ب = حـ ب

ا هـ = حـ ء

∴ Δ ا ب هـ ≡ Δ حـ ب ء

وينتج أن : ∴ ب هـ = ب ء

، ∵ ب و متوسط فى Δ ب هـ ء المتساوى الساقين.

∴ ب و ⊥ ء هـ (وهو المطلوب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١

١ (جـ)　٢ (ب)　٣ (جـ)

٤ (ب)　٥ (أ)　٦ (ب)

٢

في Δ أ ب ء :

∵ هـ منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{ءهـ} \perp \overline{أب}$

∴ ء أ = ء ب

∴ ق (د أ) = ق (د ب)　(١)

، في Δ ء ب حـ

∵ و منتصف $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ءو} \perp \overline{ب حـ}$

∴ ء ب = ء حـ

∴ ق (د ء ب حـ) = ق (د حـ)　(٢)

، ∵ ق (د أ ب ء) + ق (د ء ب حـ) = ١٣٠°　(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ق (د أ) + ق (د حـ) = ١٣٠°

من الشكل الرباعي أ ب حـ ء

∴ ق (د أ ء حـ) = ٣٦٠° − (١٣٠° + ١٣٠°) = ١٠٠°

(وهو المطلوب)

٣

العمل :

نرسم $\overline{أء}$ ، $\overline{أحـ}$



البرهان :

∵ أ ب حـ ء هـ شكل خماسي منتظم

∴ قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ١٠٨°

، أ ب = ب حـ = حـ ء = ء هـ = هـ أ

في المثلث أ ب حـ :

∵ أ ب = ب حـ ، ق (د أ ب حـ) = ١٠٨°

∴ ق (د ب أ حـ) = $\frac{١٨٠° - ١٠٨°}{٢}$ = ٣٦°

∴ Δ أ ب حـ ، أ هـ ء فيها :

أ ب = أ هـ

ب حـ = هـ ء

ق (د أ ب حـ) = ق (د أ هـ ء) = ١٠٨°

∴ Δ أ ب حـ ≡ Δ أ هـ ء وينتج أن :

ق (د هـ أ ء) = ق (د ب أ حـ) = ٣٦° ، أ حـ = أ ء

∴ Δ أ ء حـ متساوي الساقين.

، ∵ $\overline{أس} \perp \overline{حـ ء}$

∴ ق (د حـ أ س) = ق (د ء أ س)

= $\frac{١٠٨° - (٣٦° + ٣٦°)}{٢}$ = ١٨°　(وهو المطلوب)

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

إجابات الوحدة الخامسة

إجابات تمارين ٦

١

١ <　٢ <　٣ <　٤ <

٥ <　٦ <　٧ > ، <

٢

١ ق (د ١) < ق (د ٣)

٢ ق (د ٤) < ق (د ٢)

٣ ق (د ٣) < ق (د ٥)

٤ ق (د ٦) < ق (د ٢)

٥ ق (د ١) < ق (د ٣) < ق (د ٥)

٦ ق (د ٣) < ق (د ٥) < ق (د ٧)

٧ ق (د ١) < ق (د ٣) < ق (د ٥) < ق (د ٧)

٣

∵ $\overleftrightarrow{أء} \perp \overline{ب حـ}$ من منتصفها

∴ $\overleftrightarrow{أء}$ هو محور تماثل $\overline{ب حـ}$　∴ أ ب = أ حـ

، ∵ هـ ∈ $\overline{أء}$　∴ أ ب < أ هـ

∴ أ حـ < أ هـ　(وهو المطلوب)

٤

∵ $\overline{أب} // \overline{حـ ء}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$ قاطع لهما

∴ ق (د ب حـ ء) = ق (د أ ب حـ) (بالتبادل)

∴ ق (د ب حـ ء) + ق (د أ حـ ب) > ق (د أ ب حـ)

∴ ق (د أ حـ ء) > ق (د أ ب حـ)　(١) (المطلوب أولًا)

، ∵ هـ ∈ $\overline{حـ ء}$

د أ ء هـ خارجة عن Δ أ حـ ء

∴ ق (د أ ء هـ) > ق (د أ حـ ء)　(٢)

، من (١) ، (٢)

∴ ق (د أ هـ ء) > ق (د أ ب حـ)　(المطلوب ثانيًا)

٥

∵ هـ ∈ $\overline{ب حـ}$

∴ د أ ب هـ خارجة عن Δ أ ب حـ

∴ ق (د أ ب هـ) > ق (د أ)　(١)

، Δ Δ أ ب م ، حـ ء م فيهما :

أ م = م حـ

ب م = م ء

ق (د أ م ب) = ق (د ء م حـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أ ب م ≡ Δ حـ ء م وينتج أن :

ق (د أ) = ق (د أ حـ ء) ، من (١)

∴ ق (د أ ب هـ) > ق (د أ حـ ء)　(وهو المطلوب)

٦

∵ الشكل متوازي أضلاع.

∴ أ ء = ب حـ ، أ ب = حـ ء

، ∵ ء س < ب ص　∴ أ س > حـ ص

∴ أ س + أ ب > حـ ص + حـ ء　(وهو المطلوب)

٧

∵ ء ∈ $\overline{أب}$

∴ د أ ء حـ خارجة عن Δ ء ب حـ

∴ ق (د أ ء حـ) > ق (د ب)

ولكن ق (د أ ء حـ) = ق (د أ حـ ء)

(لأن Δ أ ء حـ فيه : أ ء = أ حـ)

∴ ق (د أ حـ ء) > ق (د ب)

∴ ق (د أ حـ ء) + ق (د ء حـ ب) > ق (د ب)

∴ ق (د أ حـ ب) > ق (د ب)　(وهو المطلوب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨

في Δ أ س ص :

∵ ق (د أ س ص) = ق (د أ ص س) (١)

∴ أ س = أ ص

، ∵ أ ح < أ ب

∴ أ ص + ص ح < أ س + س ب (٢)

، من (١) ، (٢) :

∴ ص ح < س ب (وهو المطلوب)

٩

∵ د أ ء ح خارجة عن Δ ء ب ح

∴ ق (د أ ء ح) > ق (د ب)

ولكن : ق (د ب) = ق (د أ ح ب)

(لأن Δ أ ب ح فيه : أ ب = أ ح)

∴ ق (د أ ء ح) > ق (د أ ح ب) (وهو المطلوب)

١٠

∵ ق (د أ ح ب) > ق (د أ ب ح)

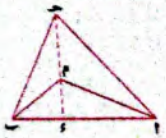
∴ مكملة د أ ب ح < مكملة د أ ح ب

∴ ق (د أ ب ء) > ق (د أ ح ء)

∴ $\frac{1}{2}$ ق (د أ ب ء) > $\frac{1}{2}$ ق (د أ ح ء)

أى أن : ق (د أ ب س) > ق (د أ ح ص) (وهو المطلوب)

١١



العمل : نرسم $\overline{\text{ح م}}$

يقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى ء

البرهان :

∵ د أ م ء خارجة عن Δ أ م ح

∴ ق (د أ م ء) > ق (د أ ح م) (١)

، ∵ د ب م ء خارجة عن Δ ح م ب

∴ ق (د ب م ء) > ق (د ب ح م) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د أ م ء) + ق (د ب م ء) > ق (د أ ح م) + ق (د ب ح م)

∴ ق (د أ م ب) > ق (د ح) (وهو المطلوب)

حل آخر :



العمل : نرسم $\overline{\text{ب م}}$

يقطع $\overline{\text{أ ح}}$ فى ء

البرهان :

∵ د أ م ب خارجة عن Δ أ ء م

∴ ق (د أ م ب) > ق (د أ ء م)

، ∵ د أ ء م خارجة عن Δ ء ب ح

∴ ق (د أ ء م) > ق (د ح)

∴ ق (د أ م ب) > ق (د ح) (وهو المطلوب)

١٢

∵ ق (د ب) > ق (د ح)

∴ ق (د ب) + $\frac{1}{2}$ ق (د ب أ ح)

> ق (د ح) + $\frac{1}{2}$ ق (د ب أ ح)

∴ ق (د ب) + ق (د ب أ ء)

> ق (د ح) + ق (د ح أ ء)

لكن : ق (د ب) + ق (د ب أ ء)

= ق (د ح ء أ) (خارجة عن Δ أ ب ء)

، ق (د ح) + ق (د ح أ ء) = ق (د ب ء أ)

(خارجة عن Δ أ ح ء)

∴ ق (د أ ء ح) > ق (د أ ء ب)

، ∵ مجموعهما ١٨٠° ∴ ق (د أ ء ح) > $\frac{١٨٠°}{٢}$

أى : ق (د أ ء ح) > ٩٠° أى : د أ ء ح منفرجة

(وهو المطلوب)

١٣

∵ أ ح = أ ء ∴ ق (د ء) = ق (د أ ح ء)

، ∵ ق (د أ ح ب) > ق (د أ ب ح)

∴ ق (د أ ح ب) + ق (د أ ح ء)

> ق (د أ ب ح) + ق (د ء)

∴ ق (د ب ح ء) > ق (د ب) + ق (د ء)

لكن : مجموع قياسات زوايا Δ ب ح ء = ١٨٠°

∴ ق (د ب ح ء) < $\frac{١٨٠°}{٢}$

أى أن : ق (د ب ح ء) < ٩٠° أى د ب ح ء منفرجة

(وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٧

١ [١] أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.

[٢] د أ [٣] ق (د ء)

[٤] ق (د أ) > ق (د ب) > ق (د ح)

٢ [١] > ، < ، < [٢] < ، > ، >

[٣] > ، < ، >

٣

[١] ∵ $\overline{\text{ب ح}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ د أ أكبر الزوايا قياسًا

، $\overline{\text{أ ح}}$ أصغر الأضلاع طولاً

∴ د ب أصغر الزوايا قياسًا

∴ الترتيب التصاعدى لقياسات الزوايا هو :

ق (د ب) ، ق (د ح) ، ق (د أ)

[٢] ∵ $\overline{\text{ب ح}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ د أ أكبر الزوايا قياسًا

، $\overline{\text{أ ب}}$ أصغر الأضلاع طولاً

∴ د ح أصغر الزوايا قياسًا

∴ الترتيب التصاعدى لقياسات الزوايا هو :

ق (د ح) ، ق (د ب) ، ق (د أ)

٤

فى Δ أ ب ح : ∵ أ ح < أ ب

∴ ق (د أ ب ح) > ق (د أ ح ب) (١)

فى Δ ب ء ح : ∵ ء ب = ء ح

∴ ق (د ء ب ح) = ق (د ء ح ب) (٢)

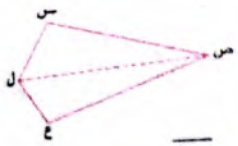
بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د أ ب ح) + ق (د ء ب ح)

> ق (د أ ح ب) + ق (د ء ح ب)

∴ ق (د أ ء) > ق (د أ ح ء) (وهو المطلوب)

٥



العمل : نرسم $\overline{\text{ص ل}}$

البرهان : فى Δ س ص ل :

∵ س ص > س ل

∴ ق (د س ل ص) > ق (د س ص ل) (١)

فى Δ ع ص ل : ∵ ص ع > ع ل

∴ ق (د ع ل ص) > ق (د ع ص ل) (٢)

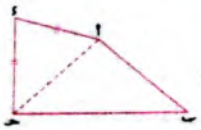
بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د س ل ص) + ق (د ع ل ص)

> ق (د س ص ل) + ق (د ع ص ل)

∴ ق (د س ل ع) > ق (د س ص ع) (وهو المطلوب)

٦



العمل : نرسم $\overline{\text{أ ح}}$

البرهان : فى Δ أ ب ح :

∵ ب ح > أ ب

∴ ق (د ب أ ح) > ق (د أ ح ب) (١)

، فى Δ ء أ ح : ∵ ء أ = ء ح

∴ ق (د ء أ ح) = ق (د ء ح أ) (٢)

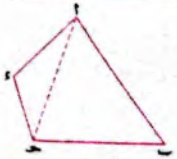
وبجمع (١) ، (٢) :

∵ ق (د ب أ ح) + ق (د ء أ ح)

> ق (د أ ح ب) + ق (د ء ح أ)

∴ ق (د ب أ ء) > ق (د ب ح ء) (وهو المطلوب)

٧



العمل : نرسم $\overline{\text{أ ح}}$

البرهان : فى Δ أ ب ح :

∵ أ ب > ب ح

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ ق(د أ حـ ب) > ق(د ب أ حـ) (١)

في Δ أ ء حـ : ∵ أ ء > ء حـ

∴ ق(د أ حـ ء) > ق(د حـ أ ء) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ ق(د ب حـ ء) > ق(د ب أ ء) (وهو المطلوب)

٤

في Δ م ب حـ : ∵ م حـ > م ب

∴ ق(د م ب حـ) > ق(د م حـ ب)

، ∵ ق(د م ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق(د أ ب حـ)

، ق(د م حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(د أ حـ ب)

∴ $\frac{1}{2}$ ق(د أ ب حـ) > $\frac{1}{2}$ ق(د أ حـ ب)

∴ ق(د أ ب حـ) > ق(د أ حـ ب) (وهو المطلوب)

٥

في Δ ء ب حـ : ∵ ء ب > ء حـ

∴ ق(د ء حـ ب) > ق(د ء ب حـ)

، في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = أ حـ

∴ ق(د أ حـ ب) = ق(د أ ب حـ)

∴ ق(د أ حـ ب) − ق(د ء حـ ب)

> ق(د أ ب حـ) − ق(د ء ب حـ)

∴ ق(د أ حـ ء) < ق(د ء ب حـ)

أي أن : ق(د أ ب ء) > ق(د أ حـ ء) (وهو المطلوب)

٦

في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب > أ حـ

∴ ق(د حـ) > ق(د ب) (١)

، ∵ س ص // ب حـ ، أ حـ قاطع لهما

∴ ق(د أ ص س) = ق(د حـ) (بالتناظر) (٢)

وبالمثل : ∵ س ص // ب حـ ، أ ب قاطع لهما

∴ ق(د أ س ص) = ق(د ب) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ق(د أ ص س) > ق(د أ س ص) (وهو المطلوب)

٧

∵ أ ب > أ حـ ∴ ق(د حـ) > ق(د ب)

ولكن ق(د حـ) = ق(د أ ء ه) (بالتناظر)

، ق(د ب) = ق(د أ ء ه) (بالتناظر)

∴ ق(د أ ء ه) > ق(د أ ء ه)

∴ في Δ أ ء ه : ∵ ق(د أ) = ٩٠°

∴ ق(د أ ء ه) + ق(د أ ه ء) = ٩٠°

ولكن ق(د أ ء ه) > ق(د أ ه ء)

∴ ق(د أ ء ه) < $\frac{٩٠°}{٢}$

∴ ق(د أ ء ه) < ٤٥° (وهو المطلوب)

٨

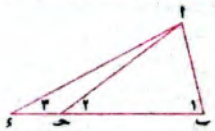
∵ أ ب > أ حـ ، ب ء = حـ ه

وبالطرح : ∴ أ ء > أ ه

∴ في Δ أ ء ه : ∵ أ ء > أ ه

∴ ق(د أ ه ء) > ق(د أ ء ه) (وهو المطلوب)

٩



في Δ أ ب حـ :

∵ أ حـ > أ ب

∴ ق(د ١) > ق(د ٢) (١)

ولكن د ٢ خارجة عن Δ أ حـ ء

∴ ق(د ٢) > ق(د ٣) (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ق(د ١) > ق(د ٣)

∴ ق(د أ ب ء) > ق(د ء) (وهو المطلوب)

١٠

في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب > أ حـ

∴ ق(د أ حـ ب) > ق(د أ ب حـ)

∴ ١٨٠° − ق(د أ حـ ب) < ١٨٠° − ق(د أ ب حـ)

، ∵ ء ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، ه ∈ $\overleftrightarrow{أ حـ}$

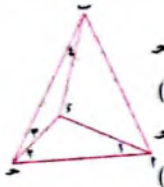
∴ ق(د ب حـ ه) > ق(د ء ب حـ)

، ∵ $\overrightarrow{ب و}$ ينصف د ء ب حـ ، $\overrightarrow{حـ و}$ ينصف د ب حـ ه

∴ ق(د ب حـ و) > ق(د و ب حـ)

∴ ق(د ب و حـ) > ق(د ب حـ و) (وهو المطلوب)

١١



في Δ ء ب حـ : ∵ ء ب > ء حـ

∴ ق(د ٣) > ق(د ٤) (١)

، في Δ ء أ حـ : ∵ ء أ > ء حـ

∴ ق(د ٢) > ق(د ١) (٢)

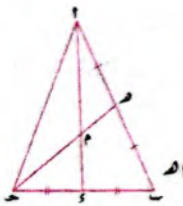
من (١) ، (٢) بالجمع :

∴ ق(د ٣) + ق(د ٢) > ق(د ٤) + ق(د ١)

∴ ق(د أ حـ ب) > ق(د ء ب حـ) + ق(د ء أ حـ)

(وهو المطلوب)

١٢



∵ $\overline{أ ء}$ ، $\overline{حـ ه}$

متوسطان في Δ أ ب حـ

تقاطعا في م

∴ أ م = ٢ م ء ، م حـ = ٢ م ه

، ∵ م ء > م ه

∴ أ م > م حـ وذلك في Δ أ م حـ

∴ ق(د حـ أ م) > ق(د م حـ أ) (وهو المطلوب)

١٣

في Δ أ ب حـ ء : ∵ ء أ = ٥ سم ، أ ه = ٣ سم

∴ ء أ > أ ه ∴ ق(د أ ه ء) > ق(د أ ء ه)

ومن Δ أ ب حـ المتساوى الأضلاع نجد أن :

ق(د أ) = ٦٠°

∴ ق(د أ ه ء) + ق(د أ ء ه) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∴ ق(د أ ه ء) < ٦٠° (وهو المطلوب)

١٤

∵ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع.

∴ ق(د أ ب حـ) = ق(د أ حـ ب) = ٦٠°

، ∵ ق(د ه ب حـ) < ق(د ه حـ ب)

وبالطرح : ∴ ق(د أ ب حـ) − ق(د ه ب حـ)

> ق(د أ حـ ب) − ق(د ه حـ ب)

∴ ق(د أ ب ه) > ق(د أ حـ ه) (١) (المطلوب أولاً)

، ∵ ق(د أ) = ق(د ب)

∴ ق(د أ) = ق(د أ ب ه) + ق(د ه ب حـ)

∴ ق(د أ) > ق(د أ ب ه)

، من (١) :

∴ ق(د أ) > ق(د أ ب ه) > ق(د أ حـ ه)

(المطلوب ثانيًا)

١٥

في Δ س ب حـ : ∵ س ب > س حـ

∴ ق(د س ب حـ) > ق(د س حـ ب)

، ∵ أ ب حـ ء مستطيل أى أن :

ق(د أ ب حـ) = ق(د ء حـ ب) = ٩٠°

∴ ٩٠° − ق(د س ب حـ) < ٩٠° − ق(د س حـ ب)

∴ ق(د أ ب س) < ق(د س حـ ء) (وهو المطلوب)

١٦

في Δ أ ه ء : ∵ أ ء = ٥ سم ، أ ه = ٣ سم

∴ ء أ > أ ه ∴ ق(د أ ه ء) > ق(د أ ء ه)

ومن Δ أ ب حـ المتساوى الأضلاع نجد أن :

ق(د أ) = ٦٠°

∴ ق(د أ ه ء) + ق(د أ ء ه) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∴ ق(د أ ه ء) < ٦٠° (وهو المطلوب)

١٧

في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب > أ حـ

∴ ق(د أ حـ ب) > ق(د أ ب حـ)

∴ ١٨٠° − ق(د أ حـ ب) < ١٨٠° − ق(د أ ب حـ)

، ∵ ء ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، ه ∈ $\overleftrightarrow{أ حـ}$

∴ ق(د ب حـ ه) > ق(د ء ب حـ)

، ∵ $\overrightarrow{ب و}$ ينصف د ء ب حـ ، $\overrightarrow{حـ و}$ ينصف د ب حـ ه

∴ ق(د ب حـ و) > ق(د و ب حـ)

∴ ق(د ب و حـ) > ق(د ب حـ و) (وهو المطلوب)

١٨

في Δ ء ب حـ : ∵ ء ب > ء حـ

∴ ق(د ٣) > ق(د ٤) (١)

، في Δ ء أ حـ : ∵ ء أ > ء حـ

∴ ق(د ٢) > ق(د ١) (٢)

من (١) ، (٢) بالجمع :

∴ ق(د ٣) + ق(د ٢) > ق(د ٤) + ق(د ١)

∴ ق(د أ حـ ب) > ق(د ء ب حـ) + ق(د ء أ حـ)

(وهو المطلوب)

١٩

∵ $\overline{أ ء}$ ، $\overline{حـ ه}$

متوسطان في Δ أ ب حـ

تقاطعا في م

∴ أ م = ٢ م ء ، م حـ = ٢ م ه

، ∵ م ء > م ه

∴ أ م > م حـ وذلك في Δ أ م حـ

∴ ق(د حـ أ م) > ق(د م حـ أ) (وهو المطلوب)

٢٠

في Δ أ ب حـ : ∵ ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ء ه}$ // $\overline{أ حـ}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ا حـ

، ∵ ا ء = $\frac{1}{2}$ ا ب

، ا ب > ا حـ

∴ $\frac{1}{2}$ ا ب > $\frac{1}{2}$ ا حـ ∴ ا ء > ء هـ

∴ ق (د ا هـ ء) > ق (د ء ا هـ)

ولكن : ق (د ا هـ ء) = ق (د حـ ا هـ) (بالتبادل)

∴ ق (د حـ ا هـ) > ق (د ء ا هـ) (وهو المطلوب)

٤٢

[١] العمل : نرسم $\overline{ب ء}$

البرهان : في Δ ا ب ء :

∵ ا ء < ا ب

∴ ق (د ١) > ق (د ٢) (١)

في Δ حـ ب ء : ∵ حـ ء < حـ ب

∴ ق (د ٣) > ق (د ٤) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د ١) + ق (د ٣) > ق (د ٢) + ق (د ٤)

∴ ق (د ا ب حـ) > ق (د ا ء حـ) (المطلوب أولًا)

[٢] العمل : نرسم $\overline{ا حـ}$

البرهان :

في Δ ا ب حـ :

∵ ب ا < ب حـ

∴ ق (د ١) > ق (د ٢) (٣)

، في Δ ا ء حـ : ∵ ا ء < ء حـ

∴ ق (د ٣) > ق (د ٤) (٤)

وبجمع (٣) ، (٤) :

∴ ق (د ١) + ق (د ٣) > ق (د ٢) + ق (د ٤)

∴ ق (د ب حـ ء) > ق (د ب ا ء) (المطلوب ثانيًا)

[٣] ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

ومن المطلوبين الأولين :

∴ ق (د ب) + ق (د حـ) < $\frac{٣٦٠°}{٢}$

∴ ق (د ب) + ق (د حـ) < ١٨٠° (المطلوب ثالثًا)

٤٣

$\overline{ا م}$ متوسط في Δ ا ب ء ، ق (د ا) = ٩٠°

∴ ا م = $\frac{1}{2}$ ب ء

، ∵ هـ منتصف $\overline{ا ب}$ ، هـ س // $\overline{ء حـ}$

∴ هـ س = $\frac{1}{2}$ ء حـ

، ∵ ا م > هـ س ∴ $\frac{1}{2}$ ب ء > $\frac{1}{2}$ ء حـ

∴ ب ء > ء حـ

∴ ق (د حـ) < ق (د ء ب حـ) (وهو المطلوب)

٤٤

في Δ ا ب م : ∵ ا م < ب م

∴ ق (د ا ب م) < ق (د ا) (١)

، ∵ ا م = حـ م

∴ في Δ حـ ب م : م حـ < م ب

∴ ق (د م ب حـ) < ق (د حـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د ا ب م) + ق (د م ب حـ) < ق (د ا) + ق (د حـ)

∴ ق (د ا ب حـ) < ق (د ا) + ق (د حـ)

∴ د ا ب حـ منفرجة (وهو المطلوب)

٤٤

من Δ ا ب ء :

ق (د ب) = ٩٠° − ق (د ب ا ء) (١)

، من Δ ا حـ ء :

ق (د حـ) = ٩٠° − ق (د حـ ا ء) (٢)

، من Δ ا ب حـ : ∵ ا حـ < ا ب

∴ ق (د ب) < ق (د حـ) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ٩٠° − ق (د ب ا ء) < ٩٠° − ق (د حـ ا ء)

∴ ق (د ب ا ء) > ق (د حـ ا ء) (وهو المطلوب)

٤٥

في Δ ا ب حـ :

∵ ا حـ < ا ب

∴ ق (د ب) < ق (د حـ)

، ∵ ق (د ب ا ء) = ق (د ء ا حـ) ($\overrightarrow{ا ء}$ ينصف د ا)

∴ ق (د ب) + ق (د ب ا ء)

< ق (د حـ) + ق (د ء ا حـ)

، ∵ د ا ء حـ خارجة عن Δ ا ب ء

∴ ق (د ا ء حـ) = ق (د ب) + ق (د ء ا حـ)

، ∵ د ا ء ب خارجة عن Δ ا ء حـ

∴ ق (د ا ء ب) = ق (د حـ) + ق (د ء ا حـ)

∴ ق (د ا ء حـ) < ق (د ا ء ب)

، ∵ ق (د ا ء حـ) + ق (د ا ء ب) = ١٨٠°

∴ ق (د ا ء حـ) < $\frac{١٨٠°}{٢}$

أي أن : ق (د ا ء حـ) < ٩٠° أي أن : د ا ء حـ منفرجة

(وهو المطلوب)

٤٦

نفرض أن :

$\overline{حـ ا} \cap \overline{ء ب} = \{م\}$

، ∵ قطرا متوازي الأضلاع

ينصف كل منهما الآخر

من Δ ا م ء : ∵ ا م > م ء (ا حـ > ب ء)

∴ ق (د ٢) > ق (د ١) (١)

، من Δ ء م حـ : ∵ م حـ > م ء (ا حـ > ب ء)

∴ ق (د ٣) > ق (د ٤) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د ٢) + ق (د ٣) > ق (د ١) + ق (د ٤)

∴ ق (د ء) > ق (د ١) + ق (د ٤)

∴ في Δ ا ء حـ :

∵ ق (د ء) > ق (د حـ ا ء) + ق (د ا حـ ء)

∴ د ء منفرجة. (وهو المطلوب)

٤٧

∵ محيط Δ ا حـ ء

= حـ ء + ء ا + ا حـ

، محيط Δ ا ب ء = ب ء + ء ا + ا ب

، ∵ محيط Δ ا حـ ء > محيط Δ ا ب ء

∴ حـ ء + ء ا + ا حـ > ب ء + ء ا + ا ب

ولكن : حـ ء = ب ء

∴ ء ا + ا حـ > ء ا + ا ب ∴ ا حـ > ا ب

∴ ق (د ب) > ق (د حـ) (وهو المطلوب)

٤٨

العمل : نرسم $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ا حـ}$

ويقطع $\overline{ا ب}$ في هـ

البرهان :

في Δ ا ب حـ : ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ا حـ}$ ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ هـ منتصف $\overline{ب ا}$ ∴ ا هـ = $\frac{1}{2}$ ا ب

، ء هـ = $\frac{1}{2}$ ا حـ

، ∵ ا ب > ا حـ ∴ ا هـ > ء هـ

∴ ق (د ٢) > ق (د ٣) (١)

، ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ا حـ}$ ، $\overrightarrow{ا ء}$ قاطع لهما

∴ ق (د ١) = ق (د ٢) (بالتبادل)

، من (١) : ∴ ق (د ١) > ق (د ٣)

∴ ق (د ب ا ء) > ق (د حـ ا ء) (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٨

١ [١] أكبر في الطول من الذي يقابل الأخرى ، أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.

[٢] أصغر الأضلاع طولًا. [٣] الوتر

[٤] طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم المعلوم.

[٥] $\overline{ا ب}$ [٦] $\overline{ا حـ}$ [٧] $\overline{ب حـ}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(١) (أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٢)
(١) ق(∠أ) > ق(∠ب) > ق(∠جـ)
(٢) ق(∠ب) > ق(∠جـ) > ق(∠أ)
(٣) ق(∠جـ) > ق(∠أ) > ق(∠ب)
(٤) ق(∠أ) > ق(∠ب) > ق(∠جـ)

(٣) ∵ س ∈ ص ، ص ∈ ع
∴ س ∈ ع

(٤) ∵ ق(∠جـ) > ق(∠ب) > ق(∠أ)
∴ أجـ > أب > ب جـ

(٥) ∵ $\overleftrightarrow{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ قاطع لهما
∴ ق(∠جـ) = ق(∠د أجـ) = ٣٠° (بالتبادل) (١)
∵ $\overleftrightarrow{أهـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{أب}$ قاطع لهما
∴ ق(∠ب) = ق(∠هـ أب) = ٧٠° (بالتناظر) (٢)
من (١) ، (٢) ∴ ق(∠ب) > ق(∠جـ)
∴ أجـ > أب (وهو المطلوب)

(٦) ∵ جـ ∈ $\overleftrightarrow{أد}$
∴ ق(∠أجـ ب) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°
∵ $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ∈ جـ
∴ ق(∠أ ب جـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°
∴ ق(∠د) = ١٨٠° − (٦٠° + ٧٠°) = ٥٠°
∵ ق(∠جـ) > ق(∠د)
∴ أب > ب جـ (وهو المطلوب)

(٧) في Δ أ ب جـ :
∵ ق(∠جـ) = ٩٠° ∴ أم > جـ م (١)
في Δ ب ء م :
∵ ق(∠ء) = ٩٠° ∴ ب م > ء م (٢)
بجمع (١) ، (٢) : ∴ أم + ب م > جـ م + ء م
∴ أب > جـ ء (وهو المطلوب)

(٨) في Δ أ ب جـ :
∵ أب = أجـ ∴ ق(∠أجـ ب) = ق(∠ب) = ٦٥°
∴ ق(∠ء جـ ب) = ٦٥° + ٢٠° = ٨٥°
في Δ ء ب جـ :
∴ ق(∠ء) = ١٨٠° − (٦٥° + ٨٥°) = ٣٠°

(٩) في Δ أ ب جـ :
∵ أب = أجـ
∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أجـ ب)
∴ ق(∠أ ب م) > ق(∠أجـ م)
∴ ق(∠أ ب جـ) − ق(∠أ ب م) < ق(∠أجـ ب) − ق(∠أجـ م)
∴ ق(∠م ب جـ) < ق(∠م جـ ب)
∴ من Δ م ب جـ : م جـ < م ب (وهو المطلوب)

(١٠) ∵ $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ء جـ}$ قاطع لهما
∴ ق(∠د ء هـ) = ق(∠د) (بالتناظر)
∵ ∠د زاوية منفرجة
∴ ∠د ء هـ زاوية منفرجة
∴ في Δ د ء هـ : ق(∠د ء هـ) > ق(∠د هـ ء)
(زاويتان منفرجة وحادة)
∴ د هـ > د ء (وهو المطلوب)

(١١) في Δ أ ب جـ :
∵ أب > أجـ
∴ ق(∠جـ) > ق(∠ب) (١)
∵ $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ء جـ}$ قاطع لهما
∵ ق(∠ء) = ق(∠جـ) (بالتبادل) (٢)
∵ $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب هـ}$ قاطع لهما
∴ ق(∠هـ) = ق(∠ب) (بالتبادل) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ ق(∠ء) > ق(∠هـ) ومن Δ د ء هـ :
∴ د هـ > د ء (وهو المطلوب)

(١٢) العمل : نرسم $\overline{ب ء}$
البرهان : في Δ أ ء ب :
∵ أ ء = أ ب
∴ ق(∠أ ء ب) = ق(∠أ ب ء)
∵ ق(∠أ ء جـ) > ق(∠أ ب جـ)
∴ ق(∠أ ء جـ) − ق(∠أ ء ب) > ق(∠أ ب جـ) − ق(∠أ ب ء)
∴ ق(∠ب ء جـ) > ق(∠ء ب جـ)
∴ في Δ ب ء جـ : ب جـ > جـ ء (وهو المطلوب)

(١٣) في Δ أ ب جـ :
∵ أ ب > أجـ ∴ ق(∠أ ب جـ) < ق(∠أجـ ب)
∵ ب ∈ $\overleftrightarrow{أء}$ ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{أهـ}$
∴ ١٨٠° − ق(∠أ ب جـ) > ١٨٠° − ق(∠أجـ ب)
∴ ق(∠جـ ب ء) > ق(∠ب جـ هـ)
∵ $\overline{ب و}$ ينصف ∠ء ب جـ ، $\overline{جـ و}$ ينصف ∠ب جـ هـ
∴ ق(∠و ب جـ) > ق(∠ب جـ و) (المطلوب أولًا)
∴ جـ و > ب و (المطلوب ثانيًا)

(١٤) في Δ أ ب جـ :
∵ أ ب = ب جـ ∴ ق(∠أ) = ق(∠جـ) = ٦٥°
∴ ق(∠ب) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°
∵ ق(∠ب) < ق(∠أ) < ق(∠جـ)
∴ أجـ < ب جـ < أب

(١٥) في Δ أ ب جـ :
∵ ق(∠ب) = ٩٠° ∴ أجـ > ب جـ (١)
في Δ ب جـ ء :
∵ ق(∠ء) = ٩٠° ∴ ب جـ > ب ء (٢)
بجمع (١) ، (٢) : ∴ أجـ + ب جـ > ب جـ + ب ء
∴ أب > ب ء (وهو المطلوب)

(١٦) في Δ أ ب جـ :
∵ ق(∠ب) = ٩٠° ∴ أجـ > ب جـ (١)
في Δ ب جـ ء :
∵ ق(∠ء) = ٩٠° ∴ ب جـ > ب ء (٢)
بجمع (١) ، (٢) : ∴ أجـ + ب جـ > ب جـ + ب ء
∴ أب > ب ء (وهو المطلوب)

(١٧) في Δ أ ب ء : ∵ ب ء = أ ء
∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠ب)
∴ ق(∠ب أ ء) + ق(∠ء أ جـ) > ق(∠ب)
∴ ق(∠ب أ جـ) > ق(∠ب)
∴ ب جـ > أجـ (وهو المطلوب)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٨

في Δ ء ب حـ :

∵ ق (د ب) > ق (د ء حـ ب)

∴ ء حـ > ء ب ولكن ء ب = ء أ

∴ ء حـ > ء أ

∴ في Δ ء أ حـ :

ق (د أ) > ق (د أ حـ ء) (المطلوب أولًا)

، ∵ ق (د ب ء حـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٥٠°) = ٦٠°

، ∵ د ب ء حـ خارجة عن Δ ء أ حـ

∴ ق (د ب ء حـ) = ق (د أ) + ق (د أ حـ ء) = ٦٠°

، ∵ ق (د أ) > ق (د أ حـ ء)

∴ ق (د أ حـ ء) < ٣٠°

∴ ق (د أ حـ ء) + ق (د ء حـ ب) < ٣٠° + ٥٠°

∴ ق (د أ حـ ب) < ٨٠°

∴ د أ حـ ب حادة (المطلوب ثانيًا)

١٩

في Δ أ و ب : ∵ و أ = و ب

∴ ق (د و ب أ) = ق (د و أ ب) = ٥٠° (١)

، ∵ د أ و ء خارجة عن Δ أ و ب

∴ ق (د أ و ء) = ٥٠° + ٥٠° = ١٠٠°

∴ في Δ أ و ء : ∵ و أ = و ء

∴ ق (د و ء أ) = (١٨٠° − ١٠٠°) / ٢ = ٤٠° (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ في Δ أ ب ء :

ق (د أ ب ء) > ق (د أ ء ب)

∴ أ ء > أ ب (المطلوب أولًا)

في Δ أ ب ء : ∵ أ و متوسط ، أ و = ½ ب ء

∴ ق (د أ ب ء) = ٩٠°

∴ ب حـ وتر في Δ ب أ حـ

∴ ب حـ > أ حـ (المطلوب ثانيًا)

٢٠

∵ د أ ب ء خارجة عن Δ أ ء حـ

∴ ق (د أ ب ء) > ق (د ء حـ)

، ∵ ق (د ء حـ) = ق (د ب) (أ ب = أ حـ في Δ أ ب حـ)

∴ ق (د أ ب ء) > ق (د ب)

ومن Δ أ ب ء : ∴ أ ب > أ ء (وهو المطلوب)

٢١

في ΔΔ أ ب ء ، أ ء د :

∵ ق (د ب) = ق (د أ ء د)

، ق (د ب أ ء) = ق (د ء أ د)

∴ ق (د أ ء ب) = ق (د أ ء د)

∴ ΔΔ أ ب ء ، أ ء د فيهما :

ق (د ب أ ء) = ق (د د أ ء)

ق (د أ ء ب) = ق (د أ ء د)

أ ء (ضلع مشترك)

∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ د ء وينتج أن :

ب ء = ء د (المطلوب أولًا)

∴ من Δ ء د حـ :

∵ ق (د ء د حـ) = ٩٠° ∴ ء حـ > ء د

، ∵ ء د = ء ب ∴ ء حـ > ء ب (المطلوب ثانيًا)

٢٢

∵ ق (د أ ء حـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ Δ أ ء حـ فيه :

ق (د أ ء حـ) > ق (د حـ)

∴ أ حـ > أ ء (١)

، ∵ Δ أ ء ب منفرج الزاوية في ء

∴ أ ب > أ ء (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ أ ب + أ حـ > ٢ أ ء (وهو المطلوب)

٢٣

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ الوتر أ حـ أكبر الأضلاع طولًا

∴ أ ب < أ حـ ، ب حـ < أ حـ

وبالجمع :

∴ أ ب + ب حـ < ٢ أ حـ (وهو المطلوب)

٢٤

∵ أ ء // حـ د ، أ حـ قاطع لهما

∴ ق (د ء أ حـ) = ق (د أ حـ د)

∴ ق (د ب حـ د) > ق (د ء أ حـ)

∴ ق (د ب حـ د) > ق (د ب أ ء) (١)

(أ ء ينصف د ب أ حـ)

، ∵ أ ء // حـ د ، ب د قاطع لهما

∴ ق (د ب أ ء) = ق (د د) (بالتناظر) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (د ب حـ د) > ق (د د)

، من Δ ب حـ د : ∴ ب د > ب حـ (وهو المطلوب)

٢٥

∵ Δ س ص م قائم الزاوية في ص

∴ د س م ص حادة ∴ د س م ع منفرجة

∴ Δ س م ع منفرج الزاوية في م

∴ س ع > س م (وهو المطلوب)

٢٦

في Δ أ ب حـ :

∵ أ ب > ب حـ ∴ ق (د حـ) > ق (د أ) (١)

، ∵ ق (د أ ب حـ) = ٩٠°

∴ د أ تتمم د حـ

، في Δ أ ب ء : ∵ ق (د أ ء ب) = ٩٠° (٢)

∴ د أ تتمم د أ ب ء (٣)

من (٢) ، (٣) : ∴ ق (د حـ) = ق (د أ ب ء)

، من (١) : ∴ ق (د أ ب ء) > ق (د أ)

∴ في Δ أ ب ء : أ ء > ب ء (وهو المطلوب)

٢٧



∵ د ب ء حـ خارجة عن Δ أ ء حـ

∴ ق (د ب ء حـ) > ق (د أ حـ ء)

، ∵ ق (د ب ء حـ) = ق (د أ حـ ء)

∴ ق (د ب ء حـ) > ق (د ب حـ ء)

، من Δ ء ب حـ : ∴ ب حـ > ب ء (وهو المطلوب)

٢٨



في Δ أ ب حـ :

∵ ق (د ب) = ٩٠°

∴ أ حـ > ب حـ

، ∵ أ ء = ب د

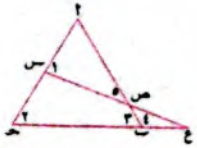
∴ أ حـ − أ ء > ب حـ − ب د

∴ ء حـ > د حـ

∴ في Δ ء د حـ : ∵ ء حـ > د حـ

∴ ق (د حـ د ء) > ق (د حـ ء د) (وهو المطلوب)

٢٩



∵ د ١ خارجة عن Δ س ع حـ

∴ ق (د ١) > ق (د ٢)

ولكن ق (د ٣) = ق (د ٢) (أ ب = أ حـ في Δ أ ب حـ)

∴ ق (د ١) > ق (د ٣)

ولكن د ٣ خارجة عن Δ ص ع ب

∴ ق (د ٣) > ق (د ٤) ∴ ق (د ١) > ق (د ٤)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

∴ ق(د ٤) = ق(د ٥) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق(د ١) > ق(د ٥) ومن Δ ١ هـ س

∴ ١ هـ > ١ س (وهو المطلوب)

١٠

∵ ق(د ١) + ق(د ب) + ق(د حـ) = ١٨٠°

∴ ٥ س + ٢ + ٦ س − ١٠ + س + ٢٠ = ١٨٠

∴ ١٢ س + ١٢ = ١٨٠

∴ ١٢ س = ١٨٠ − ١٢ = ١٦٨

∴ س = $\frac{١٦٨}{١٢}$ = ١٤

∴ ق(د ١) = ٥ × ١٤ + ٢ = ٧٢°

، ق(د ب) = ٦ × ١٤ − ١٠ = ٧٤°

، ق(د حـ) = ١٤ + ٣٠ = ٣٤°

∴ ١ ب > ب حـ > ١ حـ (وهو المطلوب)

١١

في Δ ١ ب حـ : ∵ ١ ب > ١ حـ

∴ ق(د ١ حـ ب) > ق(د ١ ب حـ)

∴ $\frac{١}{٢}$ ق(د ١ حـ ب) > $\frac{١}{٢}$ ق(د ١ ب حـ)

∴ ق(د م حـ ب) > ق(د م ب حـ) (١)

ومن Δ م ب حـ : ∴ م ب > م حـ (٢)

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{س ب}}$ قاطع لهما

∴ ق(د س) = ق(د م ب حـ) (بالتبادل) (٣)

، ∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ص}}$ قاطع لهما

∴ ق(د ص) = ق(د م حـ ب) (بالتبادل) (٤)

∴ في Δ س م ص :

من (١) ، (٣) ، (٤) : ∴ ق(د ص) > ق(د س)

∴ س م > م ص (٥)

بجمع (٢) ، (٥) : ∴ م ب + م س > م حـ + م ص

∴ ب س > حـ ص (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٩

١

(١) ∵ ٣ + ٤ > ٩ ∴ الأطوال لا تصلح

(٢) ∵ ٥ + ٧ > ٨ ∴ الأطوال تصلح

(٣) ∵ ٤ + ٦ = ١٠ ∴ الأطوال لا تصلح

(٤) ∵ ٦ + ٨ > ١٣ ∴ الأطوال تصلح

(٥) ∵ ٣ + ٤ > ٥ ∴ الأطوال تصلح

(٦) ∵ ٩ + ٩ > ١٩ ∴ الأطوال لا تصلح

٢

نفرض أن طول الضلع الثالث = ل سم

(١) ∵ ٩ − ٦ < ل < ٩ + ٦

∴ ٣ < ل < ١٥ ∴ ل ∈]٣ ، ١٥[

(٢) ∵ ٣ − ٣ < ل < ٣ + ٣

∴ ٠ < ل < ٦ ∴ ل ∈]٠ ، ٦[

(٣) ∵ ٣,٢ − ٢,٩ < ل < ٣,٢ + ٢,٩

∴ ٠,٣ < ل < ٦,١

∴ ل ∈]٠,٣ ، ٦,١[

(٤) ∵ ٧,٣ − ٥,٧ < ل < ٧,٣ + ٥,٧

∴ ١,٦ < ل < ١٣ ∴ ل ∈]١,٦ ، ١٣[

٣

(١) (ب) (٢) (ب) (٣) (جـ) (٤) (د)

(٥) (أ) (٦) (ب) (٧) (د) (٨) (ب)

(٩) (أ) (١٠) (أ)

٤

في Δ س ل ص :

س ل + ل ص > س ص (متباينة المثلث)

لكن س ل = ل ع ∴ ل ع + ل ص > س ص

∴ ص ع > س ص (وهو المطلوب)

٥

في Δ ١ ب حـ :

∵ ق١ + ١ ب > ق ب حـ

(متباينة المثلث)

∴ ق١ + ١ ب > ق ء + ق حـ

ولكن : ق١ = ق حـ ∴ ١ ب > ب ء (وهو المطلوب)

٦

من Δ ١ ب ء :

١ ء + ء ب > ١ ب

(متباينة المثلث) (١)

، من Δ ١ ء حـ :

١ ء + ء حـ > ١ حـ (متباينة المثلث) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ ب ء + ء حـ + ٢ ١ ء > ١ ب + ١ حـ (وهو المطلوب)

٧

من Δ ١ ب م :

م ١ + م ب > ١ ب (متباينة المثلث) (١)

من Δ م ب حـ :

م ب + م حـ > ب حـ (متباينة المثلث) (٢)

من Δ ١ م حـ :

م ١ + م حـ > ١ حـ (متباينة المثلث) (٣)

وبجمع (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ٢ م ١ + ٢ م ب + ٢ م حـ > ١ ب + ب حـ + ١ حـ

∴ م ١ + م ب + م حـ > $\frac{١}{٢}$ محيط Δ ١ ب حـ

(وهو المطلوب)

٨

في Δ ١ د ع :

١ د + ١ ع > د ع (متباينة المثلث) (١)

، من Δ د ب و :

د ب + ب و > د و (متباينة المثلث) (٢)

، من Δ ع و حـ :

ع حـ + حـ و > ع و (متباينة المثلث) (٣)

وبجمع (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ١ د + د ب + ب و + و حـ + ع حـ + ١ ع > د ع + د و + ع و

∴ ١ ب + ١ حـ + ب حـ > د ع + د و + ع و

∴ محيط Δ ١ ب حـ > محيط Δ د و ع

(وهو المطلوب)

٩

في Δ ١ ء حـ : ء ١ + ء حـ > ١ حـ

في Δ ء ب حـ : ء ب + ء حـ > ب حـ (١)

في Δ ء ب ١ : ء ب + ء ١ > ١ ب (٢)

بجمع (١) ، (٢) ، (٣) : (٣)

∴ ٢ (ء ١ + ء ب + ء حـ) > ١ حـ + ب حـ + ١ ب

∴ ١ حـ + ب حـ + ١ ب < ٢ (ء ١ + ء ب + ء حـ)

∴ محيط Δ ١ ب حـ < ٢ (ء ١ + ء ب + ء حـ)

(وهو المطلوب)

١٠

∵ ٧ − ٣ < ١ حـ < ٧ + ٣

∴ ٤ < ١ حـ < ١٠ ∴ ١ حـ ∈]٤ ، ١٠[

∴ ١ ب < ١ حـ

∴ ق(د حـ) < ق(د ب) (وهو المطلوب)

١١

بفرض أن ١ ب حـ مثلث : ∴ ١ ب < ١ حـ + ب حـ

وبإضافة ١ ب للطرفين : ∴ ٢ ١ ب < ١ حـ + ب حـ + ١ ب

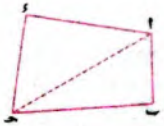
∴ ٢ ١ ب < محيط Δ ١ ب حـ

∴ ١ ب < $\frac{١}{٢}$ محيط Δ ١ ب حـ

∴ طول أى ضلع فى مثلث أصغر من نصف محيط المثلث.

(وهو المطلوب)

١٢



العمل : نرسم $\overline{\text{١ حـ}}$

البرهان : من Δ ١ ب حـ :

١ ب + ب حـ > ١ حـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

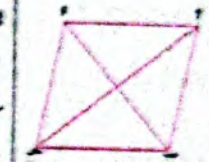
(٢) (متباينة المثلث)

، من Δ أ ب حـ : أ حـ + حـ ء > أ ء (متباينة المثلث) (٣)

من (١) ، (٣) :

∴ أ ب + ب حـ + حـ ء > أ ء (وهو المطلوب)

١٤



ليكن أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا

في Δ أ ب حـ :

أ ب + ب حـ > أ حـ (١)

، في Δ ب حـ ء :

ب حـ + حـ ء > ب ء (٢)

، في Δ أ حـ ء : أ ء + حـ ء > أ حـ (٣)

، في Δ أ ب ء : أ ب + أ ء > ب ء (٤)

وبجمع (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) :

∴ ٢ أ ب + ٢ ب حـ + ٢ حـ ء + ٢ أ ء > ٢ أ حـ + ٢ ب ء

∴ أ ب + ب حـ + حـ ء + أ ء > أ حـ + ب ء

∴ مجموع قطري أي شكل رباعي محدب أصغر من محيط الشكل. (وهو المطلوب)

١٥



ليكن أ ب حـ ء شكلًا رباعيًا

، أ حـ ∩ ب ء = {م}

من Δ أ ب م : أ ب < م أ + م ب (١)

ومن Δ ب حـ م : ب حـ < م ب + م حـ (٢)

ومن Δ حـ ء م : حـ ء < م حـ + م ء (٣)

ومن Δ أ ء م : أ ء < م أ + م ء (٤)

وبجمع (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) :

∴ أ ب + ب حـ + حـ ء + أ ء

< ٢ م أ + ٢ م حـ + ٢ م ب + ٢ م ء

∴ أ ب + ب حـ + حـ ء + أ ء < ٢ (أ حـ + ب ء)

∴ محيط الشكل الرباعي أ ب حـ ء

< ضعف مجموع طولي قطريه. (وهو المطلوب)

١٦



العمل : نرسم ب م يقطع أ حـ في نقطة ء

البرهان :

∵ Δ ب ء حـ فيه :

ب حـ + ء حـ > ب ء (متباينة المثلث)

∴ ب حـ + ء حـ > ب م + م ء (١)

، ∵ Δ أ م ء فيه : أ ء + م ء > أ م (متباينة المثلث)

∴ أ ء > أ م − م ء (٢)

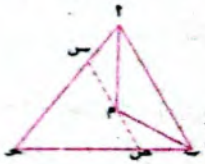
وبجمع (١) ، (٢) :

∴ ب حـ + أ ء + ء حـ > ب م + م ء + أ م − م ء

∴ ب حـ + أ حـ > ب م + أ م

∴ أ م + م ب < ب حـ + أ حـ (وهو المطلوب)

حل آخر :



العمل : نرسم س ص

يمر بنقطة م حيث

س ∈ أ حـ ، ص ∈ ب حـ

البرهان : في Δ حـ س ص :

حـ ص + حـ س > س ص (متباينة المثلث)

∴ حـ ص + حـ س > س م + م ص

وبإضافة ب ص ، أ س للطرفين

∴ حـ ص + ب ص + حـ س + أ س

> س م + أ س + م ص + ب ص

∴ ب حـ + أ حـ > س م + أ س + م ص + ب ص

، ∵ س م + أ س > أ م ، م ص + ب ص > م ب

∴ ب حـ + أ حـ > أ م + م ب

∴ أ م + م ب < أ حـ + ب حـ (وهو المطلوب)

أختبر مفاهيمي ومهاراتي السابقة في الهندسة

١

١	$2\sqrt{10}$	٢	٣
٣	٥	٤	١٥°
٥	١٨	٦	٥٤°
٧	$\frac{1}{2}$ ح − ص	٨	$3\sqrt{2}$
٩	١٠٨°	١٠	٦٠
١١	٩	١٢	١٩

٢

١	(ب)	٢	(جـ)
٣	(ب)	٤	(د)
٥	(أ)	٦	(جـ)
٧	(أ)	٨	(جـ)
٩	(د)	١٠	(أ)
١١	(جـ)	١٢	(ب)
١٣	(د)	١٤	(جـ)

١٣



العمل : نمد $\overline{أو}$ بقدر نفسه إلى نقطة ء

ثم نرسم $\overline{حء}$

البرهان :

في Δ أ و ب ، ء و حـ فيهما :

أ و = ء و (عملًا)

ب و = و حـ (معطى)

ق (∠ أ و ب) = ق (∠ ء و حـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ يتطابق المثلثان وينتج أن : أ ب = ء حـ

ولكن في Δ أ حـ ء نجد أن :

أ حـ + حـ ء > أ ء (متباينة المثلث)

∴ أ حـ + أ ب > أ ء ، ∵ أ ء = ٢ أ و

∴ أ حـ + أ ب > ٢ أ و (١) (المطلوب أولًا)

، من Δ أ ب حـ : ∵ أ ب + أ حـ > ب حـ

أي أن : أ ب + أ حـ > ٢ ب و (٢)

وبجمع (١) ، (٢) : ∴ ٢ أ ب + ٢ أ حـ > ٢ أ و + ٢ ب و

وبالقسمة على ٢ :

∴ أ ب + أ حـ > أ و + ب و (المطلوب ثانيًا)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات الاختبارات التراكمية في الجبر والاحصاء

اختبار تراكمى ١

١ ١ (جـ) ٢ (جـ) ٣ (جـ) ٤ (ب)

٢ ١ -٨ ٢ صفر ٣ ٥ ٤ ٢

٣ ١ {-١} ٢ $\{\frac{1}{2}\}$

اختبار تراكمى ٢

١ ١ (جـ) ٢ (أ) ٣ (جـ) ٤ (ب)

٢ ١ ٤ ٢ ٢ ٣ ٢٥ ٤ صفر

٣ (١) أثبت بنفسك. (ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ٣

١ ١ (جـ) ٢ (جـ) ٣ (أ)
٤ (جـ) ٥ (د)

٢ ١ ∅ ٢ ∅ ٣ ٤
٤ ∅ ٥ {٢}

اختبار تراكمى ٤

١ ١ (جـ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (جـ)

٢ ١ {٢ ، ٥} ٢ ح - {١}
٣ ٤ ٤ ح

٣ ١ س = {س : س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٥}
٢
٣ س - ص =]٢ ، ٥]
∵ $\sqrt{29}$ = ٥,٣٩ ∴ $\sqrt{29}$ ∉ س - ص

اختبار تراكمى ٥

١ ١ (جـ) ٢ (جـ) ٣ (جـ) ٤ (ب)

٢ ١]-١ ، ٥[٢ ٩٦
٣ $\sqrt{3}$ ٥ ٤ ٢٤

٣ ٤ - ٢$\sqrt{3}$

٤ ١ ٢٢ ٢ ٥٦

اختبار تراكمى ٦

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (ب)

٢ ١]٢ ، ٣] ٢ ∅
٣ ٥$\sqrt{3}$ - ٣ ٤ -٢$\sqrt{3}$

٣
١ أ ∩ ب =]-٢ ، ٣]
٢ ب - أ = [٣ ، ٥[

٤ ١ ٢$\sqrt{6}$ ٢ صفر

اختبار تراكمى ٧

١ ١ (جـ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (ب)

٢ ١ صفر ٢ $\sqrt{3}$
٣ {٠} ٤ ٢

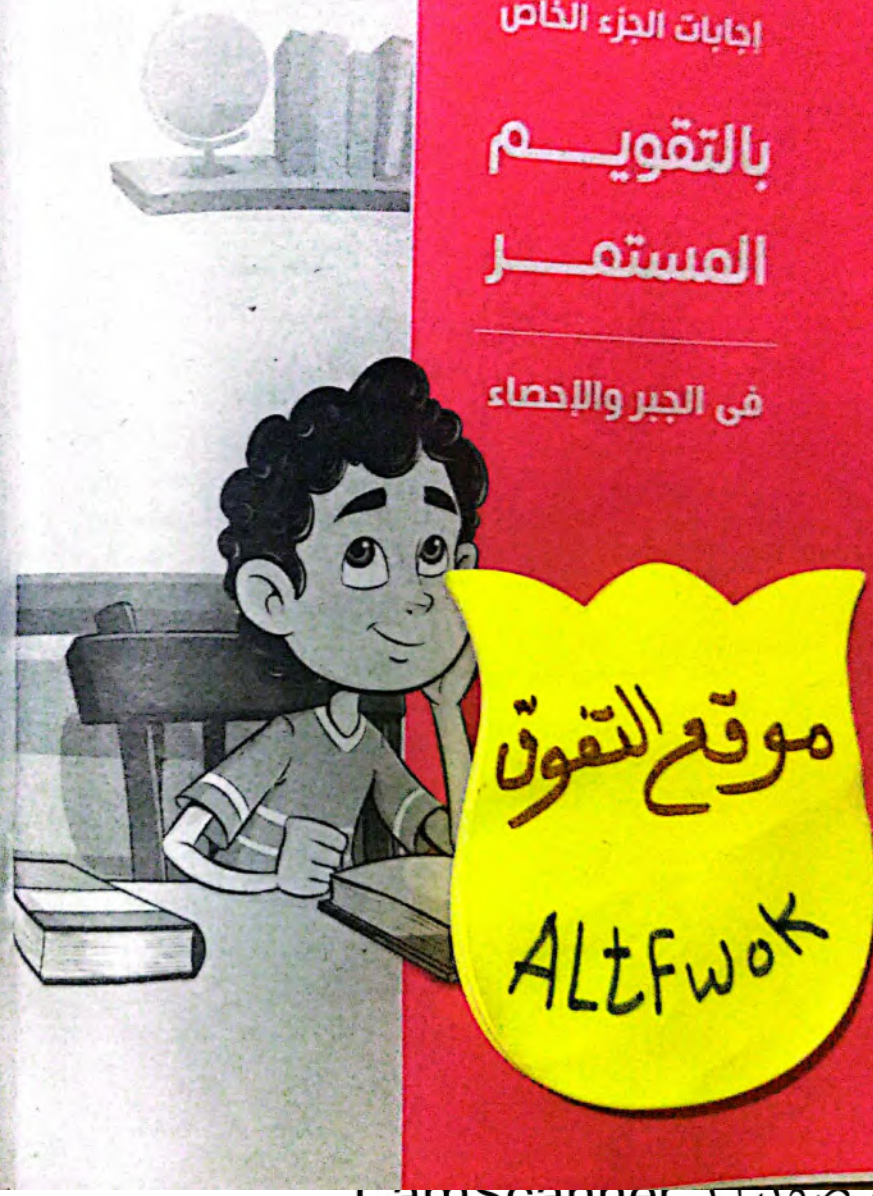
٣ (١) ٧ (ب) ١٠ - ٤$\sqrt{5}$

٤ أثبت بنفسك ، $\frac{4}{5}$

إجابات الجزء الخاص

بالتقويم المستمر

في الجبر والإحصاء



موقع التفوق
ALtFwoK

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار تراكمى ٨

١ (١) (ب) (٢) (ب) (٣) (ب) (٤) (د)

٢ (١)]-∞ ، ٠[(٢) ٢√٢
(٣) ٣√٢ (٤) ٦

٣ (١) ٦√٢ (٢) -١

٤ (١) 
(٢) س ∩ ص =]-٢ ، ١]
(٣) س - ص =]١ ، ٣]
(ب) ١

اختبار تراكمى ٩

١ (١) (جـ) (٢) (جـ) (٣) (أ) (٤) (د)

٢ (١) -٤ (٢) ٣ سم
(٣) {٠ ، ١} (٤) ٥√٥

٣ (١) ٤ سم (ب) أثبت بنفسك ، ٤

٤ (١) ٣٦π سم٢ (ب) ٧√٥ - ٤√٣

اختبار تراكمى ١٠

١ (١) (ب) (٢) (ب) (٣) (د) (٤) (جـ)

٢ (١)]-٢ ، ∞[(٢)]١ ، ∞[
(٣) {-١} (٤) ١٥

٣ (١) ١٥ سم
(ب)]-٢ ، ٣] ، مثل بنفسك.

٤ (١) 
(٢) س ∪ ص =]-١ ، ٦]
(٣) س ∩ ص =]٢ ، ٤]
(ب)]-١ ، ٢] ، مثل بنفسك.

اختبار تراكمى ١١

١ (١) (ب) (٢) (جـ) (٣) (جـ) (٤) (١)

٢ (١) ٦ (٢) ١٢
(٣) الصادات (٤) ٣

٣ (١) أوجد بنفسك.
(ب) ٣√٣

٤ (١) [٣ ، ∞[، مثل بنفسك.
(ب) مثل بنفسك ، ٢ وحدة مربعة.

اختبار تراكمى ١٢

١ (١) (١) (٢) (جـ) (٣) (د) (٤) (د)

٢ (١) ٣٦ (٢) صفر
(٣) ٥ (٤) الصادات

٣ (١) مثل بنفسك. ، -١
(ب) [٠ ، ٢] ، مثل بنفسك.

٤ (١) أثبت بنفسك. (ب) صفر

اختبار تراكمى ١٣

١ (١) (١) (٢) (جـ)

٢ (١) صفر (٢) (٢ ، ٣) (٣) -٣

٣ (١) ٧٥/٨ ، ٥ ، صفر
(٢) ٥٠ سم.

٤ (١) ٤٤٠ سم٢ ، ١٥٤٠ سم٣
(ب) مثل بنفسك ، (١/٢ ، ٠) ، (٠ ، ١)

٥ (١)]٠ ، ٣] (٢)]-٢ ، ∞[(٣)]-∞ ، ٠]

اختبار تراكمى ١٤

١ (١) (جـ) (٢) (ب)

٢ (١) ٤ (٢) ٢

٣ كون الجدول بنفسك.

٤ (١)]١ ، ٥[
(ب) أوجد ثم مثل بنفسك.

٥ (١) صفر
(ب) ص = ٥√٢ - ٢ ، أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ١٥

١ (١) (ب) (٢) (ب)

٢ (١) ١ (٢) ٥

٣ (١) ٢٠ عاملًا. (٢) ارسم بنفسك.

٤ (١) {٢√٢} (٢)]-١ ، ٥[، مثل بنفسك.

٥ (١) ٢/٣ ، النقطة حـ لا تقع على أب
(ب) 
(١) س ∩ ص =]٢ ، ٣[
(٢) س ∪ ص =]-٢ ، ∞[
(٣) س - ص =]٣ ، ∞[

اختبار تراكمى ١٦

١ (١) (١) (٢) (ب) (٣) (جـ) (٤) (ب)

٢ (١) صفر (٢) ٢٠
(٣) ٢√٣ - ١ (٤) ٢√٥

٣ (١) ن = ١٤ ، ن = ٦٠
(٢) الوسط الحسابى = ٥٠,٦

(١) ١٤ سم
(ب) س = ٧√٢ + ٣√٢ ، ص = ٣√٢ - ٧√٢
، س٢ ص٢ = ١٦

اختبار تراكمى ١٧

١ (١) (١) (٢) (ب) (٣) (جـ) (٤) (جـ)

٢ (١) ٥ (٢) ٦
(٣) ٧ (٤) ٢٤

٣ (١) مثل بنفسك.
(ب) (١) ن = ١٥
(٢) الوسيط = ٥٢ تقريبًا.

٤ (١)]-٢ ، ١]
(ب) 
(١) س ∩ ص =]٥ ، ٧]
(٢) س ∪ ص =]٣ ، ∞[
(٣) س - ص =]٣ ، ٥[

اختبار تراكمى ١٨

١ (١) (جـ) (٢) (د) (٣) (جـ) (٤) (د)

٢ (١) ٦ (٢) ٣ (٣) ٣ (٤) ٣

٣ (١) {٧√٢}
(ب) ٧

٤ (١) ٤
(ب) (١) س = ١١٠ ، م = ٢٠
(٢) الأجر المتوالى = ١٠٥ جنيه.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

موقع التفوق

إجابات اختبارات شهر أكتوبر في الجبر والإحصاء

اختبار ١

١ (١) (د) (٢) (ج) (٣) (أ)

٢ (١) $\mathbb{C}^*$ أو $\mathbb{C} - \{0\}$ (٢) $\{-\sqrt{٥}\}$ (٣) $\sqrt{٧}$

٣ $\because (\sqrt{٣})^{٢} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٣$

$\because (١,٤)^{٢} = ١,٩٦$ ، $(١,٥)^{٢} = ٢,٢٥$

$\therefore ١,٩٦ < ٢ < ٢,٢٥$

$\therefore \sqrt{١,٩٦} < \sqrt{٢} < \sqrt{٢,٢٥}$

$\therefore ١,٤ < \sqrt{٢} < ١,٥$

$\therefore \sqrt{٢}$ ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥

٤ ٢٧ لتر $= ١٠٠٠ \times ٢٧ = ٢٧٠٠٠$ سم^{٣}

$\because$ حجم المكعب $= ل^{٣}$

$\therefore ل^{٣} = ٢٧٠٠٠$ $\therefore ل = \sqrt[٣]{٢٧٠٠٠}$

$\therefore ل = ٣٠$ سم

اختبار ٢

١ (١) (د) (٢) (ج) (٣) (ج)

٢ (١) ٣ (٢) $\mathbb{C}$ (٣) $\varnothing$

٣ $\because ٢ + س^{٣} = ١$ $\therefore س^{٣} = ١ - ٢ = -١$

$\therefore س = \sqrt[٣]{-١} = -١$ $\therefore$ م.ح $= \{-١\}$

٤ (١) $\because \sqrt{س} = \frac{١}{٢}$ $\therefore س = (\frac{١}{٢})^{٢} = \frac{١}{٤}$

(٢) $\because س^{٢} + د = ٣٢$

$\therefore س^{٢} = ٣٢ - ٥ = ٢٧$

$\therefore س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

إجابات اختبارات شهر نوفمبر في الجبر والإحصاء

اختبار ١

١ (١) (ج) (٢) (ب) (٣) (ج)

٢ (١) ٩٦ (٢) $٣\sqrt{٢}$ (٣) $\pm \frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$

٣ $٢ \times ٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} + \frac{١}{٢} \times ٩\sqrt{٢}$

$= ٦\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} = ١٤\sqrt{٢}$

٤ 

س $\cup$ ص $= [-١ ، \infty[$

ص $-$ س $=]٤ ، \infty[$

اختبار ٢

١ (١) (ج) (٢) (ب) (٣) (ب)

٢ (١) ١ ، صفر (٢) $\sqrt{١٢٥}$ (٣) $٢\sqrt{٢}$

٣ $\because$ حجم الأسطوانة $= \pi$ نق^{٢} ع

$\therefore ٩٢٤ = \frac{٢٢}{٧} \times$ نق$^{٢} \times ٦$

$\therefore$ نق$^{٢} = \frac{٧ \times ٩٢٤}{٦ \times ٢٢} = ٤٩$ $\therefore$ نق $= ٧$ سم

$\therefore$ المساحة الجانبية $= ٢ \pi$ نق ع

$= ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ \times ٦ = ٢٦٤$ سم^{٢}

٤ $\because ب = \frac{١}{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}}{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٣}}{٢ - ٣}$

$= \sqrt{٣} - \sqrt{٢}$

$\therefore ١^{٢} - ب^{٢} = (١ - ب)(١ + ب)$

$= (\sqrt{٣} + \sqrt{٢} - \sqrt{٣} + \sqrt{٢})(\sqrt{٣} + \sqrt{٢} + \sqrt{٣} - \sqrt{٢})$

$= ٢\sqrt{٢} \times ٢\sqrt{٣} = ٤\sqrt{٦}$

إجابات الأسئلة الهامة في الجبر والإحصاء

الوحدة الأولى

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (أ) ٢ (ج) ٣ (أ) ٤ (د)

٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (ج) ٨ (أ)

٩ (ب) ١٠ (أ) ١١ (ج) ١٢ (ب)

١٣ (ب) ١٤ (ج) ١٥ (ج) ١٦ (د)

١٧ (ج) ١٨ (ج) ١٩ (ب) ٢٠ (د)

٢١ (أ) ٢٢ (أ) ٢٣ (ج) ٢٤ (ب)

٢٥ (د) ٢٦ (ج)

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ ح ٢ $\varnothing$ ٣ ١٢ ٤ $\{٠\}$

٥ $]٣ ، ٤]$ ٦ $٣\sqrt{٢} - ٢$ ٧ $\sqrt{٥} + ٢$

٨ $]٠ ، \infty[$ ٩ ١٢ ١٠ ٣ ، ٤ ١١ $\sqrt{٥٠}$

١٢ ٦٤ سم^{٣} ١٣ $\frac{٤}{٣}$ ١٤ ٣ ١٥ ١٢ سم

١٦ ٢٠ π ١٧ ٢ ١٨ ٢

١٩ $(-١ ، ٢\sqrt{٣})$ ٢٠ ٥

٢١ $]-٢ ، ٣]$ ٢٢ $\{-١ ، ٠ ، ١\}$

٢٣ $[-٣ ، ٠[$ ٢٤ ٢

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١ 

(١) س $\cup$ ص $= [-٣ ، ٥]$

(٢) س $\cap$ ص $= [-١ ، ٢[$

(٣) س $-$ ص $= [-٣ ، -١[$

٢ 

• ب $-$ أ $= [٥ ، ٣]$ • أ $\cap$ ب $= [-٢ ، ٣]$

• أ $\cup$ ب $=]-\infty ، ٥]$ • أ$'$ $=]٣ ، \infty[$

٣ $\because$ ص $= \frac{٢}{١ + \sqrt{٣}} \times \frac{١ - \sqrt{٣}}{١ - \sqrt{٣}} = \frac{(١ - \sqrt{٣})^{٢}}{١ - ٣} = ١ - \sqrt{٣}$

$\therefore \frac{\text{س}}{\text{س} - \text{ص}} = \frac{(١ - \sqrt{٣})(١ + \sqrt{٣})}{١ + ٣\sqrt{٣} - ١ + \sqrt{٣}} = \frac{١ - ٣}{٢} = ١$

٤ $\because$ س $= \frac{١}{٢ + \sqrt{٥}} \times \frac{٢ - \sqrt{٥}}{٢ - \sqrt{٥}} = \frac{٢ - \sqrt{٥}}{٤ - ٥} = ٢ - \sqrt{٥}$

، ص $= \sqrt{٥} + ٢$ $\therefore$ س ، ص مترافقان

$\therefore$ س^{٢} ص$^{٢} = ($س ص$)^{٢} = [(٢ - \sqrt{٥})(٢ + \sqrt{٥})]^{٢}$

$= [٤ - ٥]^{٢} = ١$

٥ $\because$ ص $= \frac{٢}{\sqrt{٥} - \sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٥} + \sqrt{٧}}{\sqrt{٥} + \sqrt{٧}}$

$\sqrt{٥} + \sqrt{٧} = \frac{٢(\sqrt{٥} + \sqrt{٧})}{٥ - ٧}$

$\therefore$ س$^{٢} + ٢$ س ص $+$ ص^{٢}

$= ($س $+$ ص$)^{٢} = (\sqrt{٢} - \sqrt{٥} + \sqrt{٧} + \sqrt{٥})^{٢}$

$= (٢\sqrt{٧})^{٢} = ٢٨$

٦ $\because$ ص $= \frac{٢}{\text{س}}$

$\therefore$ ص $= \frac{٢}{\sqrt{٥} + \sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٥} - \sqrt{٧}}{\sqrt{٥} - \sqrt{٧}} = \frac{٢(\sqrt{٥} - \sqrt{٧})}{٥ - ٧}$

$= \sqrt{٥} - \sqrt{٧}$

$\because$ س $= \sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ $\therefore$ س ، ص مترافقان

$\therefore$ س$^{٢} +$ س ص $+$ ص^{٢}

$= ($س $+$ ص$)^{٢} -$ س ص

$= (\sqrt{٧} + \sqrt{٥} + \sqrt{٧} - \sqrt{٥})^{٢}$

$- (\sqrt{٧} + \sqrt{٥})(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})$

$= (٢\sqrt{٧})^{٢} - ٢ = ٢٦$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧ $(س + ص)^2 = س^2 + 2 س ص + ص^2$

$= (\sqrt{٤} + \sqrt{٢})^2 + 2 (\sqrt{٤} + \sqrt{٢})(\sqrt{٤} - \sqrt{٢}) + (\sqrt{٤} - \sqrt{٢})^2$

$= ٤ + \sqrt{٢} + ٤ - \sqrt{٢} + ٢ \sqrt{(٤ + \sqrt{٢})(٤ - \sqrt{٢})}$

$= ٨ + ٢ \sqrt{١٦ - ٢} = ٨ + ٢ \sqrt{١٤} = ٨ + ٦ = ١٤$

٨ $س = \frac{٣٠ + ١١}{٥ - ٦} = \frac{٥ + ٦}{٥ + ٦} \times \frac{٥ + ٦}{٥ - ٦}$

$= \frac{٣٠ + ١١}{٣٠ - ١١} \times \frac{١}{٣٠ + ١١}$

$= \frac{٣٠ - ١١}{١٢٠ - ١٢١} = \frac{٣٠ - ١١}{-١}$

$\therefore \frac{١}{س} = ٣٠ - ١١ + ٣٠ + ١١ = ٢ \times ٣٠ = ٦٠$

٩ $\because ٥ س - ٣ < ٢ س + ٩$

$\therefore ٥ س - ٢ س < ٩ + ٣$

$\therefore ٣ س < ١٢ \quad \therefore س < ٤$

$\therefore م.ح =]-\infty ، ٤[$

١٠ $\because ٥ - ٢ س < ١١ \quad \therefore -٢ س < ٦$

$\therefore س > -٣ \quad \therefore م.ح =]-٣ ، \infty[$

١١ $\because ١ < ٢ س + ٣ \leq ٩ \quad \therefore -٢ < ٢ س \leq ٦$

$\therefore -١ < س \leq ٣ \quad \therefore م.ح =]-١ ، ٣]$

١٢ $\because \frac{س}{٣} + ٢ < ٣ \quad \therefore \frac{س}{٣} < ١$

$\therefore س < ٣ \quad \therefore م.ح =]-\infty ، ٣[$

١٣ $\because ٤ س + ٣ > ٥ س + ٢ > ٤ س$

$\therefore ٣ > س + ٢ > ٠ \quad \therefore ١ > س > -٢$

$\therefore م.ح =]-٢ ، ١[$

١٤ المقدار $= \sqrt{٣ \times ٤} + ٢ \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٣} - ٢$

$= ٢ - ٢ =$ صفر

١٥ المقدار $= \sqrt{٢٥ \times ٢} - ٢ \sqrt{٣ \times ٩} + \sqrt{\frac{١}{٢} \times ٩}$

$= ٥ \sqrt{٢} - ٦ \sqrt{٣} + \sqrt{٣} =$ صفر

١٦ المقدار $= \sqrt{\frac{١}{٩} \times ٢٧} + \sqrt{٣ \times ٢٧} - \sqrt{٣ \times ٨}$

$= ٣ \sqrt{٣} + ٢ \sqrt{٣} - \sqrt{٣} = ٤ \sqrt{٣}$

١٧ المقدار $= \sqrt{٤ \times ٣} + \sqrt{٢ \times ٢٧} - ٢ \sqrt{٣} - \sqrt{٢ \times ٨}$

$= ٢ \sqrt{٣} + ٣ \sqrt{٢} - ٢ \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٢} = \sqrt{٢}$

١٨ المقدار $= \sqrt{٢ \times ٢٥} + \sqrt{٢ \times ٢٧} - \sqrt{\frac{١}{٢} \times ٤} - \sqrt{٢ \times ٨}$

$= ٥ \sqrt{٢} + ٣ \sqrt{٢} - ٥ \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٢} = \sqrt{٢}$

١٩ $\because (س - ٢)^3 = ١٢٥$ (بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين)

$\therefore س - ٢ = ٥ \quad \therefore س = ٧ \quad \therefore م.ح = \{٧\}$

٢٠ [١] $\because$ حجم الكرة $= \frac{٤}{٣} \pi$ نق^3

$\therefore ٣٦ \pi = \frac{٤}{٣} \pi \times$ نق^3

$\therefore$ نق$^3 = \frac{٣ \times ٣٦}{٤} = ٢٧ \quad \therefore$ نق $= ٣$ سم

[٢] مساحة سطح الكرة $= ٤ \pi$ نق$^2 = ٤ \times ٣^2 \times \pi$

$= ٣٦ \pi$ سم^2

٢١ $\because$ حجم الأسطوانة $= \pi$ نق^2 ع

، $\because$ ع $=$ نق

$\therefore$ حجم الأسطوانة $= \pi$ ع^3

$\therefore ٢٧ \pi = \pi$ ع$^3 \quad \therefore$ ع$^3 = ٢٧ \quad \therefore$ ع $= ٣$ سم

٢٢ حجم الأسطوانة $= \pi$ نق^2 ع $= \pi \times (٤ \sqrt{٢})^2 \times ٩$

$= ٢٨٨ \pi$ سم^3

٢٣ حجم الأسطوانة $= \pi$ نق^2 ع $= \frac{٢٢}{٧} \times ٧^2 \times ١٠$

$= ١٥٤٠$ سم^3

، مساحتها الجانبية $= ٢ \pi$ نق ع $= ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ \times ١٠$

$= ٤٤٠$ سم^2

٢٤ $\because$ حجم الكرة $= \frac{٤}{٣} \pi$ نق$^3 = \frac{٤}{٣} \times ٣^3 \times \pi$

$= ٣٦ \pi$ سم^3

، $\because$ حجم الأسطوانة $=$ حجم الكرة

$\therefore$ حجم الأسطوانة $= ٣٦ \pi$ سم^3

$\therefore \pi$ نق^2 ع $= ٣٦ \pi \quad \therefore ٩ \pi$ ع $= ٣٦ \pi$

$\therefore$ ع $= \frac{٣٦}{٩} = ٤$ سم

٢٥ $\because$ حجم الأسطوانة $= \pi$ نق^2 ع $= ٣^2 \times ٤ \times \pi$

$= ٣٦ \pi$ سم^3

، $\because$ حجم الكرة $=$ حجم الأسطوانة

$\therefore$ حجم الكرة $= ٣٦ \pi$ سم^3

$\therefore \frac{٤}{٣} \pi$ نق$^3 = ٣٦ \pi$

$\therefore$ نق$^3 = \frac{٣ \times ٣٦}{٤} = ٢٧ \quad \therefore$ نق $= ٣$ سم

٢٦ $\because$ المساحة الجانبية $= ٢ \pi$ نق ع

$\therefore ٤٤٠ = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ١٠ \times$ نق

$\therefore$ نق $= \frac{٧ \times ٤٤٠}{١٠ \times ٢٢ \times ٢} = ٧$ سم

$\therefore$ حجم الأسطوانة $= \pi$ نق^2 ع $= \frac{٢٢}{٧} \times ٧^2 \times ١٠$

$= ١٥٤٠$ سم^3

الوحدة الثانية

أولا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ب)	٢ (ج)	٣ (ب)	٤ (أ)	٥ (ج)	٦ (ب)	٧ (ج)	٨ (ج)
٩ (أ)	١٠ (ب)						

ثانيا إجابات أسئلة الإكمال

١١ ١ ، ١٢ غير معرف ، ١٣ صفر ، ١٤ ٤

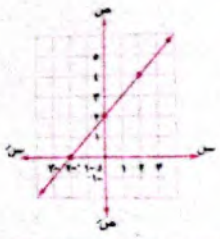
١٥ السينات ، صفر ، ١٦ $\overrightarrow{س ح}$ ، $\overrightarrow{أ ح}$ ، ١٧ ١١- ، ١٨ ١- ، صفر

١٩ ٢ ، ٢٠ (٠ ، ٨)

ثالثا إجابات الأسئلة المقالية

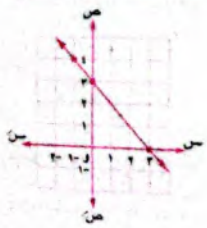
١ ص $=$ س $+ ٢$

س	٢	٠	٢-
ص	٤	٢	٠



٢ ص $= ٣ -$ س

س	٣	٠	١-
ص	٠	٣	٤

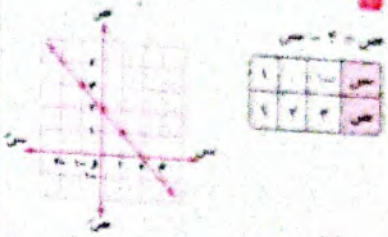


ومن الرسم :

نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هى : (٣ ، ٠)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢



يمر المستقيم (-١٠ ، ٣) ، (٠ ، ٢) الواقعتين على المستقيم نجد أن الميل = $\frac{٣-٢}{-١٠-٠} = -\frac{١}{١٠}$

٣

عند س = ٠ ∴ ٢ × ٠ + ٣ ص = ١٢

∴ ٣ ص = ١٢ ∴ ص = ٤

∴ المستقيم يقطع محور الصادات في (٠ ، ٤)

عند ص = ٠ ∴ ٢ س + ٣ × ٠ = ١٢

∴ ٢ س = ١٢ ∴ س = ٦

∴ المستقيم يقطع محور السينات في (٦ ، ٠).

٤

∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٣-٥}{١٠-٢} = \frac{١}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٥-٤}{٩-٥} = \frac{١}{٣}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ وهما مشتركان في نقطة ب

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

٥

∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{١-٣}{٣-١٠} = \frac{٤}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٣-٣}{١٠-٢}$ = صفر

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ النقط أ ، ب ، حـ لا تقع على استقامة واحدة.

٦

∵ $\frac{ص_٢ - ١٧}{٤ - ٦} = ٤$ ∴ $\frac{ص_٢ - ١٧}{-٢} = ٤$

∴ $ص_٢ - ١٧ = ٨$ ∴ $ص_٢ = ٢٥$

٧

∵ (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة :

٣ س + ص = ٣٠ ∴ ٣ ك + ٢ ك = ٣٠

∴ ٥ ك = ٣٠ ∴ ك = ٦

٨

∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٣-٥}{١+٢} = \frac{٢}{٣}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٥-١}{٢-٨} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ∴ حـ ∉ $\overleftrightarrow{أ ب}$

٩

∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب} = \frac{٣-٥}{٣-٣} = \frac{٢}{\text{صفر}}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ غير معرف

∴ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // محور الصادات

الوحدة الثالثة

أولا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١	(ب)	٢	(د)	٣	(جـ)	٤	(أ)
٥	(د)	٦	(جـ)	٧	(أ)	٨	(ب)
٩	(جـ)	١٠	(جـ)	١١	(جـ)	١٢	(جـ)
١٣	(ب)	١٤	(أ)	١٥	(جـ)		

ثانيا إجابات أسئلة الإكمال

١٦ ٥ ١٧ ٣ ١٨ ٧ ١٩ الثالث

٢٠ النزعة المركزية ٢١ ٤ ٢٢ ٤٠

٢٣ ٣ ٢٤ ١٠ ٢٥ الوسيط

ثالثا إجابات الأسئلة المقالية

١

المجموعات	م	ك	م × ك
-٥	١٠	٤	٤٠
-١٥	٢٠	٥	١٠٠
-٢٥	٣٠	٦	١٨٠
-٣٥	٤٠	٣	١٢٠
-٤٥	٥٠	٢	١٠٠
المجموع		٢٠	٥٤٠

∴ الوسط الحسابى = $\frac{٥٤٠}{٢٠} = ٢٧$

٢

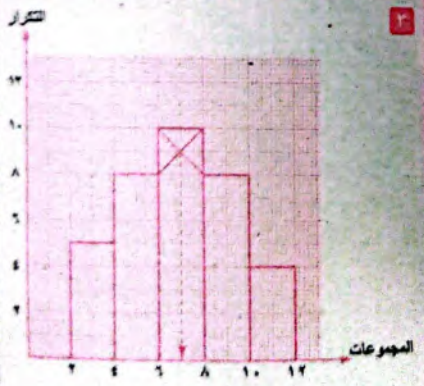
١ ن = ٦٠

ك = ١٠٠ - (١٠ + ٢٢ + ٢٥ + ٨) = ١٥

المجموعات	م	ك	م × ك
-٢٠	٢٥	١٠	٢٥٠
-٣٠	٣٥	١٥	٥٢٥
-٤٠	٤٥	٢٢	٩٩٠
-٥٠	٥٥	٢٥	١٣٧٥
-٦٠	٦٥	٢٠	١٣٠٠
-٧٠	٧٥	٨	٦٠٠
المجموع		١٠٠	٥٠٤٠

∴ الوسط الحسابى = $\frac{٥٠٤٠}{١٠٠} = ٥٠,٤$

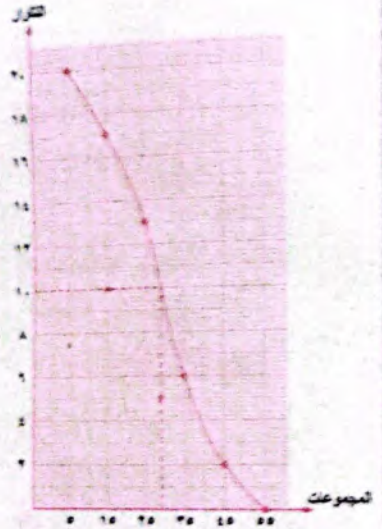
٣



من الرسم : الدرجة المئوية = ٧ درجات

٤

الحدود العظمى للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
٥ فأكثر	٢٠
١٥ فأكثر	١٧
٢٥ فأكثر	١٣
٣٥ فأكثر	٦
٤٥ فأكثر	٢
٥٥ فأكثر	صفر

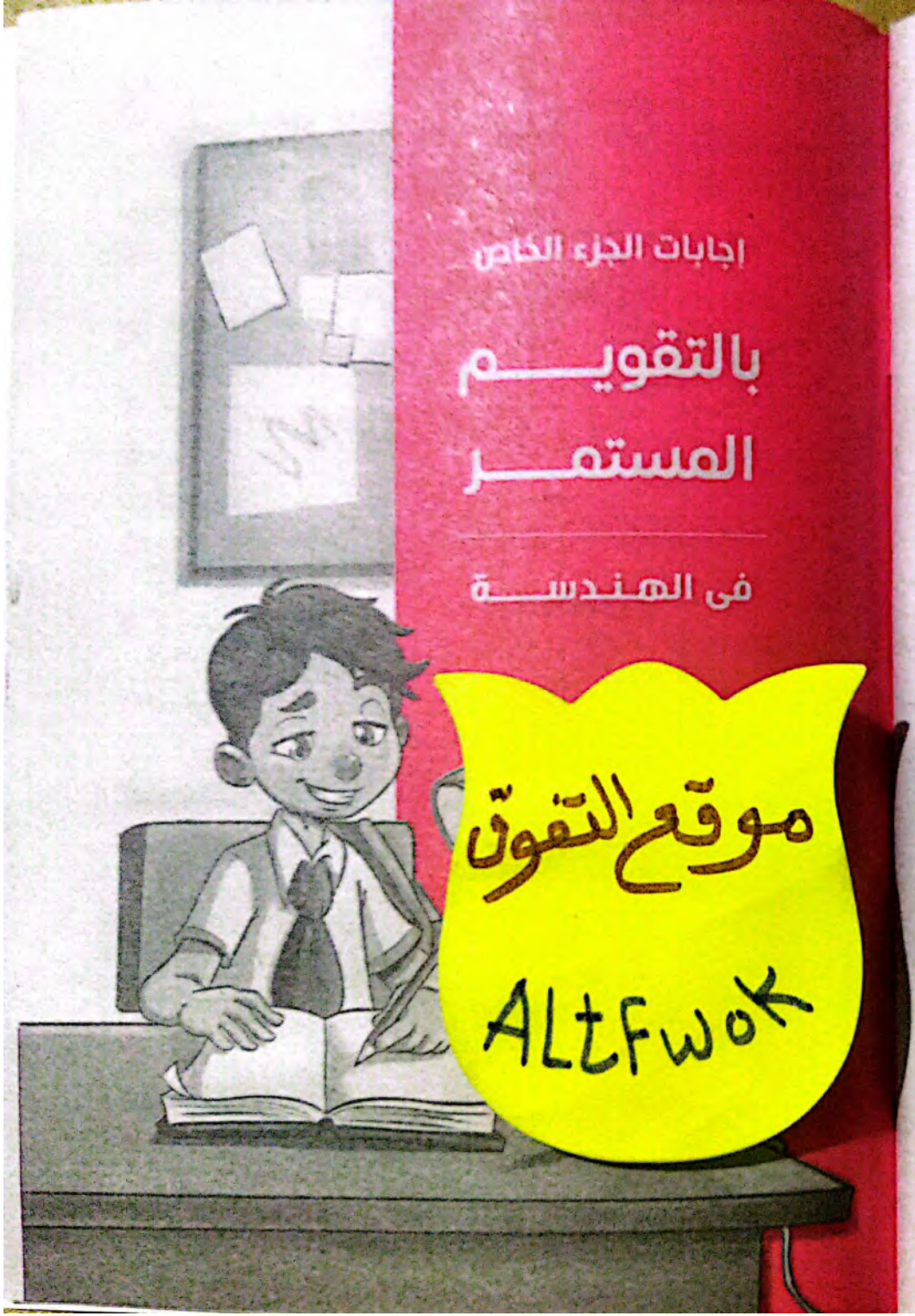


∵ ترتيب الوسيط = $\frac{٢٠}{٢}$ = ١٠

∴ الوسيط = ٢٩

موقع التفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



إجابات الجزء الخاص بالتقويم المستمر في الهندسة

موقع التفوق
ALtfwok

إجابات تمارين الوحدات الثلاث المتبقية من الجبر والإحصاء

الوحدة 1

1 (أ) (ب) (ج) $\sqrt{2}-3$ (د) $[-2,2]$

(هـ) $\sqrt{2}-3$ (و) ٠ (ز) $\sqrt{2}-3$ (ح) ٢٠٢٠

2 (أ) (ب) (ج)

(د) (هـ) (و)

(ز) (ح) (ط)

3 (أ) $\sqrt{2}$ (ب) ليست بنقطة

4 (أ) مش بنقطة

(ب) $[-\frac{1}{2}, 2)$

5 (أ) ٢٥٨ سم ≈ ٢٫٥٨ سم

(ب) ٣٦

الوحدة 2

1 (أ) $\sqrt{2}+3$ (ب) ٦ (ج) $\sqrt{2}+3$

(د) ٣ سم (هـ) $[3,6]$

2 (أ) (ب) (ج)

(د) (هـ) (و)

3 (أ) ٤ (ب) ليست بنقطة

4 (أ) $\{-3, 2\} - [-3, 2]$

(ب) $\sqrt{2}+11$ ، ٤٠

5 (أ) ٢٠ (ب) ٢٧

١٠٠

الوحدة 3

1 (أ) $\sqrt{2}-3$ (ب) $\sqrt{2}+2$ (ج) ٣

(د) ∅ (هـ) ٠

2 (أ) (ب) (ج) (١)

(د) (هـ) (١) (و) (١)

3 (أ) $\{3, -3\}$ (ب) $[-2,2]$ (ج) ٧

(د) غير نسبي

(هـ) ٣ ، ٧

4 (أ) ✓ (ب) ✓ (ج) ✓

(د) ✗ (هـ) ✓ (و) ✓

5 (أ) $\frac{8+4}{2} = 6$

(ب)

المجموعات	مركز المجموعة (م)	التكرار (ك)	مركز المجموعة × التكرار (م × ك)
-٥	١٠	٧	١٠ × ٧ = ٧٠
-١٥	٢٠	١٠	٢٠ × ١٠ = ٢٠٠
-٢٥	٣٠	١٢	٣٠ × ١٢ = ٣٦٠
-٣٥	٤٠	١٣	٤٠ × ١٣ = ٥٢٠
-٤٥	٥٠	٨	٥٠ × ٨ = ٤٠٠
المجموع		٥٠	١٥٥٠

∴ الوسط الحسابي = $\frac{\text{مج}(\text{ك} \times \text{م})}{\text{مج}(\text{ك})} = \frac{١٥٥٠}{٥٠} = ٣١$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات الاختبارات التراكمية في الهندسة

اختبار تراكمي ١

١ [١] (هـ) [٢] (ب)
[٣] (أ) [٤] (هـ)

٢ [١] ١ : ٢ [٢] ٤
[٣] ٢ [٤] نقطة واحدة

٣ ٦ سم

٤ ١٥ سم

اختبار تراكمي ٢

١ [١] (أ) [٢] (أ)
[٣] (هـ) [٤] (هـ)

٢ [١] $\frac{1}{2}$ طول الوتر [٢] ٤
[٣] ٤ [٤] ٢,٥ سم

٣ أثبت بنفسك.

٤ [١] ١٢ سم [٢] ٤ سم [٣] ٢٦ سم

اختبار تراكمي ٣

١ [١] (هـ) [٢] (أ)
[٣] (أ) [٤] (ب)

٢ [١] متطابقتان [٢] ٤
[٣] ٥٠° [٤] ١٢٠°

٣ ٢٤ سم

٤ ٧٠°

اختبار تراكمي ٤

١ [١] (أ) [٢] (أ) [٣] (د) [٤] (أ)

٢ [١] متساوى الأضلاع [٢] ١ : ٢
[٣] متساوى الساقين [٤] ٣

٣ أثبت بنفسك.

٤ أثبت بنفسك.

اختبار تراكمي ٥

١ [١] (د) [٢] (ب) [٣] (ب) [٤] (أ)

٢ [١] زاوية هذا الرأس قائمة.
[٢] ٣٠° [٣] ١٢°
[٤] زاوية الرأس

٣ أثبت بنفسك

٤ ٦ سم

اختبار تراكمي ٦

١ [١] (ب) [٢] (أ) [٣] (د) [٤] (أ)

٢ [١] ٥٠° [٢] <
[٣] ينُصف القاعدة ويكون عموديًا عليها.
[٤] محور واحد

٣ أثبت بنفسك.

٤ [١] ٢٥° [٢] ٢ سم

اختبار تراكمي ٧

١ [١] (جـ) [٢] (جـ) [٣] (جـ) [٤] (ب)

٢ [١] زاوية أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.
[٢] ≡ [٣] $\overline{ب حـ}$ [٤] ١٠٥°

٣ أثبت بنفسك.

٤ أثبت بنفسك.

اختبار تراكمي ٨

١ [١] (ب) [٢] (أ) [٣] (ب) [٤] (ب)

٢ [١] هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها.
[٢] د ب [٣] <
[٤] ضلع أكبر فى الطول من الذى يقابل الأخرى.

٣ ا ب > ب حـ > ا حـ

٤ اثبت بنفسك.

اختبار تراكمي ٩

١ [١] (ب) [٢] (جـ) [٣] (أ) [٤] (ب)

٢ [١] العمود [٢] >
[٣]]١٣ ، ٥[[٤] منفرجة

٣ ا حـ > ا ب > ب حـ

٤ أثبت بنفسك.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات اختبارات شهر أكتوبر في الهندسة

اختبار ١

١ (أ) ٢ (أ) ٣ (أ) ٤ (أ)

٢ ١ ضعف ٢ ١٢٠° ٣ ٩

٣
في Δ أ ب حـ : ∵ ء منتصف $\overline{أب}$
، و منتصف $\overline{أحـ}$
∴ ب حـ = ٢ ء و ∴ ب حـ = ٨ سم
، ∵ م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ
∴ م حـ = ٢ و م ∴ م حـ = ٦ سم
، ب م = $\frac{2}{3}$ ب و ∴ ب م = ٤ سم
∴ محيط Δ ب م حـ = ٨ + ٦ + ٤ = ١٨ سم
(وهو المطلوب)

٤
∵ ب ∈ $\overleftrightarrow{ء حـ}$
∴ ق (د أ ب حـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°
∴ في Δ أ ب حـ
ق (د حـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٥٥°) = ٥٥°
∴ ق (د أ ب حـ) = ق (د حـ)
∴ أ ب = أ حـ
∴ Δ أ ب حـ متساوي الساقين. (وهو المطلوب)

اختبار ٢

١ (ب) ٢ (أ) ٣ (جـ)

٢ ١ نقطة واحدة
٢ زاوية هذا الرأس تكون قائمة.
٣ متساوي الأضلاع

٣
∵ Δ أ حـ ء متساوي الأضلاع.
∴ ق (د حـ أ ء) = ٦٠° (١)
، من Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = ب حـ
∴ ق (د ب أ حـ) = ق (د ب حـ أ)
= $\frac{180° - 40°}{2}$ = ٧٠° (٢)
بجمع (١) ، (٢) :
∴ ق (د ب أ ء) = ٦٠° + ٧٠° = ١٣٠° (وهو المطلوب)

٤
في Δ أ ب حـ :
∵ ق (د ب أ حـ) = ٩٠°
، $\overline{أء}$ متوسط
∴ ب حـ = ٢ أ ء = ٢ × ٣ = ٦ سم
في Δ حـ ب و :
∵ ق (د حـ ب و) = ٩٠° ، ق (د و) = ٣٠°
∴ و حـ = ٢ ب حـ = ٢ × ٦ = ١٢ سم
، ∵ $\overline{ب و}$ متوسط
∴ ب و = $\frac{1}{2}$ و حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٢ = ٦ سم
(وهو المطلوب)

اجابات اختبارات شهر نوفمبر في الهندسة

اختبار ١

١ (ب) ٢ (ب) ٣ (أ)

٢ ١ ينصف كلًا من القاعدة وزاوية الرأس.
٢ أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأخر.
٣ $\frac{3}{4}$

٣
في Δ أ ب حـ : ∵ أ ب > أ حـ
∴ ق (د حـ) > ق (د ب) (١)
، ∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ قاطع لهما
∴ ق (د أ ص س) = ق (د حـ) (بالتناظر) (٢)
وبالمثل : ∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ قاطع لهما
∴ ق (د أ س ص) = ق (د ب) (بالتناظر) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ ق (د أ ص س) > ق (د أ س ص) (وهو المطلوب)

٤
∵ ق (د ب حـ ه) = ق (د ب و) (١)
، د ب حـ ل تكمل د ب حـ ه (٢)
، د ب و ل تكمل د ب و (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) :
∴ ق (د ب حـ ل) = ق (د ب و ل)
∴ في Δ ب حـ ل : ب حـ = ب و
∴ Δ ب حـ ل متساوي الساقين.
، ∵ $\overline{ب ل}$ متوسط في Δ ب حـ ل
∴ $\overline{ب ل}$ ⊥ $\overline{حـ ل}$ (وهو المطلوب)

اختبار ٢

١ (ب) ٢ (أ) ٣ (ب)

٢ ١ ينصف القاعدة ويكون عموديًا عليها.
٢ < ٣ صفر

٣
العمل : نرسم $\overline{ص ل}$
البرهان :
في Δ س ص ل :
∵ س ص > س ل
∴ ق (د س ل ص) > ق (د س ص ل) (١)
في Δ ع ص ل : ∵ ص ع > ع ل
∴ ق (د ع ل ص) > ق (د ع ص ل) (٢)
بجمع (١) ، (٢) :
∴ ق (د س ل ص) + ق (د ع ل ص)
> ق (د س ص ل) + ق (د ع ص ل)
∴ ق (د س ل ع) > ق (د س ص ع)
(وهو المطلوب)

٤
∵ أ ء = أ حـ
∴ أ ء + ب ء > أ حـ
∴ أ ب > أ حـ
∴ في Δ أ ب حـ :
ق (د أ حـ ب) > ق (د ب) (وهو المطلوب)

موقع التفوق
ALTFWOK.COM

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات الأسئلة الهامة في الهندسة

الوحدة الرابعة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ج)	٢ (ج)	٣ (ج)	٤ (ج)
٥ (أ)	٦ (د)	٧ (ج)	٨ (ب)
٩ (ب)	١٠ (أ)	١١ (د)	١٢ (ب)
١٣ (أ)	١٤ (ج)	١٥ (د)	١٦ (ب)
١٧ (ب)	١٨ (د)		

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ نقطة واحدة
٢ متطابقتان
٣ عموديًا ، ينصفها
٤ عموديًا على القاعدة ، ينصف زاوية الرأس
٥ القاعدة وزاوية الرأس
٦ محور تماثل لها
٧ متساوى الأضلاع
٨ متساوى الساقين
٩ صفر
١٠ قائمة
١١ ٣٦°

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١
في Δ أ ب حـ :
∵ ق (د أ ب حـ) = ٩٠°
، ق (د حـ) = ٣٠°
∴ أ حـ = ٢ أ ب = ٢ × ٥ = ١٠ سم (المطلوب أولًا)
، ∵ ء منتصف $\overline{أ حـ}$
∴ $\overline{ب ء}$ متوسط خارج من رأس القائمة
∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم
(المطلوب ثانيًا)

٢
∵ م هى نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ
∴ $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ
∴ م ء = $\frac{1}{2}$ ء حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٥ = ٥ سم
، م هـ = $\frac{1}{2}$ م ب = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم
، ∵ ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$
∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٤ = ٧ سم
∴ محيط Δ م ء هـ = ٥ + ٣ + ٧ = ١٥ سم
(وهو المطلوب)

٣
∵ و ، ن منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$
∴ $\overline{ب ن}$ ، $\overline{حـ و}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ
، ∵ $\overline{ب ن} \cap \overline{حـ و} = \{م\}$
∴ م هى نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب حـ
∴ م و = $\frac{1}{2}$ حـ و = $\frac{1}{2}$ × ٩ = ٣ سم
، م ن = $\frac{1}{2}$ ب م = $\frac{1}{2}$ × ٤ = ٢ سم
، ∵ و منتصف $\overline{أ ب}$
∴ أ و = $\frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم
، ∵ ن منتصف $\overline{أ حـ}$
∴ أ ن = $\frac{1}{2}$ أ حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم
∴ محيط الشكل أ و م ن = ٣ + ٢ + ٣ + ٥ = ١٣ سم
(وهو المطلوب)

٤
∵ Δ هـ ب ء متساوى الأضلاع
∴ ق (د هـ ب ء) = ٦٠°
فى Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = أ حـ
∴ ق (د أ ب حـ) = ق (د حـ) = $\frac{180° - 50°}{2}$ = ٦٥°
∴ ق (د ء ب حـ) = ٦٠° + ٦٥° = ١٢٥°
(وهو المطلوب)

٥
∵ $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overline{حـ ب}$ ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ قاطع لهما
∴ ق (د ب) = ق (د ب أ ء) = ٣٠° (بالتبادل)
فى Δ أ ب حـ : ∵ أ ب = ب حـ
∴ ق (د ب أ حـ) = ق (د حـ) = $\frac{180° - 30°}{2}$ = ٧٥°
(وهو المطلوب)

٦
∵ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ قاطع لهما
∴ ق (د ب) = ق (د ء أ هـ) (بالتناظر)
، ∵ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ قاطع لهما
∴ ق (د حـ) = ق (د حـ أ هـ) (بالتبادل)
فى Δ أ ب حـ :
∵ ق (د ب) = ق (د حـ) لأن : أ ب = أ حـ
∴ ق (د ء أ هـ) = ق (د حـ أ هـ)
∴ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ ينصف د ء أ حـ
(وهو المطلوب)

٧
فى Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى ب
∵ ق (د أ حـ ب) = ٣٠°
∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ
، ∵ أ ب = ء هـ ∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ أ حـ (١)
، ∵ هـ منتصف $\overline{أ حـ}$
∴ $\overline{ء هـ}$ متوسط فى Δ أ ء حـ (٢)
من (١) (٢) : ∴ ق (د أ ء حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٨
فى Δ أ ب حـ :
∵ س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{ب حـ}$
∴ س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ = $\frac{1}{2}$ × ٢٠ = ١٠ سم
فى Δ س ب ص القائم الزاوية فى ب
∵ ء منتصف $\overline{س ص}$ ∴ $\overline{ب ء}$ متوسط
∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ س ص = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم
(وهو المطلوب)

٩
فى Δ أ ب ء القائم الزاوية فى ء
∵ و منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{ء و}$ متوسط
∴ ء و = $\frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{2}$ × ١٦ = ٨ سم
وبالمثل : ء هـ = $\frac{1}{2}$ أ حـ = $\frac{1}{2}$ × ١٨ = ٩ سم
، ∵ و منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$
∴ و هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ٢٠ = ١٠ سم
∴ محيط Δ ء هـ و = ٨ + ٩ + ١٠
= ٢٧ سم
(وهو المطلوب)

١٠
∵ $\overline{م ل}$ // $\overline{ص ع}$ ، $\overleftrightarrow{ص ل}$ قاطع لهما
∴ ق (د ل ص ع) = ق (د م ل ص) (بالتبادل)
، ∵ ق (د ل ص ع) = ق (د ل ص م)
∴ ق (د م ل ص) = ق (د ل ص م)
∴ م ص = م ل
∴ Δ ل م ص متساوى الساقين
(وهو المطلوب)

١١
فى Δ م س ص : ∵ م س = م ص
∴ ق (د س) = ق (د ص) (١)
، ∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ع ل}$ ، $\overleftrightarrow{س ل}$ قاطع لهما
∴ ق (د ل) = ق (د س) (بالتبادل) (٢)
، ∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ع ل}$ ، $\overleftrightarrow{ص ع}$ قاطع لهما
∴ ق (د ع) = ق (د ص) (بالتبادل) (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ق (د ل) = ق (د ع)
∴ م ل = م ع
∴ Δ م ل ع متساوى الساقين
(وهو المطلوب)

١٢
فى Δ أ حـ ء : ∵ س منتصف $\overline{أ ء}$
، ص منتصف $\overline{حـ ء}$
∴ س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ (١)
، فى Δ أ ب حـ :

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∵ ق(د س) = ٩٠° ، ق(د أ ح س) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ ح (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ أ ب = س ص (وهو المطلوب)

١٣

في Δ أ ب ح : ∵ أ ب = أ ح

∴ ق(د ب) = ق(د ح)

∴ ΔΔ أ ب ء ، أ ح هـ فيهما :

ق(د ب) = ق(د ح)

ق(د ب أ ء) = ق(د ح أ هـ)

أ ب = أ ح

∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ ح هـ

وينتج أن : أ ء = أ هـ (وهو المطلوب)

١٤

في ΔΔ أ ب ء ، أ ح هـ :

ق(د ء) = ق(د هـ) = ٩٠°

ق(د أ ب ء) = ق(د أ ح هـ)

ب ء = ح هـ

∴ Δ أ ب ء ≡ Δ أ ح هـ وينتج أن : أ ب = أ ح

∴ ق(د أ ب ح) = ق(د أ ح ب) (وهو المطلوب)

١٥

في Δ أ ب ح : ∵ أ ب = أ ح ، $\overline{أ ء}$ ينصف د أ

∴ $\overline{أ ء} \perp \overline{ب ح}$ ، ء منتصف $\overline{ب ح}$

∴ ح ء = $\frac{1}{2}$ ب ح = $\frac{1}{2}$ × ٨ = ٤ سم

، ∵ ق(د ب أ ء) = ١٨٠° − (٦٥° + ٩٠°) = ٢٥°

∴ ق(د ء أ ح) = ق(د ب أ ء) = ٢٥° (وهو المطلوب)

١٦

في Δ أ ء هـ : ∵ أ ء = أ هـ

∴ ق(د أ ء هـ) = ق(د أ هـ ء) (١)

، ∵ $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب ح}$ ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ قاطع لهما

∴ ق(د أ ء هـ) = ق(د ب) (بالتناظر) (٢)

، ∵ $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب ح}$ ، $\overleftrightarrow{أ ح}$ قاطع لهما

∴ ق(د أ هـ ء) = ق(د ح) (بالتناظر) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ق(د ب) = ق(د ح)

∴ أ ب = أ ح

∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين (وهو المطلوب)

١٧

في Δ أ ب ح : ∵ أ ب = أ ح

، $\overline{أ هـ}$ ينصف د ب أ ح

∴ ب هـ = $\frac{1}{2}$ ب ح (المطلوب أولًا)

، $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب ح}$ ∴ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ محور تماثل $\overline{ب ح}$

، ∵ ء ∈ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ ∴ ب ء = ح ء (المطلوب ثانيًا)

١٨

في Δ أ ب ح : ∵ ق(د ب) = ق(د ح)

∴ أ ب = أ ح ∴ ٢ س − ١ = ٧

∴ ٢ س = ٨ ∴ س = ٤ (المطلوب أولًا)

∴ ب ح = ٩ − ٤ = ٥ سم

، ∵ أ ب = أ ح = ٧ سم

∴ محيط Δ أ ب ح = ٧ + ٧ + ٥ = ١٩ سم

(المطلوب ثانيًا)

١٩

في Δ أ ب ح : ∵ ق(د ب) = ق(د ح)

∴ أ ب = أ ح ∴ ٢ س − ١ = س + ٣

∴ س = ٤ ∴ أ ب = أ ح = ٤ + ٣ = ٧ سم

، ب ح = ٩ − ٤ = ٥ سم

∴ محيط Δ أ ب ح = ٧ + ٧ + ٥ = ١٩ سم

(وهو المطلوب)

∴ ق(د أ ء و) = ٣٠° ∴ أ ء = ٢ أ و = ٨ سم

∴ مساحة المربع = ٨ × ٨ = ٦٤ سم٢ (وهو المطلوب)

٢٠

في Δ أ ب ح : ∵ ء منتصف $\overline{ب ح}$

∴ $\overline{أ ء}$ متوسط ، ∵ أ م = ٢ م ء

∴ م هي نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب ح

، ∵ $\overleftrightarrow{ح هـ}$ ∋ م ∴ $\overline{ح هـ}$ متوسط في Δ أ ب ح

∴ م هـ = $\frac{1}{3}$ هـ ح = $\frac{1}{3}$ × ١٢ = ٤ سم

(وهو المطلوب)

الوحدة الخامسة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ج)	٢ (ب)	٣ (ج)	٤ (أ)	٥ (د)	٦ (ب)	٧ (ب)	٨ (أ)
٩ (د)	١٠ (ب)	١١ (د)	١٢ (ب)				

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ يقابلها ضلع أكبر في الطول من الذي يقابل الأخرى.

٢ زاوية أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.

٣ $\overline{أ ب}$ ٤ $\overline{ب ح}$

٥ > ٦]١٤ ، ٤[

٧ القطعة المستقيمة العمودية.

٨ الوتر. ٩ أ ح ١٠ أ + س

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

في Δ أ ب ح :

∵ ق(د ح) = ١٨٠° − (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

∴ ق(د ب) > ق(د ح) > ق(د أ)

∴ أ ح > أ ب > ب ح (وهو المطلوب)

٢

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ٢ س + ٣٠ س − ١٠ + س + ٤٠ = ١٨٠°

∴ ٦ س + ٣٠° = ١٨٠° ∴ ٦ س = ١٥٠°

∴ س = $\frac{150°}{6}$ = ٢٥°

∴ ق(د أ) = ٢ × ٢٥° = ٥٠°

، ق(د ب) = ٢٥ + ٤٠° = ٦٥°

، ق(د ح) = ٣ × ٢٥° − ١٠° = ٦٥°

∴ ق(د ب) = ق(د ح) ∴ أ ب = أ ح

∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين (وهو المطلوب)

٢١

في Δ أ ب ح : ∵ ء منتصف $\overline{أ ح}$

∴ $\overline{ب ء}$ متوسط خارج من رأس القائمة

∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ ح (١)

، في Δ ب ء هـ : ∵ ق(د ب ء هـ) = ٩٠°

، ق(د هـ) = ٣٠° ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ب هـ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ أ ح = ب هـ (وهو المطلوب)

٢٢

ΔΔ أ ء ح ، ب ء ح فيهما

أ ح = ب ح

ح ء ضلع مشترك

ق(د أ ح ء) = ق(د ب ح ء)

∴ Δ أ ء ح ≡ Δ ب ء ح وينتج أن : أ ء = ب ء

، ∵ هـ ء = ب ء ∴ أ ء = هـ ء

∴ ق(د هـ) = ق(د هـ أ ء) (وهو المطلوب)

٢٣

∵ ق(د ب أ ء) = ٩٠° ، ق(د ب أ هـ) = ٣٠°

∴ ق(د ء أ و) = ٦٠°

، من Δ أ و ء :

∵ ق(د أ و ء) = ٩٠° ، ق(د و أ ء) = ٦٠°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦

في Δ ا ب حـ : ∵ ا ب < ب حـ < ا حـ

∴ ق (د حـ) < ق (د ا) < ق (د ب) (وهو المطلوب)

٣

في Δ ا ب حـ : ∵ ا حـ = ا ب

∴ ق (د ا حـ ب) = ق (د ا ب حـ) (١)

، في Δ ب حـ ء : ∵ ب ء > حـ ء

∴ ق (د ب حـ ء) > ق (د حـ ب ء) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د ا حـ ء) > ق (د ا ب ء) (وهو المطلوب)

٤

العمل : نرسم $\overline{ا حـ}$

البرهان : في Δ ا ب حـ :

∵ ا ب > ب حـ

∴ ق (د ب حـ ا) > ق (د ب ا حـ) (١)

في Δ ا ء حـ : ∵ ا ء > ء حـ

∴ ق (د ء حـ ا) > ق (د ء ا حـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (د ب حـ ء) > ق (د ب ا ء) (وهو المطلوب)

٥

في Δ ا ب حـ : ∵ ا ب < ا حـ

∴ ق (د ا حـ ب) > ق (د ا ب حـ)

، ∵ $\overline{حـ م}$ ينصف د ا حـ ب ، $\overline{ب م}$ ينصف د ا ب حـ

∴ ق (د م حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (د ا حـ ب)

، ق (د م ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (د ا ب حـ)

∴ ق (د م حـ ب) > ق (د م ب حـ)

∴ ب م < حـ م (وهو المطلوب)

٦

في Δ ا ب حـ : ∵ ا ب > ب حـ

∴ ق (د ا حـ ب) > ق (د ب ا حـ) (١)

، ∵ س ص // ب حـ ، $\overleftrightarrow{ا حـ}$ قاطع لهما

∴ ق (د س ص ا) = ق (د ا حـ ب) (بالتناظر) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (د س ص ا) > ق (د ب ا حـ)

∴ ا س > س ص (وهو المطلوب)

٧

∵ $\overleftrightarrow{ا ء}$ // ب حـ ، $\overleftrightarrow{ا ب}$ قاطع لهما

∴ ق (د ب) = ق (د ب ا ء) = ٤٠° (بالتبادل)

في Δ ا ب حـ :

∴ ق (د حـ) = ١٨٠° − (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

∴ ق (د حـ) < ق (د ب)

∴ ا ب < ا حـ (وهو المطلوب)

٨

في Δ ا س ص :

∵ ق (د ا س ص) = ق (د ا ص س)

∴ ا ص = ا س (١)

، ∵ ا حـ > ا ب (٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ ا حـ − ا ص > ا ب − ا س

∴ ص حـ > س ب (وهو المطلوب)

٩

في Δ ا ب حـ : ∵ ا ب = ا حـ

∴ ق (د ا حـ ب) = ق (د ب) = ٦٥°

∴ ق (د ب ا حـ) = ١٨٠° − ٦٥° × ٢ = ٥٠°

، ∵ د ب ا حـ خارجة عن Δ ا ء حـ

∴ ق (د ا ء حـ) = ٥٠° − ٢٠° = ٣٠°

∴ في Δ ا ء حـ : ∵ ق (د ا ء حـ) > ق (د ا حـ ء)

∴ ا حـ > ا ء ، ∵ ا ب = ا حـ

∴ ا ب > ا ء (وهو المطلوب)

١٠

في Δ ا ب ء : ∵ ب ء = ا ء

∴ ق (د ب ا ء) = ق (د ب)

∴ ق (د ب ا ء) + ق (د ء ا حـ) > ق (د ب)

∴ ق (د ب ا حـ) > ق (د ب)

∴ ب حـ > ا حـ (وهو المطلوب)

١١

في Δ ا ب حـ : ∵ ا ب = ا حـ

∴ ق (د ب) = ق (د حـ) (١)

، ∵ ء ∈ $\overline{ب حـ}$

∴ د ا ء حـ خارجة عن Δ ا ء ب

∴ ق (د ا ء حـ) > ق (د ب) (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ق (د ا ء حـ) > ق (د حـ)

∴ ا حـ > ا ء (وهو المطلوب)

١٢

في Δ ا ب ء : ∵ س منتصف $\overline{ا ب}$

، ص منتصف $\overline{ا ء}$

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ ب ء (١)

، في Δ ء ب حـ : ∵ ق (د ب ء حـ) = ٩٠°

، ∵ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{ء هـ}$ متوسط خارج من رأس القائمة.

∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ (٢)

، ∵ $\overline{ب حـ}$ وتر في Δ ب ء حـ

∴ ب ء > ب حـ

∴ $\frac{1}{2}$ ب ء > $\frac{1}{2}$ ب حـ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ س ص > ء هـ (وهو المطلوب)

١٣

∵ د ا ء حـ خارجة عن Δ ا ب ء

∴ ق (د ا ء حـ) > ق (د ب ا ء) (١)

، ∵ $\overleftrightarrow{ا ء}$ ينصف د ب ا حـ

∴ ق (د ب ا ء) = ق (د ء ا حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (د ا ء حـ) > ق (د ء ا حـ)

∴ ا حـ > ء حـ (وهو المطلوب)

١٤

في Δ ا حـ هـ :

∵ ا هـ = هـ حـ

∴ ق (د هـ حـ ا) = ق (د حـ ا هـ) = ٤٠°

∴ ق (د ا هـ حـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٤٠°) = ١٠٠°

∴ ق (د ا هـ حـ) > ق (د ا حـ هـ)

∴ ا حـ > ا هـ (المطلوب أولاً)

في Δ ا حـ ء : ∵ $\overline{ا هـ}$ متوسط ، ا هـ = $\frac{1}{2}$ حـ ء

∴ ق (د ء ا حـ) = ٩٠°

∴ $\overline{ب حـ}$ وتر في Δ ا ب حـ

∴ ب حـ > ا حـ (المطلوب ثانيًا)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى الهندسة

نمـــوذج ١

١ [١] الوتر [٢] ٥ ، ٩

[٣] يقابلها ضلع أكبر فى الطول من الذى يقابل الأخرى

[٤] زاوية هذا الرأس تكون قائمة

[٥] متساوى الأضلاع

٢ [١] (جـ) [٢] (أ) [٣] (ب)

[٤] (ب) [٥] (أ) [٦] (د)

٣ (أ) < (ب) ١٢٥° (جـ) أثبت بنفسك.

٤ (أ) برهن بنفسك (ب) أثبت بنفسك.

٥ (أ) دب ، د أ ، د حـ (ب) أثبت بنفسك.

نمـــوذج ٢

١ [١] (د) [٢] (أ) [٣] (ب)

[٤] (ب) [٥] (د) [٦] (د)

٢ [١] متساوى الساقين [٢] أصغر من

[٣] س ص [٤] $\frac{١}{٢}$ [٥] العمودى عليها

٣ (أ) ق (د أ) ، ق (د ب) ، ق (د حـ)

(ب) ب ء = ٤,٥ سم ، ب م = ٣ سم

، أ ب = ٤,٥ سم

٤ (أ) ، (ب) أثبت بنفسك.

٥ (أ) ضلع أكبر فى الطول من الذى يقابل الأخرى

(ب) أثبت بنفسك.

نموذج امتحان الدمج

١

[١] ١ : ٢ [٢] نصف طول الوتر

[٣] متطابقتان [٤] <

[٥] عموديًا

٢ [١] (ب) [٢] (أ) [٣] (د)

[٤] (أ) [٥] (أ)

٣

∵ ق (د ب) = ٩٠° ، ق (د حـ) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ × أ حـ

∴ أ حـ = ١٠ سم

٤

(أ) أ حـ ، أ ب ، ب حـ

(ب) [١] ٤٠° [٢] $\overline{أب}$

٥ [١] ✓ [٢] ✗ [٣] ✗

[٤] ✓ [٥] ✓

موقع التفوق
Altfwok

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

امتحانات بعض مدارس المحافظات فى الجبر والإحصاء

١ محافظة القاهرة

إدارة شرق مدينة نصر
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ن ∪ نَ = ...

(أ) ∅ (ب) ع (جـ) ن (د) {∅}

٢ $\sqrt{\sqrt{٦٤}^{٢} + \sqrt{١٦}^{٢}}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ± ٨

٣ المنوال للقيم : ٢ ، ٥ ، ٨ ، ٢ ، ٣ هو .....

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٨

٤ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٣٦ = صفر فى ع هى .....

(أ) {٦} (ب) {٦ ، −٦} (جـ) ∅ (د) {−٦}

٥ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو .....

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٢ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٣ $\sqrt{٣}$ (د) ٣ $\sqrt{٦}$

٦ إذا كان الزوج المرتب (−٢ ، ٣) يحقق العلاقة : س − ص = ا فإن : ا = ...

(أ) ٧ (ب) −٧ (جـ) ٦ (د) −٥

٢ أكمل العبارات الآتية :

١ [٣ ، ٥] − {٣ ، ٥} = ...

٢ الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ هو .....

٣ مرافق العدد $\frac{٢}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}}$ (فى أبسط صورة) هو .....

٤ مكعب حجمه ٢٧ سم^{٣} فإن طول حرفه ..... سم.

٥ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٤ والحد الأعلى لها هو ١٠ فإن مركز هذه المجموعة هو .....

٣ (أ) إذا كان : ا = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، ب = $\frac{١}{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}$ أوجد قيمة : $\frac{ا + ب}{ا ب}$

(ب) أوجد ميل $\overleftrightarrow{ا ب}$ حيث ا (٧ ، ٢) ، ب (−٢ ، ٠)

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح لكل مما يأتى :

[١] ٣ س + ٥ > ٢ [٢] (٢ س − ١)^{٢} = ٨

(ب) أوجد فى أبسط صورة : $\frac{١}{٤}\sqrt{٨٠} - \sqrt{٢٠} - \sqrt{٤٥} + \sqrt{١٢٥}$

٥ (أ) إذا كانت : س =]−١ ، ٣] ، ص = [٠ ، ٥[

أوجد مستعينًا بخط الأعداد : [١] س ∩ ص [٢] س − ص

(ب) أوجد الوسط الحسابى مستعينًا بالجدول الآتى :

المجموعات	− ٨	− ١٢	− ١٦	− ٢٠	− ٢٤	المجموع
التكرار	٤	١٠	١٦	١٢	٨	٥٠

٢ محافظة الجيزة

إدارة العمرانية
مدارس الفستقا الخاصة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $\sqrt{٢٧} - ٣\sqrt{٣} =$ .....

(أ) ٩ (ب) ٢٧ (جـ) صفر (د) $\sqrt{٣}$

[٢] إذا كان : س = $\sqrt[٣]{٣} + ١$ ، ص = $\sqrt[٣]{٣} - ١$ فإن : (س + ص)^{٣} = ...

(أ) ٢٤ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٤

[٣] إذا كان حجم مكعب ١٢٥ سم^{٣} فإن مجموع أطوال أحرفه ..... سم

(أ) ٢٥ (ب) ٦٠ (جـ) ١٥٠ (د) ١٢٥

[٤] إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ س هو ٤ فإن : س = ...

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٢

[٥] [٢ ، ٦] − {٢ ، ٦} = ...

(أ) [٢ ، ٦] (ب)]٢ ، ٦[(جـ) [٢ ، ٦[(د)]٢ ، ٦]

[٦] ع = ...

(أ) ع$_{+}$ ∪ ع$_{-}$ (ب)]صفر ، ∞[(جـ)]−∞ ، ∞[(د) غير ذلك.

٢ أكمل :

[١] المعكوس الجمعى للعدد : $-\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$ هو .....

[٢] إذا كان الزوج المرتب (١ ، ك) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٥ فإن : ك = ...

[٣] إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ٢٧ ، ك ، ٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٦ هو ١٤ فإن : ك = ...

(أ) مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٩ = ٠$ فى ح هى .....

(ب) المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (١ ، ٤) يوازى محور .....

٣ (أ) أوجد قيمة : $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٤} - ٣\sqrt{٢} - \frac{١}{٢}\sqrt{٢٤}$

(ب) أوجد حجم أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها $٤\sqrt{٢}$ سم وارتفاعها ٩ سم بدلالة π

٤ (أ) أوجد حل المتباينة : $٢ < ٣ - س + ٧ \geq ١٠$ فى ح مع تمثيل الحل على خط الأعداد.

(ب) إذا كانت : $س = \sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ ، $س ص = ٢$ **فأثبت أن :** س ، ص مترافقان.

٥ (أ) إذا كانت : $س = [-٣ ، ٤]$ ، $ص = [-٢ ، ٢[$

بالاستعانة بخط الأعداد أوجد : $س \cap ص$ ، $ص - س$

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠



٣ محافظة الإسكندرية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] الوسط الحسابى للقيم : ٩ ، ٦ ، ٥ ، ١٤ ، ١ هو .....

(أ) ٧ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٩

[٢] المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٥}}{١٠}$ هو .....

(أ) $\sqrt{١٠}$ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $٢\sqrt{٥}$ (د) $-٢\sqrt{٥}$

[٣] $(١ + \sqrt{٧})(١ - \sqrt{٧}) =$ .....

(أ) ٢ (ب) -٤ (جـ) $-٣\sqrt{٧}$ (د) -٦

[٤] ميل أى خط مستقيم موازٍ لمحور السينات هو .....

(أ) ١ (ب) غير معرف. (جـ) -١ (د) صفر

[٥] حجم متوازى مستطيلات أبعاده $٢\sqrt{٢}$ سم ، $٣\sqrt{٢}$ سم ، $٦\sqrt{٢}$ سم هو ..... سم^{٣}

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (جـ) $٦\sqrt{٢}$ (د) $١٨\sqrt{٢}$

[٦] إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى لها هو ك ومركز المجموعة ١٥

فإن : ك = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

٢ أكمل ما يأتى :

(١) المنوال للقيم : ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٥ هو .....

(٢) $]-٢ ، ٢] \cup \{-٢ ، ٠\} =$ .....

(٣) الوسيط للقيم : ٣١ ، ١٣ ، ٩ ، ٦٠ ، ١ ، ٤٥ ، ٤ هو .....

(٤) إذا كان (ل ، ٤) يحقق العلاقة : س + ٢ ص = ١٥ فإن : ل = ...

(٥) المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٤ سم هى .....

٣ (أ) أوجد مجموعة الحل للمتباينة الآتية : $-١ < ٢ - س \leq ٥$ فى ع موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(ب) إذا كان : س = $\sqrt{٥} + \sqrt{٢}$ ، ص = $\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$ أوجد قيمة المقدار : $\frac{س + ص}{س ص - ١}$ مع الخطوات.

٤ (أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة اختصر ما يأتى :

(١) $\sqrt{٢} + \sqrt{٨} - \sqrt{١٨}$ مع الخطوات.

(٢) $\sqrt[٣]{١٢٨} + \sqrt[٣]{١٦} - ٢\sqrt[٣]{٥٤}$ مع الخطوات.

(ب) إذا كان (أ ، ٣) ، (٣ ، ب) يحققان العلاقة : ٢ س - ص = ١ أوجد كلًا من :

(١) قيمتى أ ، ب

(٢) ميل المستقيم المعطى بالعلاقة : ٢ س - ص = ١

٥ (أ) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^٣ وارتفاعها ١٠ سم. أوجد طول قطر قاعدتها ومساحتها الجانبية.

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	٨	٥٠

٤ محافظة القليوبية

توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : س + ٥ = ٥ فى ط هى .....

(أ) $\{٠\}$ (ب) $\{١٠\}$ (جـ) $\{-١٠\}$ (د) $\varnothing$

(٢) العدد النسبى الذى يقع بين ٠,٢ ، ٠,٣ هو .....

(أ) ٠,٢١ (ب) ٠,١١ (جـ) ٠,٣١ (د) ٠,٣٣

٢ $\sqrt{س^{٢}} = ٧$ .....

(أ) $س^{٢}$ (ب) $س^{٢}$ (جـ) $س$ (د) $س^{١}$

٤ إذا كان (٢ ، ك) يحقق العلاقة : ٣ س − ص + حـ = ٠ فإن : حـ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ١١ (د) −١١

٥ إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ١٨ ، ٢٣ ، ٢٩ ، ٢ ك − ١ ، ك هو ١٨ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٧ (جـ) ٢٩ (د) ١٩

٦ الوسيط للقيم : ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ هو .....

(أ) ٢٢ (ب) ٢٣ (جـ) ٢٤ (د) ٢٥

---

١ أكمل :

١ ٠,٣ = ... على صورة $\frac{أ}{ب}$

٢ $\sqrt[٣]{٣٤٣}$ = ...

٣ ميل أى مستقيم يوازى محور السينات يساوى .....

٤ المنوال هو القيمة ..... تكرارًا فى قيم المجموعة.

٥ إذا كان ترتيب الوسيط هو الرابع فإن عدد القيم هو .....

---

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : ٥ س − ٣ < ٢ س + ٩ فى ح

(ب) أوجد قيمة : $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٤} - ٣\sqrt{٢} - \frac{١}{٢}\sqrt{٢٤}$

---

٤ (أ) إذا كان طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة هو ٤ سم ، وارتفاعها ٩ سم

أوجد حجم الأسطوانة بدلالة π

(ب) إذا كانت : أ (٢ ، −١) ، ب (١٠ ، ٣) ، حـ (٢ ، ٣) أوجد : ميل كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$

---

٥ (أ) أوجد : [−١ ، ٤] − [−٣ ، ٢[باستخدام خط الأعداد.

(ب) الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالبًا فى امتحان :

المجموعات	٢ −	٦ −	١٠ −	١٤ −	١٨ −	٢٢ −	٢٦ −	المجموع
التكرار	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠

أوجد الوسط الحسابى لدرجات الطلاب.

إدارة غرب الزقازيق
توجيه الرياضيات

٥ محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل العبارات الآتية :

١ مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢} - ٨ = ٠$ هى .....

٢ إذا كان (-١ ، ٥) يحقق العلاقة : $٣ س + ك ص = ٧$ فإن : ك = ...

٣ مجموعة حدها الأدنى ٦ وحدها الأعلى ١٠ يكون مركزها .....

٤ نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والهابط تعين ..... على محور المجموعات.

٥ ناتج طرح $-\frac{٤}{٥}$ من $\frac{١}{٥}$ هو .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ كرة مساحة سطحها ٤π سم^{٢} فإن طول نصف قطرها ..... سم

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ أى مستقيم يوازى محور السينات ميله .....

(أ) غير معرف. (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٣ إذا كان المنوال للقيم : ٢ ، ٥ ، ٣ ، س + ٢ هو ٥ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٥

٤ الوسيط للقيم : ٣ ، ٧ ، ٥ ، ٩ ، ١ هو .....

(أ) ٩ (ب) ٧ (جـ) ٣ (د) ٥

٥ ٣ (س + ٢) = ...

(أ) ٣ س + ٢ (ب) ٣ س + ٦ (جـ) ٣ س (د) ٥ س

٦ ٤ + ٣ × ٢ = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{٧٥} - \sqrt{٢٧} - \sqrt{١٢}$

(ب) أوجد على صورة فترة مجموعة حل المتباينة الآتية فى ح : $-١ \geq ٢ - س \geq ١٠$:

٤ (أ) إذا كانت : س = $[-٢ ، ٣]$ ، ص = $[١ ، ٥]$ أوجد باستخدام خط الأعداد :

١ س ∩ ص ٢ س ∪ ص ٣ س - ص

(ب) إذا كانت : س = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، ص = $\frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$

١ أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان.

٢ أوجد قيمة : (س + ص) - (س ص)

٥ (أ) إذا كانت : أ (١ ، ١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٠ ، -١)

١ أوجد : ميل كل من $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$

٢ هل حـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ؟

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

٦ محافظة المنوفية

إدارة منوف
توحيد الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو .....

(أ) ٢,٥ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{١٠}$ (د) $\sqrt{١٠٢}$

٢ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٤٩ = ٠ فى ح هى .....

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {٧} (د) {-٧}

٣ $\sqrt{\frac{١}{٣}} + \sqrt{\frac{١}{٣}} + \sqrt{\frac{١}{٣}}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\sqrt{٦}$

٤ مكعب مساحته الكلية ١٥٠ سم^{٢} فإن حجمه ..... سم^{٣}

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٢٥

٥ إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ٣ ، ٤ ، س هو ٥ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٦ إذا كان المنوال للقيم : ٥ ، ٩ ، ٥ ، س + ٣ ، ٩ هو ٩ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٢ أكمل ما يأتى لتحصل على عبارات صحيحة :

١ ح$_{،}$ ∩ {-١ ، ٠ ، ١} = ...

٢ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (-٣ ، ٥) ، (١ ، ك) يوازى محور السينات فإن : ك = ...

٣ إذا كان (-٣ ، ك) يحقق العلاقة : س + ٢ ص = ٥ فإن : ك = ...

٤ كرة حجمها $\frac{٤}{٣}$ π سم^{٣} فإن طول نصف قطرها .....

٥ مجموعة حدها الأدنى = ٥ ومركزها = ٨ فإن حدها الأعلى = ...

٣ (أ) إذا كانت : س = [-٣ ، ٤] أوجد مستعينًا بخط الأعداد : ح ∩ س ، ح ∪ س

(ب) إذا كانت النقط : أ (٤ ، -٣) ، ب (-٦ ، ٧) ، جـ (٥ ، ك) على استقامة واحدة

أوجد : قيمة ك

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح مع التمثيل على خط الأعداد : -٥ ≤ ٣ - س + ١ < ١٠

(ب) إذا كانت : أ = $\sqrt{٥}$ + ٢ ، ب = $\sqrt{٥}$ - ٢ أوجد قيمة : $\frac{أ + ب}{أ ب}$

٥ (أ) مثل بيانيًا العلاقة : ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

(ب) من التوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	ك	٢	٢٠

١ أوجد قيمة ك ٢ أوجد الوسط الحسابى.

٧ محافظة الغربية

إدارة زفتى
لتوجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ضعف مربع العدد $\frac{١}{٢}$ هو .....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٢ إذا كان : $\sqrt{٢أ}$ = ٩ فإن : أ = ... حيث أ ∈ ن

(أ) ٣ (ب) ± ٣ (جـ) ٩ (د) ± ٩

٣ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات .....

(أ) صفر (ب) -١ (جـ) ١ (د) غير معرف.

٤ إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد هذه القيم يساوى .....

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٥ الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٢ - أ ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٣ + أ هو .....

(أ) ١٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٦ إذا كان المنوال للقيم : ٢ ، ٨ ، ٤ ، س + ٥ هو ٨ فإن : س = ...

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ أكمل ما يلى لتحصل على عبارات صحيحة :

١ مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢}$ + ٤ = ٠ هى .....

٢ إذا كان : أ + ب + حـ = $\frac{٧}{٣}$ ، أ + ب = $\frac{٥}{٣}$ ، ب + حـ = $\frac{٤}{٣}$ فإن : قيمة ب = ...

٣ الزوج المرتب (٣ ، .....) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٥

٤ المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt[٣]{-٨}$ هو .....

٥ إذا كان الحد الأعلى لمجموعة ١٤ ومركزها ٩ فإن حدها الأدنى .....

٣ (أ) إذا كانت (٣ ل ، ل) تحقق العلاقة : ٣ س - ٤ ص = ١٥ فأوجد : قيمة ل

(ب) إذا كانت : س = [٣ ، ∞[، ص =]-١ ، ٤] فأوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∩ ص ٢ ص - س

٤ (أ) إذا كانت : س = $\frac{٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٣}}{٥\sqrt{٢}}$ ، ص = $\frac{٣\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢}}$ فأوجد فى أبسط صورة : س^{٢} + ص^{٢}

(ب) إذا كان ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها ، أوجد ارتفاع الأسطوانة علمًا بأن حجمها ٢٧ π سم^{٣}

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $٢\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠} + \frac{١}{٣}\sqrt{١٦٢} - \sqrt{٣٢}$

(ب) الجدول التكرارى الآتى يبين التوزيع التكرارى لعدد أيام الأجازات بأحد المصانع لعدد ٥٠ عاملًا :

المجموعات	٢ -	٦ -	١٠ -	١٤ -	١٨ -	٢٢ -	٢٦ -
التكرار	٤	٥	٨	٢٠	٧	٥	١

أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع.

٨ محافظة الدقهلية

إدارة شرق المنصورة التعليمية
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو .....

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{٥}$ (د) $٢\frac{١}{٢}$

٢ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو .....

(أ) $-\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ (ب) $٦\sqrt{٣}$ (جـ) $٢\sqrt{٣}$ (د) $-٢\sqrt{٣}$

٣ متوازى المستطيلات الذى أبعاده $\sqrt{٢}$ سم ، $\sqrt{٣}$ سم ، $\sqrt{٦}$ سم يكون حجمه ..... سم^{٣}

(أ) ٦ (ب) $٦\sqrt{٦}$ (جـ) ٣٦ (د) $\sqrt{١١}$

(٤) إذا كان الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد هذه القيم هو .....

(أ) ٩ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

(٥) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، أ) ، (٥ ، ب) يساوى صفر فإن : .....

(أ) أ < ب (ب) أ > ب (جـ) أ = ب (د) غير ذلك.

(٦) إذا كان المتوال لمجموعة القيم : ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ س هو ٤ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

(١) مجموعة حل المعادلة : ٢٥ س^{٢} - ٤ = ٠ فى ن هى .....

(٢) باقى طرح -٥ س من ٣ س يساوى .....

(٣) المستقيم العمودى النازل من نقطة تلاقى المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل على الأفقى يعين .....

(٤) إذا كان (-١ ، ٥) يحقق العلاقة : ٣ س + ل ص = ٧ فإن : ل = ...

(٥) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ ومركزها هو ١٥ فإن حدها الأعلى هو .....

٣ (أ) إذا كانت : س =]-٢ ، ٣] ، ص = [١ ، ٥[أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

(١) س ∩ ص (٢) س ∪ ص (٣) ص - س

(ب) (١) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{٨} - ٢\sqrt{١٨} + ٢\sqrt{\frac{١}{٢}}$ (مع كتابة خطوات الحل)

(٢) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٢ π سم^{٣} وارتفاعها ٨ سم. أوجد مساحتها الجانبية بدلالة π

٤ (أ) إذا كانت : س = $\frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٧}}$ ، ص = $\sqrt{٣} - \sqrt{٧}$ أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان

ثم أوجد قيمة : س ص

(ب) أوجد فى ح على صورة فترة مجموعة حل المتباينة : -٣ ≤ ٢ س - ١ ≤ ٥ ومثل الحل على خط الأعداد.

٥ (أ) مثل بيانيًا العلاقة : ٢ س - ص = ٣ ثم أوجد ميل الخط المستقيم الممثل للعلاقة.

(ب) باستخدام التوزيع التكرارى التالى :

المجموعات	١٠ -	٣٠ -	٥٠ -	٧٠ -	٩٠ -	المجموع
التكرار	٤	٦	م	٧	٥	٣٠

(١) أوجد قيمة م (٢) أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع.

٩ محافظة الإسماعيلية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد ٤٥ × ١٣ يزيد عن العدد ٤٥ × ١٢ بمقدار .....

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٤٥ (د) ١٣

٢ ترتيب الوسيط لمجموعة القيم : ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ هو .....

(أ) الثالث. (ب) الرابع. (جـ) الخامس. (د) السادس.

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٩ = ٠$ صفر فى ح هى .....

(أ) {٣} (ب) {-٣} (جـ) {-٣ ، ٣} (د) ∅

٤ إذا كانت نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والهابط (٣٠ ، ٢٠) فإن مجموع التكرارات .....

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ٦٠

٥ إذا كان (٢ ، ٧) يحقق العلاقة : ص - س = ك فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٩ (جـ) -٥ (د) ١٤

٦ مركز المجموعة الأولى من المجموعات : -٧ ، -١٣ ، -١٩ ، -٢٥ هو .....

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٣

٢ أكمل العبارات التالية لتحصل على عبارات رياضية صحيحة :

١ $[١ ، ٨] - \{١ ، ٨\} =$ .....

٢ إذا كان ميل مستقيم هو صفر فإن المستقيم يوازى محور .....

٣ إذا كانت : $\{٢ ، ٤\} \subset \{٦ ، ٢ ، س + ١\}$ فإن : س = ...

٤ $\frac{٢}{٤} ، \frac{٣}{٩} ، \frac{٤}{١٦} ،$ ..... (بنفس النمط)

٥ إذا كان المنوال للقيم : ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٢ - ٤ هو ٧ فإن : ٢ = ...

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\left(\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٢٥}\right) + ٢\sqrt[٣]{٢} - \frac{١}{٢}\sqrt[٣]{٣٢}$

(ب) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠ سم. أوجد طول نصف قطر قاعدتها.

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية فى ح : $٣ < ٤ س - ١ \leq ١٥$ ثم مثل الحل على خط الأعداد.

(ب) إذا كانت : $س = \sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٧} - \sqrt{٥}$

فأوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار : $\left(\frac{س + ص}{س ص}\right)^{٢}$

٥ (أ) ملأ شخص خزان سيارته بالوقود والشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن (س) بالساعة وكمية الوقود (ص) باللتر.



أوجد : [١] أكبر سعة للخزان.

[٢] متى يفرغ الخزان.

[٣] متوسط استهلاك السيارة للوقود.

(ب) أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٦	٣	٢	٥	٢٠

١٠ محافظة كفر الشيخ

إدارة دسوق
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان المنوال للقيم : ٨ ، ٩ ، ٢ ، ٢ س ، ٣ هو ٨ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ١٢ (جـ) ٨ (د) ٣

[٢] إذا كان حجم مكعب = ٦٤ سم^{٣} فإن مجموع أطوال أحرفه = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٦٤ (جـ) ٤٨ (د) ١٠٠

[٣] المعكوس الضربى للعدد ٢ + $\sqrt{٣}$ هو .....

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) ٢ + $\sqrt{٣}$ (جـ) ٢ - $\sqrt{٣}$ (د) -٢ $\sqrt{٦}$

[٤] ٥ متر = ... سم

(أ) ٥٠٠٠ (ب) ٥٠٠ (جـ) ٥٠ (د) ٥

[٥] العدد غير النسبى المحصور بين العددين ٢ ، ٣ هو .....

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt{٤}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) $\sqrt{٩}$

[٦] إذا كان : $\sqrt{٢}$ س = ٥ فإن : س = ...

(أ) ٢٥ (ب) ١٥ (جـ) ١٢٥ (د) ٦٢٥

٢ أكمل ما يأتى :

[١] إذا كان الوسط الحسابى لستة قيم هو ٥ فإن مجموع هذه القيم يساوى .....

[٢] ميل المستقيم الموازى لمحور السينات هو .....

[٣] الوسيط للقيم : ٨ ، ١٣ ، ٦ ، ١٠ ، ٥ ، ١١ هو .....

٤ إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو ٤ فإن عدد هذه القيم يساوى .....

٥ إذا كان الزوج المرتب (ك ، ٥) يحقق العلاقة : س + ص = ٥ فإن : ك = ...

٣ (أ) إذا كانت : س = [-١ ، ٤] ، ص = [٢ ، ٧[أوجد مستعينًا بخط الأعداد :

١ س ∪ ص ٢ ص ∩ س

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{18} + \sqrt{54} - \sqrt{32} + \sqrt{24}$

٤ (أ) إذا كانت : س = $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ ، ص = $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$

أوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار : $(س + ص)^2$

(ب) كرة طول نصف قطرها ٧ سم. أوجد حجمها ومساحة سطحها.

٥ (أ) أوجد زوجين مرتبين يحققان العلاقة : ٢ س + ص = ١١

(ب) الجدول الآتى يبين الأجر اليومى لعدد ٥٠ عاملًا :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٦	١١	١٢	١٣	٨	٥٠

أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع.

١١ محافظة الفيوم

إدارة غرب الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt{48} - \sqrt{32} =$ .....

(أ) ٨ (ب) صفر (جـ) ٤ (د) ± ٤

٢ حجم متوازى المستطيلات الذى أبعاده ٣ سم ، ٢ سم ، ٤ سم يساوى ..... سم^3

(أ) ٢٥ (ب) ٦ (جـ) ٢٤ (د) ١٢

٣ [٢ ، ٧] - {٢ ، ٧} = ...

(أ) [١ ، ٦] (ب) ∅ (جـ)]٢ ، ٧[(د) {٠}

٤ المنوال للقيم : ٥ ، ٧ ، ٦ ، ٩ ، ٦ هو .....

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٤

٥ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ يساوى .....

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٢ (جـ) $٢\sqrt{٣}$ (د) $٦\sqrt{٣}$

٦ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٧) يساوى .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان ثمن شراء ٤ قمصان هو س فإن ثمن ٤٠ قميصًا يساوى .....

٢ $(\sqrt{٥} + \sqrt{٢})(\sqrt{٥} - \sqrt{٢})$ = ...

٣ الوسط الحسابى للقيم : ٨ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ١١ هو .....

٤ ٧٥ ٪ من العدد ٨٠ يساوى .....

٥ الوسيط للقيم : ٥ ، ٤ ، ٨ ، ٧ ، ٣ هو .....

٣ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة الآتية : ٣ س − ٥ ≥ س + ١ < ٣ س − ١ مستخدمًا خط الأعداد.

(ب) إذا كانت : س = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، ص = $\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ احسب قيمة : $\frac{س + ص}{س ص}$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{٧٥} + \sqrt{٤٨} - \sqrt{٢٧}$

(ب) إذا كانت : س = [−٣ ، ٣] ، ص = [−١ ، ٥] أوجد مستعينًا بخط الأعداد : س ∩ ص

٥ (أ) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص = س + ٢ ثم مثلها بيانيًا.

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى التالى :

المجموعات	٠ −	٢ −	٤ −	٦ −	٨ −	المجموع
التكرار	٣	٤	٥	٦	٢	٢٠



١٢ محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت النقطة (أ ، ١) تحقق العلاقة : س + ص = ٥ فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) −٤ (جـ) ٤ (د) ٥

٢ إذا كان الوسط الحسابى للقيم : ١٨ ، ٢٣ ، ٢٩ ، ٢ ك − ١ ، ك هو ١٨ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٧ (جـ) ٢٩ (د) ٩٠

٣ إذا كان طول نصف قطر كرة يساوى ٦ سم فإن حجمها يساوى .....

(أ) ٦ π سم^{٣} (ب) ٣٦ π سم^{٣} (جـ) ٧٢ π سم^{٣} (د) ٢٨٨ π سم^{٣}

٤ المعكوس الجمعى للعدد | -٢ | يساوى .....

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $-\frac{١}{٢}$

٥ ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٢) يساوى .....

(أ) غير معرف. (ب) $\frac{٤}{٧}$ (جـ) صفر (د) $\frac{١}{٧}$

٦ إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد هذه القيم يساوى .....

(أ) ٥ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ١٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ المجموعة التى حدها الأدنى ٤ وحدها الأعلى ٨ يكون مركزها .....

٢ [٣ ، ٤] - {٣ ، ٥} = ...

٣ أى مستقيم يوازى محور الصادات ميله .....

٤ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠ سم فإن طول قطر قاعدتها .....

٥ المنوال لمجموعة القيم : ٣ ، ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ يساوى .....

٣ (أ) أوجد قيمة : $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٤} - ٣\sqrt{٢} - \frac{١}{٢}\sqrt{٢٤}$

(ب) إذا كان : س = $\frac{٣}{\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ ، ص = $\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$

أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان وأوجد قيمة : س ص

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : -٢ < ٣ س + ٧ ≤ ١٠ فى ح مع تمثيل فترة الحل على خط الأعداد.

(ب) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٥ ومثلها بيانيًا.

٥ (أ) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، -١) ، (٧ ، ك) يساوى $\frac{٣}{٤}$ أوجد : ك

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	- ٥	- ١٥	- ٢٥	- ٣٥	- ٤٥	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠



١٣ محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الشرط اللازم لكى يكون $\frac{٥}{س - ٣}$ عددًا نسبيًا هو س ≠ .....

(أ) −٣ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) −٥

٢ أصغر عدد أولى فردى هو .....

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ٣ (د) ٢

٣ العدد غير النسبى المحصور بين ٣ ، ٤ هو .....

(أ) ٣,٥ (ب) $\frac{١}{٧}$ (جـ) $\sqrt{٧}$ (د) $\sqrt{١٠}$

٤ العلاقة : س + ص = ٥ يحققها الزوج المرتب .....

(أ) (−٣ ، ١) (ب) (١ ، ٣) (جـ) (٢ ، ٣) (د) (٥ ، ٣)

٥ إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ١١ ، ٨ ، ٢ س هو ٨ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٦

٦ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى لها هو س ومركزها هو ١٥ فإن : س = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

٢ أكمل ما يأتى لتحصل على عبارات صحيحة :

١ مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $\frac{٢٥}{١٦}$ يساوى .....

٢ مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣} فإن طول حرفه يساوى .....

٣ أى مستقيم يوازى محور السينات ميله هو .....

٤ ترتيب الوسيط لجدول تكرارى يساوى مجموع التكرارات على .....

٥ الوسط الحسابى للقيم : ٥ ، ٧ ، ٣ ، ١٠ ، ١٥ هو .....

٣ (أ) إذا كانت : س = [−٢ ، ٣] ، ص = [١ ، ٥]

أوجد مستعينًا بخط الأعداد على صورة فترة : س ∩ ص ، س ∪ ص

(ب) أسطوانة دائرية قائمة حجمها يساوى ٧٢ π سم^{٣} وارتفاعها ٨ سم. أوجد بدلالة π مساحتها الجانبية.

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{٣٢} - \sqrt{٧٢} + ٦\sqrt{\frac{١}{٢}}$

(ب) إذا كان (٣ ، −٧) يحقق العلاقة : ٥ س + ب ص = ١٨ **أوجد : قيمة ب**

٥ (أ) إذا كانت : س = $\sqrt{٧}$ + ٧ ، ص = $\sqrt{٧}$ − ٧ أوجد قيمة : (س + ص)^{٢}

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى لدرجات ٤٠ طالبًا :

المجموعات	٢ −	٦ −	١٠ −	١٤ −	١٨ −	٢٢ −	٢٦ −
التكرار	٣	٥	٨	١٠	٧	٥	٢

١٤ محافظة قنا

إدارة نجع حمادى
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى مستقيم يوازى محور السينات ميله .....

(أ) موجب. (ب) سالب. (جـ) صفر (د) غير معرف.

٢ إذا كانت (٢ ، −٣) تحقق العلاقة : ٢ س − ص = ك فإن : ك = ...

(أ) ٧ (ب) −١ (جـ) −٧ (د) صفر

٣ نصف العدد $\sqrt{٨}$ يساوى .....

(أ) ٤ (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) ٢ $\sqrt{٢}$ (د) ٢

٤ مكعب حجمه ٢٧ سم^{٣} فإن طول حرفه ..... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٥ إذا كانت النقطة (١٦ ، ٣٠) هى نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والهابط فإن الوسيط يساوى .....

(أ) ١٦ (ب) ٢٣ (جـ) ٦٠ (د) ٤٦

٦ مربع ضعف العدد نصف هو .....

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

١ {٢ ، ٤ ، ٥} − [٢ ، ٥] = ...

٢ ($\sqrt{٢}$ − $\sqrt{٥}$) ($\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٥}$) = ...

٣ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٤ وحدها الأعلى ١٢ فإن مركزها .....

٤ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٨ ، ٦ ، ٢ س ، ٥ هو ٨ فإن : س = ...

٥ إذا كان الوسط الحسابى لدرجات ٤ طلاب هو ٢٠ فإن مجموع درجاتهم يساوى .....

٣ (أ) إذا كانت س = [-٢ ، ٤] ، ص =]١ ، ٨[

أوجد مستعينًا بخط الأعداد : س ∪ ص ، س ∩ ص

(ب) اختصر : $\sqrt{٤٨} + \sqrt{١٦٧} - \sqrt{٢٥٠}$

٤ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : ٢ س - ١ ≥ ٧ ومثلها على خط الأعداد.

(ب) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ (٣ ، ٧) ، ب (١ ، -١)

٥ (أ) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٣٥٢ سم^{٣} وارتفاعها ٧ سم. أوجد طول نصف قطر قاعدتها. $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

(ب) الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لأوزان ٣٠ طفلًا بالكيلو جرام :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٣٠

أوجد الوسط الحسابى لهذا التوزيع.



١٥ محافظة أسوان

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : أ$^{-١}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن : أ = ...

(أ) $-\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{-٣}{٢}$ (د) ١

٢ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}٢}{٦}$ هو .....

(أ) $\sqrt{٣}٢$ (ب) ٦ (جـ) $٢\sqrt{٣}$ (د) ٨

٣ إذا كان (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة : س + ص = ١٥ فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٣ (د) ١٥

٤ الوسيط للقيم : ٧ ، ٩ ، ١٥ ، ١١ ، ٣ ، ٥ هو .....

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ١٣

٥ إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٤ ، ١٢ ، ٨ ، ٢ س هو ١٢ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٨

٦ باقى طرح -٥ س من ٣ س هو .....

(أ) ٢ س　　(ب) -٢ س　　(جـ) ٨ س　　(د) -٨ س

٢ أكمل مكان النقط :

١ ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات .....

٢ ن ∪ ن' = ...

٣ إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الرابع فإن عدد هذه القيم يساوى .....

٤ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٨ وحدها الأعلى هو ١٢ فإن مركزها هو .....

٥ الحد الجبرى : ٣ س^{٢} ص من الدرجة .....

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة : $٢\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠} + \frac{١}{٣}\sqrt{١٦٢}$

(ب) إذا كانت : س = [٢ ، ∞[، ص =]-٢ ، ٣[

أوجد : ١ س ∩ ص　　٢ س ∪ ص

٤ (أ) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٥ سم وارتفاعها ٧ سم.

احسب حجم الأسطوانة. $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

(ب) اكتب على صورة فترة مجموعة حل المتباينة الآتية فى ح :

٣ + ٢ س ≥ ٧ ومثل الحل على خط الأعداد.

٥ (أ) إذا كانت : أ (١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥) ، حـ (٠ ، ١)

أثبت أن النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٥ -	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

امتحانات بعض مدارس المحافظات ؟ فى الهندسة

١ محافظة القاهرة

إدارة الوايلى
توجيه الرياضيات

القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ب حـ فإن : ق (∠ أ) = ... °

(أ) ٩٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٥ (د) ٣٠

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٣ : ٢ (د) ٢ : ٣

٣ المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٥٥° ، ٧٠° يكون .....

(أ) متساوى الساقين. (ب) متساوى الأضلاع.

(جـ) مختلف الأضلاع. (د) قائم الزاوية.

٤ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ..... °

(أ) ١٨٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٣٦٠

٥ مثلث متساوى الساقين فيه ضلعان طولاهما ٨ سم ، ٤ سم يكون طول الضلع الثالث ..... سم.

(أ) ٤ (ب) ١٢ (جـ) ٨ (د) ٢٤

٦ إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل $\overline{أ ب}$ فإن : .....

(أ) $\overleftrightarrow{أ حـ}$ // $\overline{ب حـ}$ (ب) أ حـ = ب حـ

(جـ) أ حـ = أ ب (د) أ حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى .....

٢ س ص ع مثلث فيه : ق (∠ ع) = ٥٠° ، ق (∠ ص) = ٦٠° فإن : ص ع ..... س ص

٣ مثلث أ ب حـ فيه : أ ب > أ حـ فإن : ق (∠ حـ) ..... ق (∠ ب)

٤ فى أى مثلث يكون مجموع طولى أى ضلعين ..... من طول الضلع الثالث.

٥ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٤ سم ، ٩ سم فإن طول الضلع الثالث ∈ [..... ، ..... [

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠°

، ق (∠ ء أ حـ) = ٥٠°

أثبت أن : ب حـ > أ حـ



(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

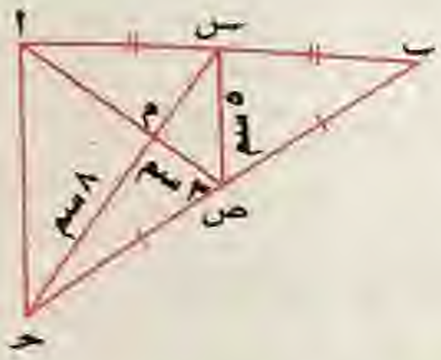
، ق (د حـ) = ٣٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

، هـ منتصف $\overline{بحـ}$ ، أحـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{بء}$ ، $\overline{بم}$

٤ (أ) المثلث أ ب حـ فيه : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٦ سم. رتب تصاعديًا قياسات زواياه.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، س منتصف $\overline{أب}$

، ص منتصف $\overline{بحـ}$ ، س ص = ٥ سم

، $\overline{سحـ} \cap \overline{أص} = \{م\}$ حيث حـ م = ٨ سم ، ص م = ٣ سم

أوجد : محيط Δ أ م حـ

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (د أ) = ٥٠° ، أ ب = أ حـ

، Δ ب ء حـ متساوى الأضلاع

أوجد : ق (د أ ب ء)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب > أ حـ

، $\overline{سص}$ // $\overline{بحـ}$

برهن أن : ق (د أ ص س) > ق (د أ س ص)

٢ محافظة الجيزة



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ..... °

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٢٠

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ٣ : ١

٣ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

(أ) ربع (ب) نصف (جـ) ثلث (د) ضعف

٤ مثلث متساوى الساقين قياس زاوية رأسه = ٨٠° فإن قياس زاوية قاعدته = ...°

(أ) ١٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

٥ مثلث طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٩ سم له محور تماثل واحد فإن طول ضلعه الثالث ..... سم.

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ٥ (د) ١٣

٦ فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى ب إذا كان : أ حـ = ٢٠ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب يساوى ..... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٥

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى .....

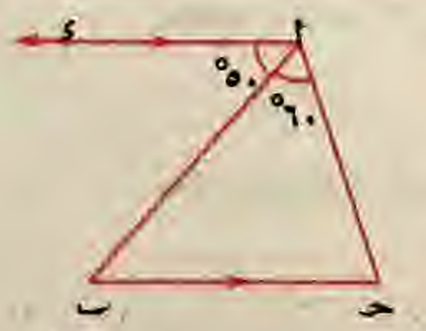
٢ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين .....

٣ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

٤ أكبر الأضلاع طولاً فى المثلث القائم الزاوية هو .....

٥ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : أ ب > أ حـ فإن : ق (د ب) ..... ق (د حـ)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أ ء}$ // $\overline{حـ ب}$ ، ق (د ء أ ب) = ٥٠°

، ق (د ب أ حـ) = ٦٠°

أثبت أن : أ ب > أ حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أوجد : طول كل من $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب ء}$ ، $\overline{أ ء}$

، ومحيط المثلث أ ب ء

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ

، $\overline{هـ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : المثلث أ ء هـ متساوى الساقين.

(ب) أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٨ سم

رتب قياسات زوايا المثلث تصاعديًا.

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أهـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان فى المثلث أ ب حـ

، حـ ء = ٩ سم

، ب م = ٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{ء م}$ ، $\overline{م هـ}$



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب ء حـ مثلث متساوى الأضلاع

، ب حـ = حـ ء ، ق (∠ حـ) = ٩٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ب حـ)



٢ محافظة الإسكندرية

إدارة وسط
موجهة الرياضيات : صباحى (أ)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوى .....

(أ) ٣٦٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٩٠° (د) ٢٧٠°

(٢) مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث ..... سم.

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ١٢ (د) ٨

(٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة القاعدة.

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ٣ : ١

(٤) إذا كان : ٣ سم ، ٥ سم طولى ضلعين فى مثلث فإن طول الضلع الثالث ∈ .....

(أ)]٣ ، ٥[(ب)]٢ ، ٥[(جـ)]٢ ، ٨[(د)]٥ ، ٨[

(٥) مثلث متساوى الساقين قياس إحدى زواياه ٦٠° فإن عدد محاور تماثل هذا المثلث .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) ٤

(٦) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٦٠° (د) ١٢٠°

٢ أكمل ما يأتى :

(١) مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى .....°

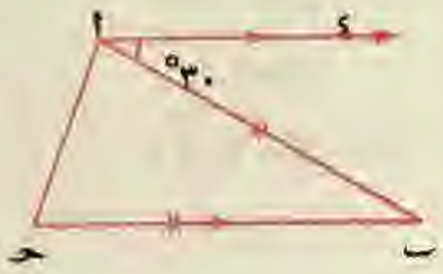
٢ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

٣ إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس ..... فى القياس.

٤ المستقيم العمودى على قطعة مستقيمة من منتصفها يسمى ..... القطعة المستقيمة.

٥ أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

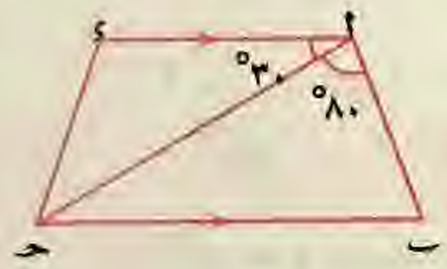


أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ب حـ

، $\overleftarrow{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (د ء أ ب) = ٣٠°

أوجد : قياسات زوايا المثلث أ ب حـ الداخلة.

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (د ب أ حـ) = ٨٠°

، ق (د ء أ حـ) = ٣٠°

برهن أن : ب حـ > أ ب

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



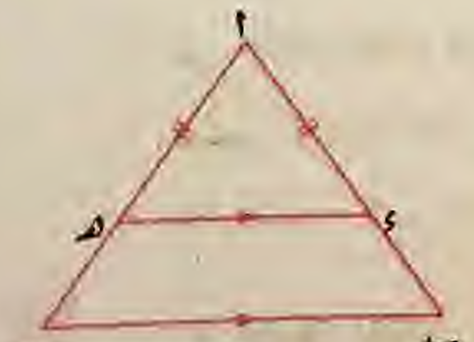
Δ أ ب حـ فيه :

ق (د ب) = ٩٠° ، $\overline{ب ء}$ متوسط

، ق (د حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٠ سم

أوجد : محيط Δ أ ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه :

$\overline{هء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = أ هـ

برهن أن : أ ب = أ حـ

٥ (أ) أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٧ سم ، ب حـ = ٨ سم

رتب قياسات زوايا المثلث ترتيبًا تصاعديًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



ء ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

، ب حـ = ٨ سم ، ب م = ٤ سم ، م حـ = ٦ سم

أوجد : محيط Δ ء م هـ

٤ محافظة القليوبية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) طول الوتر ..... طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية.

(أ) نصف (ب) ثلث (جـ) ضعف (د) ربع

(٢) ء هـ و مثلث فيه : ق (∠ و) = ٥٠° ، ق (∠ هـ) = ٧٥° فإن : هـ و ..... ء هـ

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ضعف

(٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٣ : ١ (د) ١ : ٣

(٤) ٢ س ، س + ٣ ، ٥ تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث متساوى الساقين عندما س = ...

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) صفر

(٥) أ ب جـ ء مستطيل تقاطع قطراه فى م وطول قطره ٨ سم فإن طول المتوسط $\overline{أم}$ = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ١٢

(٦) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى .....

(أ) ٣٦٠° (ب) ٦٣٠° (جـ) ١٨٠° (د) غير ذلك.

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

(١) منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ..... ، .....

(٢) أ ب جـ مثلث فيه : أ ب = ٤ سم ، أ جـ = ٧ سم فإن : ب جـ ∈] ..... ، ..... [

(٣) فى المثلث القائم الزاوية يكون ..... هو أطول أضلاع المثلث.

(٤) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع .....°

(٥) إذا كانت : $\overline{أب} \equiv \overline{س ص}$ فإن : أ ب − س ص = ...

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث ، م نقطة تلاقى المتوسطات

، م ء = ٤ سم ، م ب = ٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{م جـ}$ ، $\overline{م هـ}$



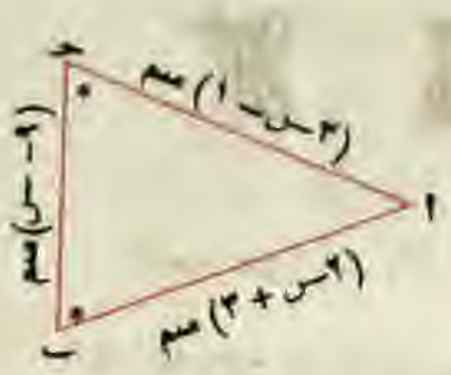
(ب) فى الشكل المقابل :

ع ∈ $\overline{ل ص}$ ، س ع = ع ص

، ق (∠ ل ع س) = ١١٠° ، $\overleftarrow{ل م}$ // $\overline{س ص}$

أوجد : ق (∠ م ل ص)

(أ) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ب) = ق (∠حـ)

١ أوجد : قيمة س إذا كان : أ حـ = (٢ س - ١) سم

، أ ب = (٢ س + ٣) سم ، ب حـ = (٩ - س) سم

٢ أوجد : محيط Δ أ ب حـ

(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$ ، $\overline{أب} \perp \overline{بء}$

، $\overline{بء} \perp \overline{حء}$

برهن أن : أحـ > بء

(أ) أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠أ) = ٥٠° ، ق (∠ب) = ٦٠°

أوجد : ق (∠حـ) ثم رتب تصاعديًا أطوال أضلاع المثلث.

(ب) في الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ٩٠° ، ق (∠ب حـ أ) = ٣٠°

، هـ منتصف $\overline{أء}$

، و منتصف $\overline{ءحـ}$

أثبت أن : أ ب = هـ و

٥ محافظة الشرقية

إدارة ملبا القمح

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

١ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

٢ إذا كانت : $\overline{أب}$ ..... $\overline{أحـ}$ فإن : $\overline{ب حـ}$ محور تماثل

٣ عدد أقطار الشكل الرباعي يساوى .....

٤ إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله .....

٥ منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوى الساقين يكون ..... ، ..... : ..... من جهة الرأس.

٦ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أقل عدد من الزوايا الحادة في أى مثلث يساوى .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ الزاوية المنفرجة تكملها زاوية .....

(أ) صفرية. (ب) مستقيمة. (جـ) حادة. (د) قائمة.

٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ فإن : ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ٤٥

٤ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٥ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يساوى ..... سم.

(أ) ١١ (ب) ١٠ (جـ) ٩ (د) ١٤

٥ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ..... عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ثلث (د) ثلاثة أمثال

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

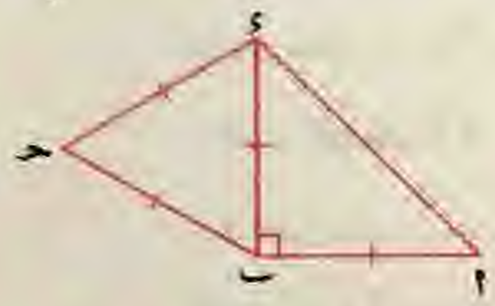


ص ع > ص س

، $\overline{م ل}$ // $\overline{س ع}$

أثبت أن : ص ل > ص م

(ب) فى الشكل المقابل :



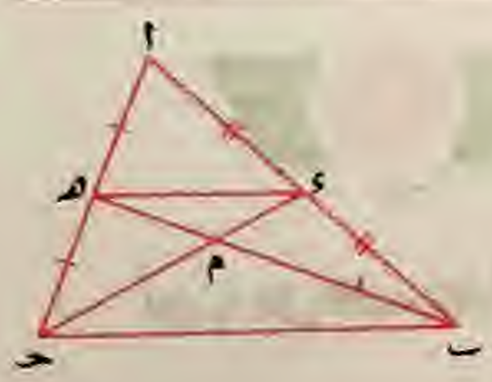
ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ، Δ ء ب حـ متساوى الأضلاع

، أ ب = ب ء

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ء حـ)

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

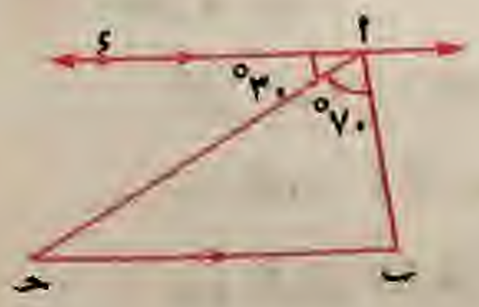


أ ب حـ مثلث ، ء ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب

، ب م = ٨ سم ، حـ ء = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{ء م}$ ، $\overline{م هـ}$

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠°

، ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠°

أثبت أن : أ حـ > ب حـ

---

٥ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ق (∠ حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٨ سم

، ء ، هـ منتصفا $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب حـ}$ على الترتيب

أوجد بالبرهان : ١ طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ء هـ}$

٢ محيط Δ أ ب ء

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل :

أ إذا كان محيط مثلث متساوى الأضلاع = ... سم فإن طول ضلعه = ... سم

ب قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....°

ج منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين يكون .....

د أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

هـ متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا فى .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع فإن : ق (د أ) + ق (د ب) = ...°

(أ) ١٢٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٣٦٠

٢ إذا كان قياس زاوية الرأس فى مثلث متساوى الساقين = ٦٠° فإن عدد محاور تماثله = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

٣ فى المثلث س ص ع ، ق (د س) = ١٠٠° ، س ص = س ع فإن : ق (د ع) = ...°

(أ) ١٠٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٦٠ (د) ٤٠

٤ فى المثلث القائم الزاوية طول الوتر يساوى ..... طول الضلع المقابل لزاوية قياسها ٣٠°

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٢ (د) ١

٥ الأطوال ٥ سم ، ٧ سم ، ..... سم تصلح أطوال أضلاع مثلث.

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ١

٦ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : ق (د أ) > ق (د حـ) فإن : أ ب ..... ب حـ

(أ) ≤ (ب) < (جـ) = (د) >

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

ق (د أ ب حـ) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

، ق (د حـ) = ٣٠°

أثبت أن : Δ أ ب ء متساوى الأضلاع.

(ب) Δ س ع ص فيه : ق (د س) = ٤٥° ، ق (د ع) = ٧٠°

رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبًا تنازليًا.



٤ (أ) المثلث أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (د ب) = ٢ س + ١٣ ، ق (د حـ) = ٣ س - ١٧
أوجد : ق (د أ)

(ب) في الشكل المقابل :
إذا كان : أ ب < أ ء
، ب حـ < ء حـ
أثبت أن : ق (د أ ب حـ) > ق (د أ ء حـ)



٥ (أ) في الشكل المقابل :
ص س = س ع ، ص ع = ع ل = ص ل
، ق (د س ص ل) = ١١٠°
أوجد بالبرهان : ق (د س)



(ب) في الشكل المقابل :
ق (د ب) = ٩٠° ، هـ ، م منتصفا أ ء ، حـ ء على الترتيب
، ق (د أ حـ ب) = ٣٠°
أثبت أن : أ ب = هـ م



٧ محافظة الغربية

إدارة شرق طنطا
توجيه الرياضيات - الصباحي

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د س تتمم د ص وكان : ق (د س) = ٤٠° فإن : ق (د ص) = ...
(أ) ١٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٤٠° (د) ٩٠°

٢ أ ب حـ مثلث فيه : ق (د ب) = ٩٠° ، ٢ أ ب - أ حـ = صفر فإن : ق (د حـ) = ...
(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٨٠°

٣ مثلث متساوى الساقين قياس إحدى زواياه ٦٠° فإن عدد محاور تماثله يساوى .....
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) صفر

٤ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، (س + ٢) سم ، ٧ سم يكون متساوى الساقين عندما
س = ...
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٣

٥ س ص ع مثلث فيه : ق (د ع) = ٧٠° ، ق (د ص) = ٦٠° فإن : ص ع ..... س ص
(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≤

٦ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ١ : ٣ (د) ٢ : ١ من جهة القاعدة

١ أكمل ما يأتى :

١ مجموع قياسات الزوايا المتجمعه حول نقطة يساوى .....°

٢ فى Δ أ ب حـ يكون : أ ب + ب حـ ..... > أ حـ

٣ محيط المربع الذى طول ضلعه ٥ سم يساوى ..... سم.

٤ إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل $\overline{أ ب}$ فإن : حـ أ ..... حـ ب

٥ فى Δ س ص ع إذا كان : س ع > س ص فإن : ق (∠ ص) ..... ق (∠ ع)

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



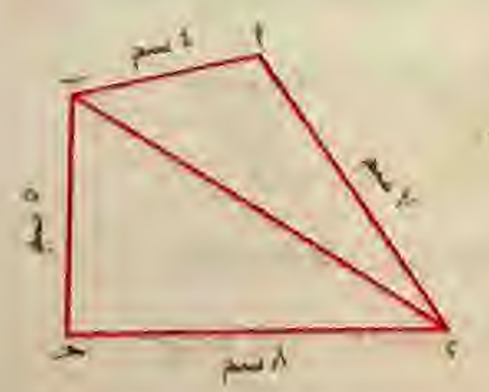
ق (∠ ب) = ق (∠ أ د حـ) = ٩٠°

، ق (∠ أ حـ ب) = ٣٠°

، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

أثبت أن : أ ب = ٤ هـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٥ سم

، حـ د = ٨ سم ، د أ = ٧ سم

أثبت أن : ق (∠ أ ب حـ) > ق (∠ أ د حـ)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



Δ س ص ع فيه :

$\overline{س ع}$ ، $\overline{ص هـ}$ متوسطان يتقاطعان فى م حيث

م ع = ٥ سم ، ص هـ = ١٢ سم

، س ص = ١٧ سم

أوجد بالبرهان : محيط Δ م س ص

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب = ب حـ = أ حـ

، ق (∠ د) = ٣٠°

أثبت أن Δ حـ ب د متساوى الساقين.

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ ، ق (∠ ء) = ٢٥°

، ق (∠ ء أ ب) = ٤٠°

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{ء أ}$ // $\overline{ب حـ}$

، ق (∠ ص أ ء) = ٧٠°

، ق (∠ ء أ حـ) = ٥٠°

أثبت أن : أ حـ > أ ب

٨ محافظة الدقهلية

إدارة غرب المنصورة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع .....

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) ٣ (د) صفر

(٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٤ : ..... من جهة الرأس.

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) ٣ (د) ٤

(٣) Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ إذا كان : ق (∠ أ) = ٨٠° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٧٠° (حـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

(٤) فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب > ب حـ فإن : ق (∠ حـ) ..... ق (∠ أ)

(أ) < (ب) > (حـ) = (د) ≥

(٥) إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل $\overline{أ ب}$ فإن : أ حـ − ب حـ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٣ (د) ٢

(٦) مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (حـ) يساوى (د) ضعف

٢ أكمل ما يأتى :

(١) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين .....

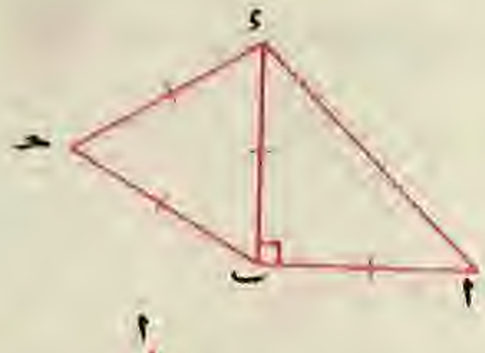
(٢) Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاعه طولًا هو .....

٣ منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون .....

٤ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو .....

٥ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٢ سم ، ٧ سم فإن : ..... < طول الضلع الثالث < .....

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ، أ ب = ب ء

، Δ ء ب حـ متساوى الأضلاع

أوجد : ق (∠ أ ء حـ)

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه :

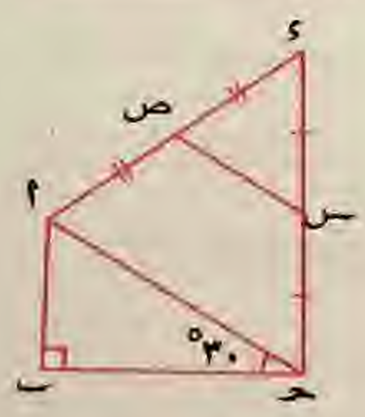
ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب ، $\overline{حـء} \cap \overline{بـهـ} = \{م\}$

فإذا كان : حـء = ١٨ سم ، ب م = ١٢ سم

، ب حـ = ١٤ سم

أوجد بالبرهان : محيط المثلث م ء هـ

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠ أ حـ ب) = ٣٠°

، س ، ص منتصفا $\overline{حـء}$ ، $\overline{أء}$ على الترتيب

أثبت أن : س ص = أ ب

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب = أ حـ

، هـ ب = هـ حـ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أهـ}$ محور $\overline{بـحـ}$

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٤ سم

، أ ء = ٧ سم ، حـ ء = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ أ ب حـ) > ق (∠ أ ء حـ)

(ب) المثلث أ ب ء فيه : أ ب = أ ء ، حـ ∈ $\overline{بـء}$ برهن أن : أ حـ < أ ء

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مربع طول ضلعه عدد صحيح فإن محيطه يمكن أن يكون ..... سم.

(أ) ٣٣ (ب) ٤٤ (جـ) ٥٥ (د) ٦٦

[٢] الزاوية الحادة تكملها زاوية .....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

[٣] عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

[٤] مجموعة الأعداد التى تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث هى .....

(أ) ٤ ، ٦ ، ١٠ (ب) ٤ ، ٦ ، ٨

(جـ) ١ ، ١٠ ، ٦ (د) ٤ ، ٥ ، ١٠

[٥] إذا كانت $\overline{أ}$ تقع على محور $\overleftrightarrow{س ص}$ فإن $\overleftrightarrow{أ س}$ ..... $\overleftrightarrow{أ ص}$

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) = (د) ≠

[٦] زاويه قاعده المثلث المتساوى الساقين تكون .....

(أ) منفرجة. (ب) قائمة. (جـ) حادة. (د) جميع ما سبق.

٢ أكمل ما يأتى :

[١] مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطه يساوى ..... °

[٢] س ص ع مثلث فيه : ق (∠ س) = ١٣٠° فإن اكبر الأضلاع طولاً هو .....

[٣] أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٧ سم فإن ب حـ ∈ [..... ، ..... [

[٤] منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون .....

[٥] طول متوسط المثلث القائم الزاويه الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوى .....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ء = أ حـ = حـ ء ، أ ب = ب حـ

، ق (∠ ب) = ٤٠°

أوجد : ق (∠ ب أ ء) بالبرهان.



(ب) فى الشكل المقابل :



و ، د منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب

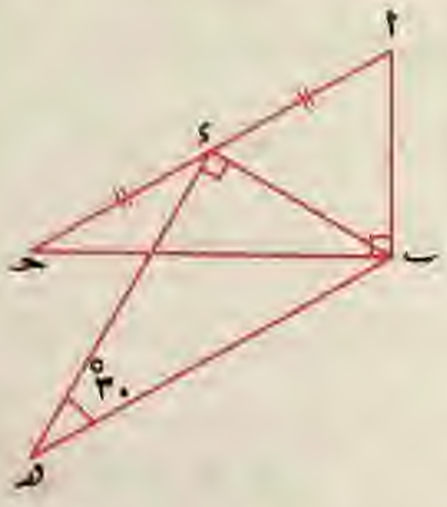
فى المثلث أ ب حـ حيث ب م = ٥ سم

، حـ م = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

أوجد : محيط المثلث م د و بالبرهان.

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ب ء د) = ٩٠°

، ق (∠ د) = ٣٠°

، ء منتصف $\overline{أحـ}$

أثبت أن : أ حـ = ب د

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{ء د}$ // $\overline{أحـ}$

، ق (∠ حـ ب ء) = ١١٠°

، ق (∠ أ ء د) = ٥٥°

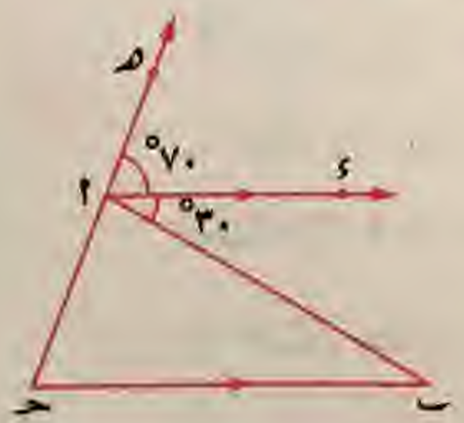
أثبت أن : المثلث أ ب حـ متساوى الساقين.

---

٥ (أ) أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٨ سم ، ب حـ = ٧ سم

رتب قياسات زوايا المثلث تصاعديًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ د أ ء) = ٧٠°

، ق (∠ ب أ ء) = ٣٠°

برهن أن : أ ب > أ حـ

١٠ محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

إذا كان قياس زاوية رأس المثلث المتساوى الساقين ٨٠° فإن قياس زاوية القاعدة يساوى ..... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٥٠ (د) ٦٠

(٢) $\overline{أ ء}$ متوسط فى المثلث أ ب حـ ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث فإن : أ م = ... أ ء

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

(٣) مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٧ سم ، ٣ سم فإن طول الضلع الثالث ..... سم

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ٤ (د) ٣

(٤) عدد أقطار الشكل الرباعى يساوى .....

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

(٥) أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٧٠° ، ق (∠ حـ) = ٥٠° فإن : أ ب ..... أ حـ

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

(٦) عدد محاور تماثل الشكل المقابل يساوى .....



(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ١

٢ أكمل ما يأتى :

(١) منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين .....

(٢) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية يساوى .....

(٣) أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٥ سم فإن : أ حـ ∈]..... ، .....[

(٤) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = ٢٠٠° فإن : ق (∠ ب) = ...°

(٥) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم ..... من منتصفها .

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠°

، ق (∠ ء أ جـ) = ٣٠°

أثبت أن : أ حـ > ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$ ، ق (∠ أ هـ ء) = ١٠٠°

، هـ ء = هـ حـ

أوجد : ق (∠ أ)



٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ب ء = ٧ سم

، ء حـ = ٣ سم

أثبت أن : ق (∠ أ حـ ء) > ق (∠ أ ب ء)



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

، أحـ = ١٠ سم ، ق (د حـ) = ٣٠°

أوجد : محيط المثلث أ ب ء



(١) فى الشكل المقابل :

$\overline{ب م}$ ، $\overline{حـ ء}$ متوسطان فى Δ أ ب حـ

فإذا كان : ب م = ٨ سم ، حـ ء = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{ء م}$ ، $\overline{م حـ}$



(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه :

ق (د ب) > ق (د حـ)

، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : أ ص > أ س



١١ محافظة البحيرة

إدارة المحمودية بمدرسة المنشية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الزاوية الحادة تتممها زاوية .....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (حـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٢ فى Δ أ ب حـ : ق (د ب) = ٩٠° ، أحـ = ٢٠ سم ، $\overline{ب ء}$ متوسط

فإن : ب ء = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ٨ (حـ) ٦ (د) ٥

٣ المثلث الذى قياسا زاويتين فيه ٤٢° ، ٦٩° يكون عدد محاور تماثله .....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (د) ٣

٤ إذا كان : ق (د أ) = ١٠٠° فإن : ق (د أ) المنعكسة = ...

(أ) ٨٠° (ب) ١٨٠° (حـ) ٢٦٠° (د) ٣٦٠°

٥ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم فإن محيطه ..... سم.

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (حـ) ٢٠ (د) ٢٢

(٦) Δ أ ب حـ فيه : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٥ سم فإن : أ حـ ∈ .....

(أ)]٣ ، ٥[(ب)]٢ ، ٨[(جـ)]٢ ، ٥[(د)]٥ ، ٨[

٢ أكمل ما يلى لتكون العبارات صحيحة :

(١) المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين عموديًا على قاعدته ..... ، .....

(٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ..... من جهة الرأس.

(٣) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين ١٠٠° فإن قياس إحدى الزاويتين الأخريين .....°

(٤) المضلع الذى ليس له أقطار هو .....

(٥) بعد أى نقطة عن مستقيم معلوم هو طول ..... المرسوم من هذه النقطة إلى هذا المستقيم المعلوم.

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه :

ق (د أ ب حـ) = ٩٠° ، ق (د حـ) = ٣٠°

، ء منتصف $\overline{أ حـ}$ ، د منتصف $\overline{ب حـ}$ ، أ حـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{م ب}$ ، $\overline{أ ب}$

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه :

أ ب = أ حـ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

، ق (د ب أ ء) = ٢٥° ، ب حـ = ٤ سم

أوجد : ق (د ء أ حـ) ، طول $\overline{ء حـ}$

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{ب ء}$ ينصف د أ ب حـ ، $\overline{د ء} // \overline{ب حـ}$

، د ∈ $\overline{أ ب}$

أثبت أن : Δ د ب ء متساوى الساقين.

(ب) فى الشكل المقابل :



س ص = س ل ، ع ص = ع ل

، م ص = م ل

أثبت أن : س ، م ، ع على استقامة واحدة.

(أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ متوسطان

، $\overline{أ ء} \cap \overline{ب هـ} = \{م\}$ ، م ء > م هـ

أثبت أن : ق (∠ م أ ب) < ق (∠ م ب أ)



(ب) Δ أ ب حـ فيه ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ ب) = ٣٠° ، رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعديًا

١٢ محافظة بنى سويف

إدارة الواسطى
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث ..... سم.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ١٢

٣ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث.

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (جـ) يساوى (د) ضعف

٤ قياس الزاوية الخارجة عن مثلث متساوى الأضلاع يساوى .....

(أ) ١٢٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٦٠° (د) ٤٥°

٥ إذا كانت م نقطة تلاقى المتوسطات فى المثلث أ ب حـ وكان : $\overline{أ ء}$ متوسطًا طوله ٩ سم

فإن : أ م = ... سم.

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٢

٦ فى الشكل المقابل :



س + ص = ...

(أ) ١٠٠° (ب) ١٤٠°

(جـ) ١٨٠° (د) ٢٨٠°

٢ أكمل ما يأتى :

١ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ..... وبقابل الزاوية القائمة.

٢ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولا يسمى ..... فى الطول.

٣ إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس تقابل الضلع .....

٤ فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° يساوى ..... طول الوتر.

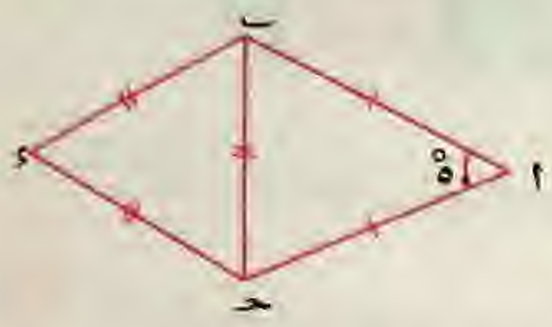
٥ المثلث ا ب حـ فيه : ا ب = ب حـ ، ق (∠ ا) = ٧٠° فإن : ق (∠ حـ) = ...°

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



رتب زوايا المثلث ا ب حـ ترتيبًا تنازليًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ ا) = ٥٠° ، ا ب = ا حـ

، المثلث ء ب حـ مساوى الأضلاع.

أوجد : ق (∠ ا ب ء)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

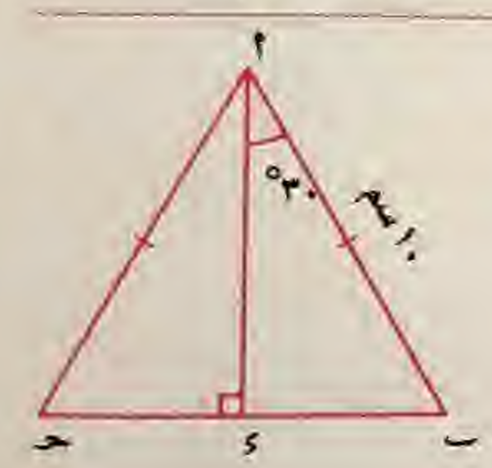


احسب محيط المثلث حيث

ا ب = ا حـ ، ب حـ = ١٠ سم

(ب) أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع الثالث فى مثلث طولا ضلعين فيه ٧ سم ، ٩ سم.

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



إذا كان : ا ب = ١٠ سم

فما طول $\overline{ب حـ}$ ؟

(ب) برهن أن : ٩ سم ، ٧ سم ، ٨ سم تصلح أطوال أضلاع مثلث مرسوم.

١٣ محافظة أسيوط

إدارة شروط
توجيه الرياضيات - مسائل

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٩ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث ..... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١١

(٢) فى Δ ا ب حـ إذا كان : ا ب > ب حـ فإن : ق (∠ ا) ..... ق (∠ حـ)

(أ) ≤ (ب) = (جـ) < (د) >

٣ عدد محاور تماثل المثلث متساوى الأضلاع يساوى .....
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٤ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة ٢ : ١ من جهة .....
(أ) الرأس. (ب) القاعدة. (جـ) الارتفاع. (د) محور التماثل.

٥ عدد الزوايا الحادة فى الشكل يساوى .....
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٦ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى ..... °
(أ) ٣٠٦ (ب) ٣٦٠ (جـ) ٦٠٣ (د) ٦٣٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر.

٢ أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

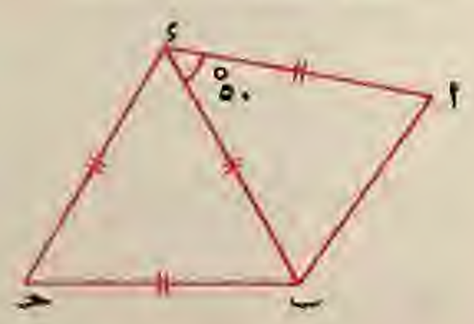
٣ قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس فى المثلث متساوى الأضلاع يساوى ..... °

٤ الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما يساوى ..... °

٥ متوسط المثلث متساوى الساقين المرسوم من الرأس يكون ..... على القاعدة.

٣ (أ) س ص ع مثلث فيه : ق(د س) = ٥٥° ، ق(د ص) = ٤٥° ، رتب تصاعديًا أطوال أضلاعه.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ء = ء حـ = ب حـ = ب ء

، ق(د أ ء ب) = ٥٠°

أوجد : ق(د أ ب حـ)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

، أ حـ = ١٠ سم ، ق(د حـ) = ٣٠°

أوجد بالبرهان : محيط Δ أ ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق(د ص أ ء) = ٧٠°

، ق(د ء أ حـ) = ٥٠°

أثبت أن : أ حـ > أ ب

٥ **(أ)** في الشكل المقابل :



أ ب // ج د ، ق (∠ أ ب ج) = ١٤٠°

، ب أ = ب ج

أوجد : ق (∠ د ج)

(ب) في الشكل المقابل :



س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ج

، س ص = ٢ سم

، م ج = ٦ سم

أوجد بالبرهان : م ص ، م س

١٤ محافظة سوهاج

إدارة سوهاج
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

[١] إذا كان : ق (∠ ب) = ١١٠° فإن : ق (∠ ب) المنعكسة = ...°

[٢] نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة .....

[٣] المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون .....

[٤] إذا كانت ∠ أ ، ∠ ب زاويتين متكاملتين ، ق (∠ أ) = ق (∠ ب) فإن ق (∠ أ) = ...°

[٥] أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] متممة الزاوية التي قياسها ٥٠° زاوية قياسها يساوي

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ١٣٠° (د) ١٠°

[٢] المثلث المتساوي الساقين قياس إحدى زاويتيه ٧٠° فإن قياس زاوية رأسه

(أ) ٧٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٢٠° (د) ١٤٠°

[٣] عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦ متوسطات

[٤] إذا كان أ ب ج مثلثاً فيه أ ب = ٦ سم ، أ ج = ٧ سم فإن محيطه

(أ)]١٣ ، ٦[(ب)]٦ ، ٧[(جـ)]١ ، ١٣[(د)]٨ ، ٧[

٥ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث ..... سم.

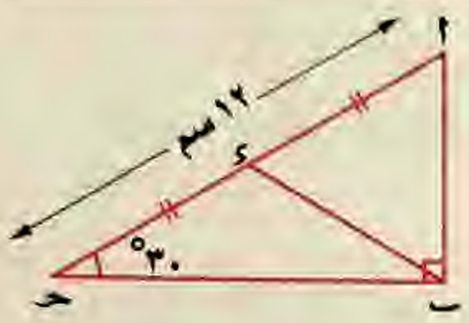
(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ١٢

٦ المثلث الذى له ثلاثة محاور تماثل هو مثلث .....

(أ) مختلف الأضلاع. (ب) متساوى الأضلاع.

(جـ) قائم الزاوية. (د) متساوى الساقين.

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

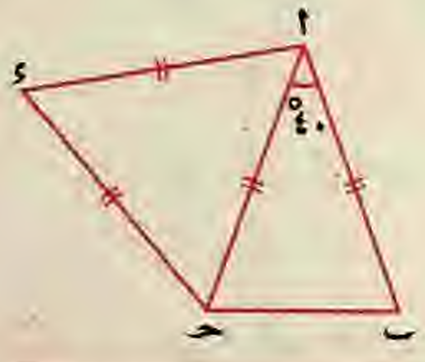


Δ أ ب حـ فيه : ق (د أ ب حـ) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

، ق (د حـ) = ٣٠° ، أ حـ = ١٢ سم

أوجد : محيط Δ أ ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :

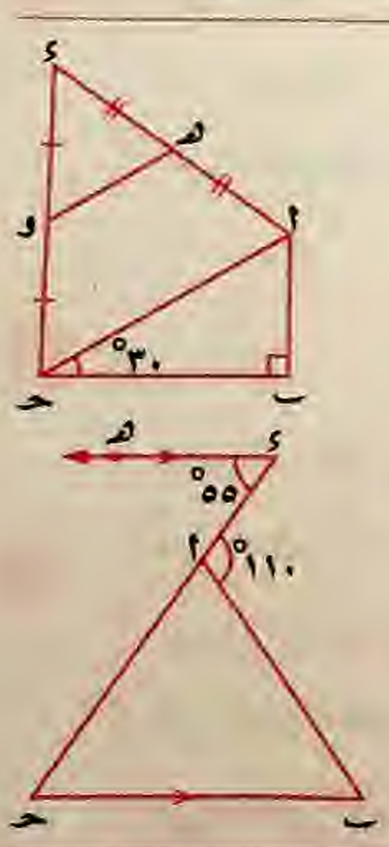


ق (د ب أ حـ) = ٤٠° ، أ ب = أ حـ

، Δ أ حـ ء متساوى الأضلاع.

أوجد : ق (د أ ب حـ ء)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



ق (د ب) = ٩٠° ، ق (د أ حـ ب) = ٣٠°

، هـ منتصف $\overline{أء}$ ، و منتصف $\overline{حـء}$

أثبت أن : أ ب = هـ و

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

، ق (د حـ ء هـ) = ٥٥°

، ق (د ب أ ء) = ١١٠°

أثبت أن : المثلث أ ب حـ متساوى الساقين.

٥ (أ) مثلث س ص ع فيه : ق (د س) = ٧٠° ، ق (د ص) = ٥٠°

رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبًا تصاعديًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ء = ٥ سم ، أ ب = ٣ سم

، ء حـ = ٦ سم ، ب حـ = ٤ سم

أثبت أن : ق (د أ ب حـ) > ق (د أ ء حـ)

١٠ ...

أجب عن الأسئلة الآتية : (الرسم يستخدم آلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

أ إذا كان Δ أ ب حـ فيه أ ب = ٧ سم ، ... سم ، ... قياس الزاوية

(أ) [٢ ، ١٥٠] (ب) [١٥٠ ، ٢] (جـ) [٢ ، ٦٠] (د) [٦٠ ، ٢]

ب عدد محاور التماثل لنصف دائرة هو

(أ) ١ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

جـ إذا كان Δ أ ب حـ فيه ق(∠ أ) = ٩٠° ، أ ... طويلة ... سم

فإن طول ... = ... سم

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٤,٥

د إذا كان Δ أ ب حـ فيه ق(∠ أ) = ٧٠° ، ق(∠ ب) = ٥٠° فإن ... أطول ضلع

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≡

هـ في المثلث القائم الزاوية مجموع مربعي طولي ضلعي القائمة يساوي ... مربع الوتر

(أ) ضعف (ب) مربع ضعف (جـ) مربع (د) نصف المربع

و عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية المتساوي الساقين يساوي

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ أكمل ما يأتي :

١ المستقيم المار برأس المثلث المتساوي الساقين عموديًا على القاعدة يكون منصفًا للقاعدة

٢ في Δ أ ب حـ إذا كان : ق(∠ أ) = ٣٠° ، ق(∠ ب) = ٦٠° فإن أكبر الأضلاع طولاً هو

٣ صورة النقطة (١ ، -٢) بالانعكاس في محور السينات هي

٤ في المثلث القائم الزاوية أكبر أضلاعه طولاً هو

٥ في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° يساوي نصف الوتر

٣ (أ) في الشكل المقابل :

ق(∠ و) = ٥ سم ، ق(∠ م) = ٣ سم

، ب و = ١٢ سم

، م منتصف أ ب

، و منتصف أ حـ

أوجد : محيط Δ ب م حـ



(ب) فى الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ فيه : ق (د ا ب حـ) = ٩٠°

، ق (د حـ) = ٣٠° ، $\overline{ب ء}$ متوسط

، ا حـ = ١٢ سم

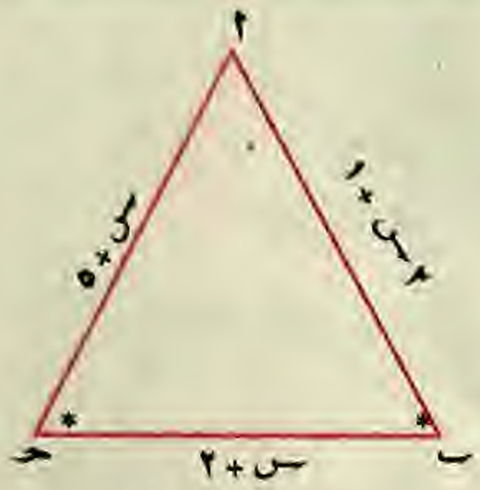
أوجد : محيط Δ ا ب ء



٤ (أ) فى الشكل المقابل :

ق (د ب) = ق (د حـ)

أوجد : محيط Δ ا ب حـ مبينًا بالبرهان طول كل ضلع.



(ب) فى الشكل المقابل :

من المعطيات التى على الرسم

أوجد بالبرهان : ق (د ء ا ب)

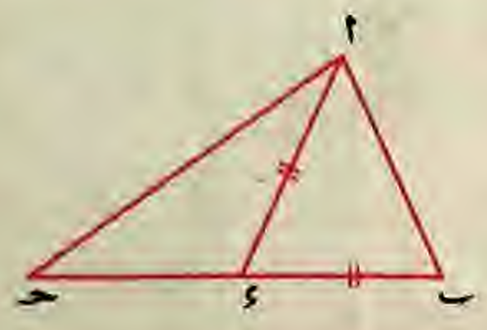


٥ (أ) فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث فيه :

ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث ء ب = ء ا

أثبت أن : ب حـ > ا حـ



(ب) فى الشكل المقابل :

ا ء = ء حـ ، ء ∈ $\overline{ا حـ}$

، ا ء > ب ء

برهن أن : Δ ا ب حـ منفرجة.

